

PROBLEMA 1

Dado el sistema trifásico equilibrado de secuencia directa mostrado en la figura, calcular las siguientes magnitudes:

- Tensiones e intensidades de fase en la carga inductiva
- Tensiones e intensidades de fase en la carga capacitiva
- Tensión y corriente entre los puntos neutros de la fuente (pto N) y la carga inductiva (pto n). Justificar por qué se obtienen estos valores
- Potencia activa y reactiva absorbida en la zonas A y B
- ¿Qué valores se obtendrían en los apartados anteriores si la secuencia de tensiones de alimentación fuera inversa?. Justifícalo
- Calcular la tensión de línea en bornes del generador y en bornes de la carga capacitiva
- Se produce un corto a tierra en la fase A en el instante t_{corto} . Obtener la tensión y la corriente entre los puntos neutros de la fuente (pto N) y la carga inductiva (pto n). Justificar por qué se obtienen estos valores

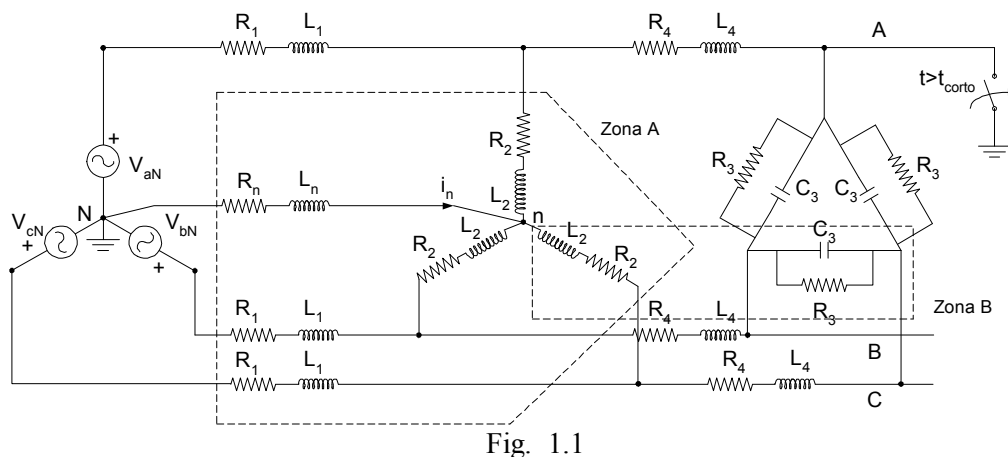


Fig. 1.1

Datos: $\bar{V}_{aN} = 20/\sqrt{3} \angle 0^\circ \text{ kV}$, $\bar{V}_{bN} = 20/\sqrt{3} \angle -120^\circ \text{ kV}$, $\bar{V}_{cN} = 20/\sqrt{3} \angle 120^\circ \text{ kV}$, $R_1 = 0,6\Omega$, $L_1 = 2\text{mH}$, $R_2 = 810\Omega$, $L_2 = 1,25\text{H}$, $R_3 = 75\text{k}\Omega$, $C_3 = 0,27\mu\text{F}$, $R_4 = 0,3\Omega$, $L_4 = 0,6\text{mH}$, $R_n = 1\Omega$, $L_n = 0,3\text{mH}$

SOLUCIÓN

- Tensiones e intensidades de fase en la carga inductiva

Puesto que las tensiones de alimentación, las líneas y las cargas forman un sistema trifásico equilibrado, se puede utilizar el equivalente monofásico de un sistema trifásico para hallar las tensiones e intensidades de una forma más fácil. En el caso que el sistema de tensiones y/o el de las cargas no fuese equilibrado, entonces habría que resolver el problema utilizando cualquier método de general de resolución de circuitos.

En la figura 1.2 se ha representado el circuito monofásico equivalente en donde se muestran las impedancias de línea y las impedancias equivalentes en estrella de las cargas trifásicas equilibradas. Nótese que para el caso de la carga en triángulo el equivalente en estrella es: $\bar{Z}_Y = \frac{\bar{Z}_\Delta}{3}$, por lo tanto la capacidad equivalente sería tres veces mayor que la capacidad real conectada en triángulo, mientras que la resistencia equivalente sería sólo la tercera parte de la original.

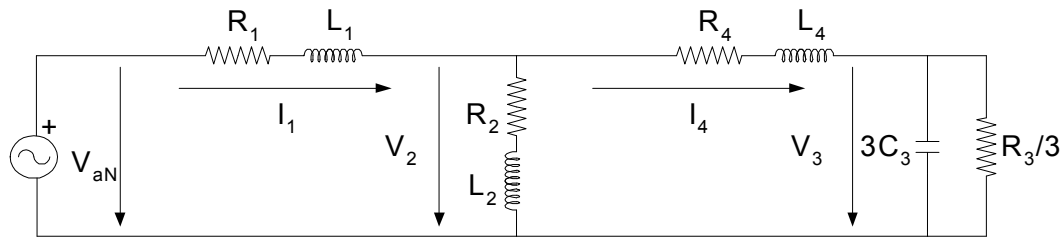


Fig. 1.2

Del análisis del circuito por nudos se pueden escribir las siguientes ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1 + j\omega L_1} + \frac{1}{R_2 + j\omega L_2} + \frac{1}{R_4 + j\omega L_4} & -\frac{1}{R_4 + j\omega L_4} \\ -\frac{1}{R_4 + j\omega L_4} & \frac{1}{R_1 + j\omega L_1} + j3\omega C_3 + \frac{1}{R_4 + j\omega L_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{V}_{aN}}{R_1 + j\omega L_1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Y resolviendo para las incógnitas \bar{V}_2 y \bar{V}_3 se obtienen los siguientes valores:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11,53 \angle -0,02^\circ \\ 11,53 \angle -0,03^\circ \end{bmatrix} kV \quad (1.2)$$

A partir de estos valores de tensión se pueden calcular tanto las tensiones como las intensidades de fase de la carga inductiva, obteniendo para las tensiones de fase:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{2a} \\ \bar{V}_{2b} \\ \bar{V}_{2c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11,53 \angle -0,02^\circ \\ 11,53 \angle -120,02^\circ \\ 11,53 \angle 119,98^\circ \end{bmatrix} kV \quad (1.3)$$

Y para las intensidades de fase de la carga inductiva:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{2an} \\ \bar{I}_{2bn} \\ \bar{I}_{2cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{V}_{2a} (R_2 + j\omega L_2) \\ \bar{V}_{2b} (R_2 + j\omega L_2) \\ \bar{V}_{2c} (R_2 + j\omega L_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12,81 \angle -25,89^\circ \\ 12,81 \angle -145,89^\circ \\ 12,81 \angle 94,10^\circ \end{bmatrix} A \quad (1.4)$$

i) Tensiones e intensidades de fase en la carga capacitiva

La tensión de fase de la carga capacitiva coincide, en este caso, con la tensión de línea, ya que ésta está conectada en triángulo. Se pueden obtener como diferencias entre tensiones entre fase y neutro virtual, \bar{V}_3 , calculadas del apartado anterior:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{3ab} \\ \bar{V}_{3bc} \\ \bar{V}_{3ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{V}_{3a} - \bar{V}_{3b} \\ \bar{V}_{3b} - \bar{V}_{3c} \\ \bar{V}_{3c} - \bar{V}_{3a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19,98_{\angle 29,96^\circ} \\ 19,98_{\angle -90,04^\circ} \\ 19,98_{\angle 149,96^\circ} \end{bmatrix} kV \quad (1.5)$$

Las intensidades de fase se obtienen a partir del resultado de multiplicar las admitancias de cada una de las fases de la carga capacitiva por la tensión a la que están sometidas:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{3ab} \\ \bar{I}_{3bc} \\ \bar{I}_{3ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{V}_{3ab} \bar{Y}_3 \\ \bar{V}_{3bc} \bar{Y}_3 \\ \bar{V}_{3ca} \bar{Y}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,71_{\angle 111,03^\circ} \\ 1,71_{\angle -8,96^\circ} \\ 1,71_{\angle -128,96^\circ} \end{bmatrix} kA \quad (1.6)$$

j) Tensión y corriente entre los puntos neutros de la fuente (pto N) y la carga inductiva (pto n). Justificar porque se obtienen estos valores

La diferencia de potencial entre los puntos neutros de la fuente y de la carga es nula, ya que el sistema es equilibrado al tener impedancias iguales en sus distintas fases y ser alimentado por un sistema trifásico de tensiones equilibrado.

Como la diferencia de potencial es nula también lo será la corriente entre los puntos neutros.

k) Potencia activa y reactiva absorbida en la zonas A y B

La zona A incluye las pérdidas en dos fases de la línea, en el neutro y la absorbida por la carga inductiva. Por lo tanto, sumando el consumo de cada uno de esos elementos se obtendrá la total:

$$P_{zonaA} = 2R_1 I_1^2 + R_n I_n^2 + 3R_2 I_2^2 \quad (1.7)$$

Se han obtenido los valores eficaces de las corrientes que circulan por el neutro y la carga inductiva, por lo que sólo resta por obtener el valor eficaz de la corriente que circula por la línea. Ésta se puede obtener a partir del conocimiento de las tensiones entre sus extremos, que serán la correspondiente a la fuente y a la carga inductiva por lo que:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{1a} \\ \bar{I}_{1b} \\ \bar{I}_{1c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\bar{V}_{aN} - \bar{V}_{2an}) \bar{Y}_1 \\ (\bar{V}_{bN} - \bar{V}_{2bn}) \bar{Y}_1 \\ (\bar{V}_{cN} - \bar{V}_{2cn}) \bar{Y}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12,28_{\angle -12,51^\circ} \\ 12,28_{\angle -132,51^\circ} \\ 12,28_{\angle -107,48^\circ} \end{bmatrix} kV \quad (1.8)$$

Sustuyendo los valores numéricos en la expresión de potencia absorbida se obtiene:

$$P_{zonaA} = 2 \cdot 0,6 \cdot 12,28^2 + 0,1 \cdot 0^2 + 3 \cdot 810 \cdot 12,81^2 = 399,41 kW \quad (1.9)$$

La reactiva se obtendrá por medio de la expresión:

$$Q_{zonaA} = 2X_1 I_1^2 + X_n I_n^2 + 3X_2 I_2^2 \quad (1.10)$$

Y sustuyendo los valores numéricos:

$$Q_{zonaA} = 2 \cdot 0,62 \cdot 12,28^2 + 0,09 \cdot 0^2 + 3 \cdot 392,70 \cdot 12,81^2 = 193,51 kVar \quad (1.11)$$

En la zona B se incluyen el consumo de activa y reactiva en una de las fases de la carga capacitiva y en una de las fases de la carga inductiva.

Por lo tanto:

$$S_{zonaB} = P_{zonaB} + jQ_{zonaB} = \bar{V}_{2a} \bar{I}_{2an}^* + \bar{V}_{3ab} \bar{I}_{3ab}^* \quad (1.12)$$

Y sustituyendo:

$$\begin{aligned} P_{zonaB} &= 138,40 kW \\ Q_{zonaB} &= 30,63 kVar \end{aligned} \quad (1.13)$$

- l) **¿Qué valores se obtendrían en los apartados anteriores si la secuencia de tensiones de alimentación fuera inversa?. Justifícalo.**

Los valores que se obtendrían serían los mismos para todas las magnitudes previamente calculadas: tensiones, intensidades y potencias. Sólo habrá diferencia en los desfases de las magnitudes fasoriales, las cuales intercambiarán sus desfases.

Por ejemplo, si los fasores correspondientes a la tensión de alimentación son ahora:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{aN} \\ \bar{V}_{bN} \\ \bar{V}_{cN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11,54_{\angle 0^\circ} \\ 11,54_{\angle 120^\circ} \\ 11,54_{\angle -120^\circ} \end{bmatrix} kV \quad (1.14)$$

La tensión de fase en bornes de la carga inductiva será:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{2a} \\ \bar{V}_{2b} \\ \bar{V}_{2c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11,53 \angle -0,02^\circ \\ 11,53 \angle 119,98^\circ \\ 11,53 \angle -120,98^\circ \end{bmatrix} kV \quad (1.15)$$

m) Calcular la tensión de línea en bornes del generador y en bornes de la carga capacitiva

Considerando la secuencia de tensiones de alimenta directa, la tensión de línea en bornes del generador sería igual a:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{ab} \\ \bar{V}_{bc} \\ \bar{V}_{ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \angle 30^\circ \\ 20 \angle -90^\circ \\ 20 \angle 150^\circ \end{bmatrix} kV \quad (1.16)$$

En el caso de la carga capacitiva, al estar conectada en triángulo, la tensión de línea coincide con la tensión de fase obtenida en el apartado b.

n) Se produce un corto entre la fase A y tierra. Obtener la tensión y la corriente entre los puntos neutros de la fuente (pto N) y la carga inductiva (pto n). Justificar porqué se obtienen estos valores

En el momento en que se produce un corto entre la fase A y tierra, el sistema deja de estar equilibrado en cargas y, por lo tanto, es de esperar que aparezca una diferencia de potencial entre los neutros.

Puesto que ya no es equilibrado, no se puede utilizar el circuito monofásico equivalente para hallar las magnitudes que se piden y, por lo tanto, se resolverá el circuito por nudos. El circuito equivalente, una vez que se ha producido el corto, se ha dibujado a continuación y se han etiquetado los nudos.

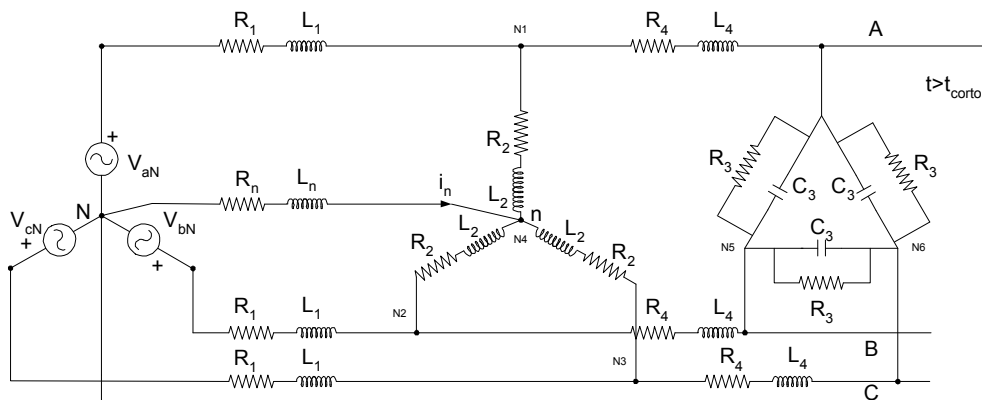


Fig. 1.3

La fuente ideal de tensión V_{aN} junto con la impedancia serie $R_1+j\omega L_1$ se deben transformar en su equivalente como fuente de intensidad e impedancia en paralelo. Realizando este cambio la matriz de admitancias de nudo será:

$$\bar{Y}_{nudos} = \begin{bmatrix} 3,94 \angle -36,23^\circ & 0 & 0 & 0,0011 \angle 154,13^\circ & 0 & 0 \\ 0 & 3,94 \angle -36,23^\circ & 0 & 0,0011 \angle 154,13^\circ & 2,82 \angle 147,85^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 3,94 \angle -36,23^\circ & 0,0011 \angle 154,13^\circ & 0 & 2,82 \angle 147,85^\circ \\ 0,0011 \angle 154,13^\circ & 0,0011 \angle 154,13^\circ & 0,0011 \angle 154,13^\circ & 0,99 \angle -5,45^\circ & 0 & 0 \\ 0 & 2,82 \angle 147,85^\circ & 0 & 0 & 2,82 \angle -32,13^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 2,82 \angle 147,85^\circ & 0 & 0 & 2,82 \angle -32,13^\circ \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

Las fuentes de corriente de excitación del sistema son:

$$\bar{I}_{nudos} = \begin{bmatrix} \bar{V}_{aN} / \bar{Z}_1 \\ \bar{V}_{bN} / \bar{Z}_1 \\ \bar{V}_{cN} / \bar{Z}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13,29 \angle -46,32^\circ \\ 13,29 \angle -166,32^\circ \\ 13,29 \angle 73,67^\circ \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} kA \quad (1.18)$$

Y las tensiones de los nudos será por tanto:

$$\bar{V}_{nudos} = \bar{Y}_{nudos}^{-1} \cdot \bar{I}_{nudos} = \begin{bmatrix} 3,36 \angle -10,08^\circ \\ 11,5 \angle -120,02^\circ \\ 11,5 \angle 119,97^\circ \\ 0,0091 \angle 163,65^\circ \\ 11,5 \angle -120,02^\circ \\ 11,5 \angle 119,96^\circ \end{bmatrix} kV \quad (1.19)$$

La tensión que aparece entre neutros es de apenas 9 voltios, que hacen que circule una corriente por la línea de conexión de:

$$\bar{I}_{nN} = \bar{V}_{aN} \bar{Y}_n = [9,13 \angle 158,26^\circ] A \quad (1.20)$$