

Transformadores

Juan Alvaro Fuentes Moreno
juanalvaro.fuentes@upct.es

Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad Politécnica de Cartagena

enero 2012

Índice

- 1** Introducción
- 2 Transformador monofásico
- 3 Autotransformadores
- 4 Transformadores trifásicos
- 5 Transformadores regulables
- 6 El transformador como cuadripolo

■ Transformador

- Es una máquina eléctrica cuyo objetivo es transportar la energía electromagnética entre circuitos eléctricos que, normalmente, están a tensiones distintas
- Dicho transporte se realiza utilizando un campo magnético variable en el tiempo que es enlazado por todos los circuitos => Circuitos acoplados magnéticamente



Índice

- 1 Introducción
- 2 Transformador monofásico**
- 3 Autotransformadores
- 4 Transformadores trifásicos
- 5 Transformadores regulables
- 6 El transformador como cuadripolo

Modelo del transformador ideal

Hipótesis

- 1 $\mu = \infty$
- 2 $\Phi_s = 0$
- 3 $P_{FE} = P_{CU} = 0$

Ecuaciones

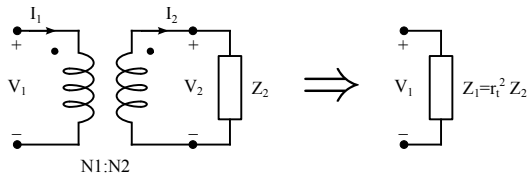
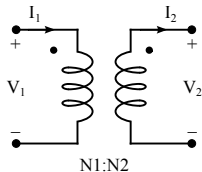
- $\frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2} = \frac{N1}{N2} = r_t$
- $\frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} = \frac{N2}{N1} = \frac{1}{r_t}$

Rendimiento

- $\bar{S}_1 = \bar{V}_1 \bar{I}_1^* = r_t \bar{V}_2 \frac{1}{r_t} \bar{I}_2^* = \bar{S}_2 \Rightarrow$
 $P_1 = P_2$, es decir $\mu = 1$ y
 $Q_1 = Q_2$

Adaptación de impedancias

- $\bar{Z}_1 = \frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_1} = \frac{r_t \bar{V}_2}{\frac{1}{r_t} \bar{I}_2} = r_t^2 \bar{Z}_2$

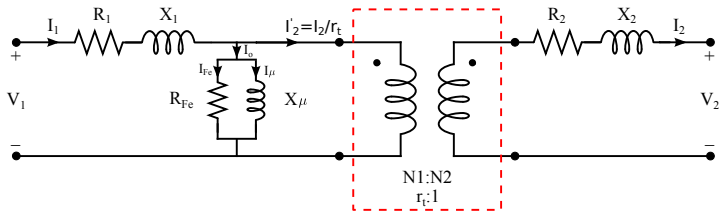


Modelos eléctricos del transformador: transformador real

■ Modelo del transformador real:

■ Hipótesis

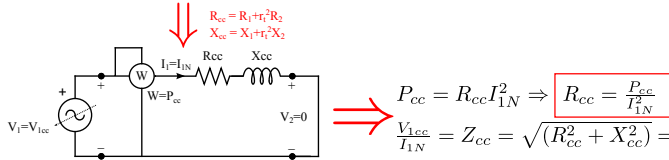
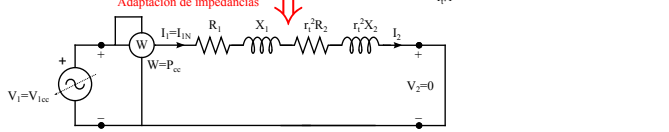
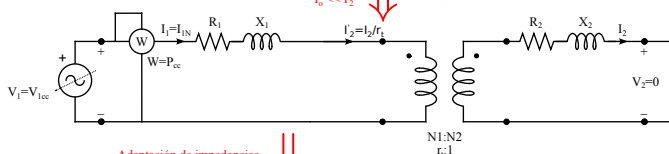
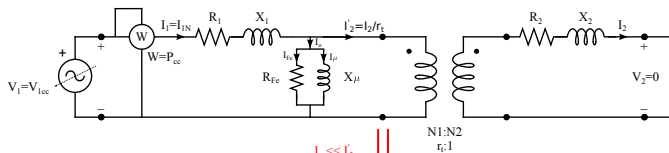
- 1 $\mu \neq \infty$
- 2 $\Phi_s \neq 0$
- 3 $P_{FE} \neq P_{CU} \neq 0$



■ Donde:

- R_1 = resistencia del devanado del primario
- X_1 = reactancia de dispersión del devanado del primario
- R_{Fe} = pérdidas en el núcleo (histéresis+Foucault)
- X_μ = reactancia magnetizante
- r_t = relación de transformación (número de espiras primario/número de espiras secundario)
- R_2 = resistencia del devanado del secundario
- X_2 = reactancia de dispersión del devanado del secundario

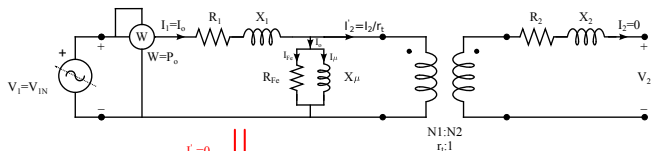
Medida de los parámetros: ensayo de cortocircuito



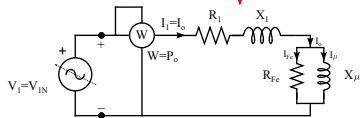
$$P_{cc} = R_{cc} I_{1N}^2 \Rightarrow R_{cc} = \frac{P_{cc}}{I_{1N}^2}$$

$$\frac{V_{1cc}}{I_{1N}} = Z_{cc} = \sqrt{(R_{cc}^2 + X_{cc}^2)} \Rightarrow X_{cc} = \sqrt{(Z_{cc}^2 - R_{cc}^2)}$$

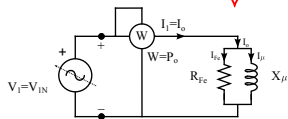
Medida de los parámetros: ensayo en vacío



$I_2=0$



Caja de tensión R_1 y $X_1 \approx 0$



$$P_o = \frac{V_{1N}^2}{R_{Fe}} \Rightarrow R_{Fe} = \frac{V_{1N}^2}{P_o}$$

$$\frac{I_o}{V_{1N}} = Y_o = \sqrt{G_{Fe}^2 + B_{\mu}^2} \Rightarrow B_{\mu} = \sqrt{Y_o^2 - G_{Fe}^2}$$

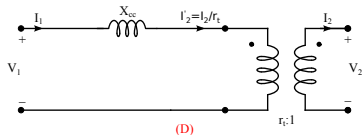
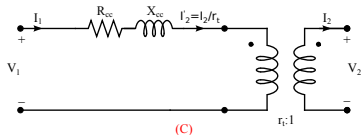
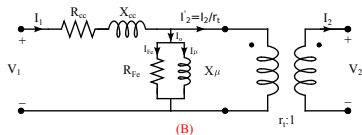
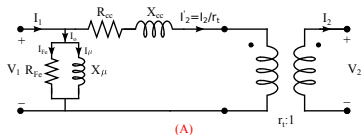
$$\circ X_{\mu} = \frac{1}{\sqrt{Y_o^2 - \left(\frac{1}{R_{Fe}}\right)^2}}$$

Modelos prácticos del transformador

- Interesa trabajar con modelos mas sencillos cuyos parámetros se correspondan directamente con los obtenidos en los ensayos de vacío y de cortocircuito

- Candidatos:

- (A) Esquema en Γ
- (B) Esquema en \sqcap
- (C) Despreciando I_o : pérdidas en el hierro + intensidad de magnetización
- (D) Despreciando I_o + pérdidas cobre

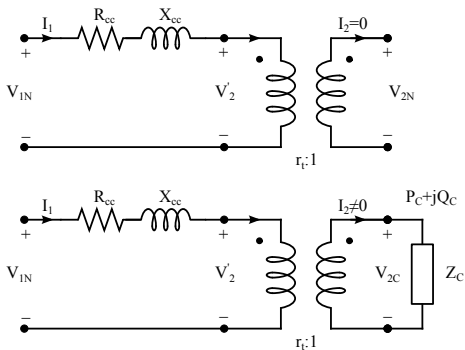


Caída de tensión de un transformador

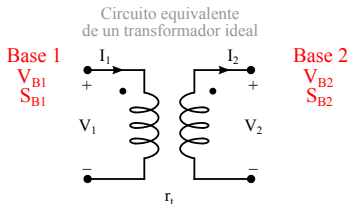
- Un trafo a tensión nominal, V_{1N} , y en vacío \Rightarrow en el secundario tendremos V_{2N}
- Si conectamos una carga en el secundario \Rightarrow la tensión en la carga será ahora V_{2C}
- Se define como *caída interna del transformador*

$$\epsilon_c(\%) = \frac{V_{2N} - V_{2C}}{V_{2N}} \cdot 100$$

- Es función de la impedancia de cortocircuito y de P_C y Q_C de la carga



Normalización de un transformador ideal: modelo por unidad

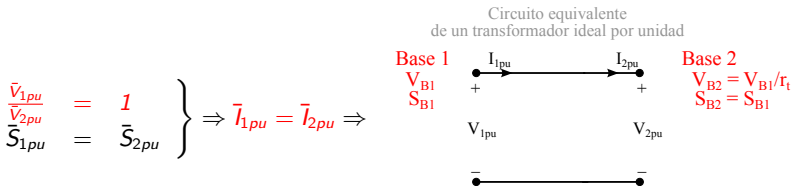


$$\left. \begin{aligned} (1) \frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2} &= r_t \\ (2) \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} &= \frac{1}{r_t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bar{S}_1 = \bar{S}_2$$

- Utilizando la ecuación de potencias en vez de las intensidades y poniéndolas en función de los valores pu

$$\left. \begin{aligned} (1) \frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2} &= r_t \\ (2) \bar{S}_1 &= \bar{S}_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\bar{V}_{1pu} V_{1B}}{\bar{V}_{2pu} V_{2B}} = r_t \quad \frac{\bar{S}_{1pu} S_{1B}}{\bar{S}_{2pu} S_{2B}} = \bar{S}_{2pu} S_{2B}$$

- Si las bases cumplen con que $V_{1B}/V_{2B} = r_t$ y $S_{1B} = S_{2B} \Rightarrow$



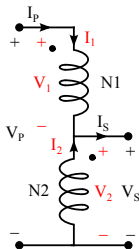
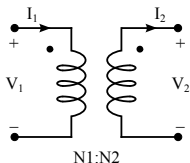
Índice

- 1 Introducción
- 2 Transformador monofásico
- 3 Autotransformadores**
- 4 Transformadores trifásicos
- 5 Transformadores regulables
- 6 El transformador como cuadripolo

- Un autotrafo no es mas que un trafo con una conexión eléctrica, con lo que perdemos el aislamiento

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N1}{N2}$$

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N2}{N1}$$



Símbolo de autotrafo



$$\frac{v_p}{v_s} = \frac{N1+N2}{N2}$$

$$\frac{i_p}{i_s} = \frac{N2}{N1+N2}$$

- Las ecuaciones que modelan el comportamiento de un autotrafo son las mismas que las del trafo pero con una relación de transformación diferente

$$\left. \begin{aligned} v_p &= v_1 + v_2 \\ i_p &= i_1 \\ v_s &= v_2 \\ i_s &= i_1 + i_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \frac{v_p}{v_s} &= \frac{v_1+v_2}{v_2} = 1 + \frac{v_1}{v_2} = 1 + \frac{N1}{N2} = \frac{N1+N2}{N2} \\ \frac{i_p}{i_s} &= \frac{i_1}{i_1+i_2} = \frac{1}{1+\frac{i_2}{i_1}} = \frac{1}{1+\frac{N1}{N2}} = \frac{N2}{N1+N2} \end{aligned} \right.$$

- Si calculamos la potencia transformada conocida como *potencia de paso*

$$S_{paso}^p = V_p \cdot I_p = (V_1 + V_2) \cdot I_1 = \underbrace{V_1 \cdot I_1}_{\text{Potencia transformada debido al acoplamiento eléctrico}} + \underbrace{V_2 \cdot I_2}_{\text{Potencia transformada debido al acoplamiento magnético}}$$

Potencia transformada
debido al acoplamiento
eléctrico

Potencia transformada
debido al acoplamiento
magnético

$$S_{paso}^s = V_s \cdot I_s = V_2 \cdot (I_1 + I_2) = \underbrace{V_2 \cdot I_2}_{\text{Potencia transformada debido al acoplamiento magnético}} + \underbrace{V_2 \cdot I_1}_{\text{Potencia transformada debido al acoplamiento eléctrico}}$$

- Por un lado comprobamos que se verifica $S_{paso}^p = S_{paso}^s = S_{paso}$, resultado lógico puesto que partíamos de un transformador ideal
- También vemos que es mayor S_{paso} que la potencia nominal del transformador de partida, S_{trafo}

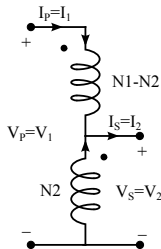
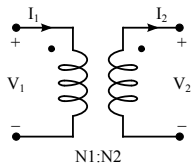
$$\frac{S_{trafo}}{S_{paso}} = \frac{V_1 \cdot I_1}{V_p \cdot I_p} = \frac{(V_p - V_s) \cdot I_p}{V_p \cdot I_p} \Rightarrow S_{trafo} = \frac{V_p - V_s}{V_p} \cdot S_{paso}$$

Autotransformadores: comparación con un transformador equivalente (I)

- Tanto el autotrafo como el trafo deben tener la misma r_t y S_N

$$r_t = \frac{N1}{N2}$$

$$S_N = V_1 I_1$$



$$r_t = \frac{(N1-N2)+N2}{N2}$$

$$r_t = \frac{N1}{N2}$$

$$S_N = V_1 I_1$$

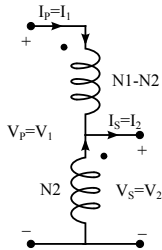
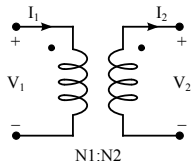
- N° total espiras: $N1+N2 \Rightarrow \uparrow Cu, \uparrow P_{Cu}$ y $\uparrow \epsilon$
- N° total espiras: $N1 \Rightarrow \downarrow Cu, \downarrow P_{Cu}$ y $\downarrow \epsilon$
- Circuito magnético: mayor $\Rightarrow \uparrow Fe, \uparrow P_{Fe}$ y $\uparrow \epsilon$
- Circuito magnético: menor $\Rightarrow \downarrow Fe, \downarrow P_{Fe}$ y $\downarrow \epsilon$

- 1ª Conclusión: Siendo mas caro de fabricar y teniendo mas pérdidas el transformador ¿Por qué se usan los transformadores muchísimo más que los autotransformadores?

Autotransformadores: comparación con un transformador equivalente (II)

$$r_t = \frac{N_1}{N_2}$$

$$S_N = V_1 I_1$$



$$r_t = \frac{(N_1 - N_2) + N_2}{N_2}$$

$$r_t = \frac{N_1}{N_2}$$

$$S_N = V_1 I_1$$

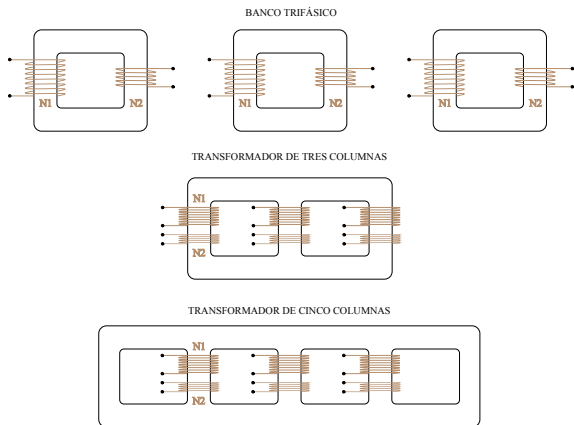
- N° total espiras: $N_1 + N_2 \Rightarrow \uparrow P_{Cu}, \uparrow P_{Fe}$ y $\uparrow \epsilon$
 - Circuito magnético: mayor $\Rightarrow \uparrow P_{Fe}$, $\uparrow P_{Cu}$ y $\uparrow \epsilon$
 - \exists aislamiento $\Rightarrow \downarrow \epsilon$
 - $\uparrow \Phi_s \Rightarrow \uparrow \bar{Z}_{cc}, \downarrow I_{corto}$ y $\downarrow \epsilon$
 - N° total espiras: $N_1 \Rightarrow \downarrow P_{Cu}, \downarrow P_{Fe}$ y $\downarrow \epsilon$
 - Circuito magnético: menor $\Rightarrow \downarrow P_{Fe}, \downarrow P_{Cu}$ y $\downarrow \epsilon$
 - \nexists aislamiento $\Rightarrow \uparrow \epsilon$
 - $\downarrow \Phi_s \Rightarrow \downarrow \bar{Z}_{cc}, \uparrow I_{corto}$ y $\uparrow \epsilon$
- 2ª Conclusión: $\uparrow \epsilon$ en aislamiento del nivel de menor tensión y $\uparrow \epsilon$ en interruptores de mayor capacidad de cortocircuito \Rightarrow uso mayoritario de los transformadores
- Aplicaciones del autotransformador
- Para convertir tensiones próximas ($r_t = 3$ o menores)
 - Como fuente de alterna variable utilizando un devanado continuo $\Rightarrow r_t$ continua

Índice

- 1 Introducción
- 2 Transformador monofásico
- 3 Autotransformadores
- 4 Transformadores trifásicos**
- 5 Transformadores regulables
- 6 El transformador como cuadripolo

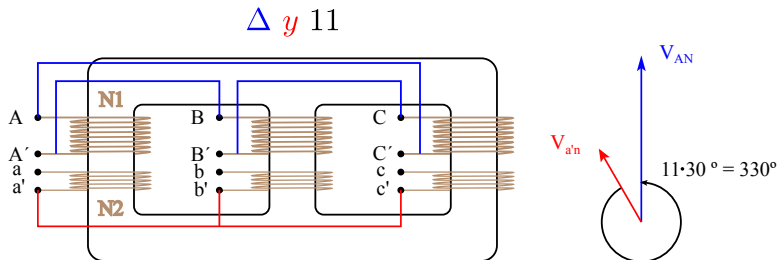
Transformadores trifásicos

- Son una extensión del trafo monofásico con la diferencia del circuito magnético, un aumento del número total de devanados y la posibilidad de conectar estos de formas diferentes
- Clasificación
 - En función del tipo de circuito magnético:



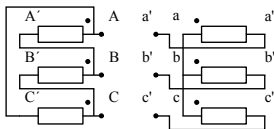
Transformadores trifásicos: clasificación

- En función del número de devanados por columnas:
 - Transformadores de devanados separados
 - 2 devanados (primario-secundario)
 - 3 devanados (primario-secundario-terciario)
 - Transformadores de devanado continuo
 - Reactancias
 - Autotransformadores
- En función del tipo de conexión de sus devanados:
 - Estrella
 - Triángulo
 - Zig-zag
 - Según el tipo de conexión de sus devanados, además de modificar el módulo, se puede modificar el desfase entre tensiones $\Rightarrow \bar{r}_t = \frac{\bar{V}_{AB}}{\bar{V}_{ab}} = \frac{\bar{V}_{AN}}{\bar{V}_{an}}$ y, para cualquier grupo de conexión, se verifica la propiedad de adaptación de impedancias $\bar{Z}_{\text{primario}} = rt^2 \bar{Z}_{\text{secundario}}$



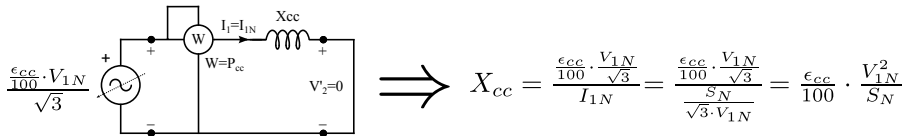
Transformadores: obtención del circuito monofásico equivalente

- Ejemplo: Dados los siguientes datos nominales de un transformador trifásico: S_N , V^{LINEA}/V^{linea} , $\epsilon_{cc}(\%)$ y el grupo de conexión $\Delta y5$ obtener:
 - El circuito equivalente monofásico inductivo
 - \bar{r}_t supuesto $N1$ espiras en el primario y $N2$ en el secundario



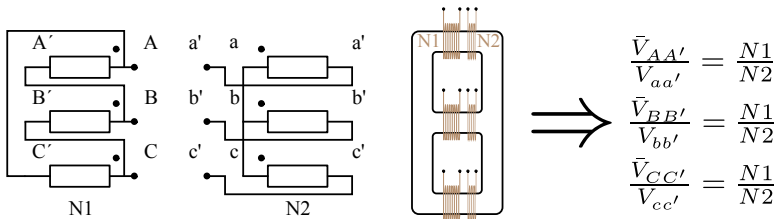
■ Solución:

- Para obtener X_{cc} en el lado del primario (X_{cc1})



- Para obtener X_{cc} en el lado del secundario $\Rightarrow X_{cc2} = \frac{\epsilon_{cc}}{100} \cdot \frac{V_{2N}^2}{S_N} = X_{cc1}/r_t^2$

Transformadores: obtención del circuito monofásico equivalente (II)



■ \bar{r}_t supuesto $N1$ espiras en el primario y $N2$ en el secundario

- Puesto que por definición $\bar{r}_t = V^{LINEA} / V^{linea} = V^{FASE} / V^{fase}$ para un sistema equilibrado, la idea es calcular todas las tensiones en función de una de ellas.
- Si la tensión es del primario se relaciona con sólo una de ellas, por ejemplo \bar{V}_{AB}
- Si la tensión es del secundario, se transforma a una del primario y se aplica la regla anterior
- Finalmente se simplifica la tensión común, \bar{V}_{AB} , y se obtiene \bar{r}_t

$$\bar{r}_t = \frac{\bar{V}_{AB}}{V_{a'b'}}$$

- Vamos a escoger $\bar{V}_{AB} = \bar{V}_{AA'}$ como referencia

$$\bar{V}_{a'b'} = \bar{V}_{a'n} + \bar{V}_{nb'} = \bar{V}_{a'a} + \bar{V}_{bb'}$$

$$\bar{V}_{a'a} = -\bar{V}_{aa'} = -\frac{N2}{N1} \cdot \bar{V}_{AA'}$$

$$\bar{V}_{bb'} = \frac{N2}{N1} \cdot \bar{V}_{BB'} = \frac{N2}{N1} \cdot \bar{V}_{AA'} e^{-j \cdot 120} \quad (\text{por formar } \bar{V}_{AA'}, \bar{V}_{BB'} \text{ y } \bar{V}_{CC'} \text{ un sistema de secuencia directa})$$

$$\text{■ Sustituyendo } \Rightarrow \bar{r}_t = \frac{\bar{V}_{AA'}}{\frac{N2}{N1} (-1 + e^{-j \cdot 120}) \cdot \bar{V}_{AA'}} = \frac{N1}{\sqrt{3}N2} \cdot e^{j \cdot 150}$$

Índice

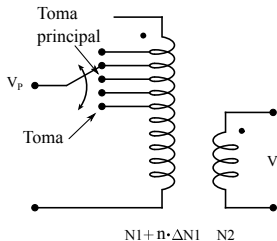
- 1 Introducción
- 2 Transformador monofásico
- 3 Autotransformadores
- 4 Transformadores trifásicos
- 5 Transformadores regulables**
- 6 El transformador como cuadripolo

Transformadores regulables

- Es un transformador que se utiliza en la explotación de redes eléctricas cuando interesa poder modificar, en un rango estrecho, el módulo o la fase de la tensión de determinados nudos.
- Tipos
 - Transformador de regulación de módulo
 - Transformador de regulación de fase

Transformadores regulables: transformador de regulación de módulo

- Una solución: Transformador con varias relaciones de transformación a elegir
 - Cada toma define un n° efectivo de espiras
 - Una de ellas es la toma principal y a ella se refieren las magnitudes asignadas (S_N , V_N e I_N)
 - Regulación: seleccionar la toma para que la r_t sea la adecuada



$$\text{Factor de toma: } FT \triangleq \frac{V_{toma}}{V_{principal}}$$

$$\text{Regulación: } reg \triangleq \frac{V_{toma} - V_{principal}}{V_{principal}} \cdot 100$$

$$\left. \begin{aligned} r_t &= \frac{V_{toma}}{V_{2N}} = \frac{V_{toma}}{V_{1N}} \cdot \frac{V_{1N}}{V_{2N}} = FT \cdot r_{tN} \\ r_t &= \frac{V_{toma}}{V_{2N}} = \frac{V_{1N} \cdot (1 + reg/100)}{V_{2N}} \end{aligned} \right\} reg = (FT - 1)100$$

Toma	V_1	V_2	Factor de Toma	Regulación
1	26875	420	1.075	7.5 %
2	26250	420	1.05	5.0 %
3	25625	420	1.025	2.5 %
4	25000	420	1	0.0 %
5	24375	420	0.975	-2.5 %
6	23750	420	0.95	-5.5 %

Tabla: Tomas de un transformador real de 25/0.4kV

Transformadores regulables: transformador de regulación de módulo (II)

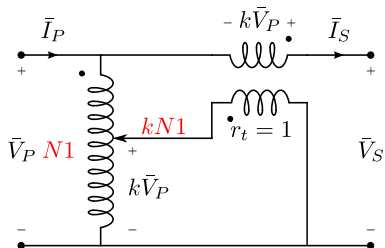
■ Se define también:

- Margen de regulación: $26875 - 23750 = 3125\text{V}$
- Tensión por escalón: $2.5\% * 25000 = 625\text{V}$
- N° de escalones: 6

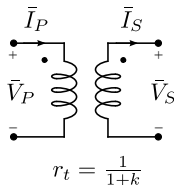
■ Se utilizan para:

- Control de pequeñas caídas de tensión de línea ($\pm 10\%$)
- Control de la caída de tensión interna del transformador en carga
- Control del flujo de reactiva

■ Otra solución: Inyección de tensión en fase



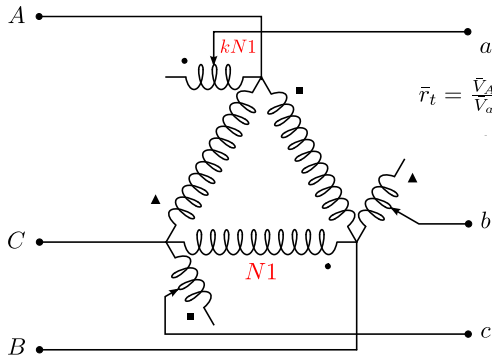
$$\frac{\bar{V}_P}{\bar{V}_S} = \frac{1}{1+k} \Rightarrow$$



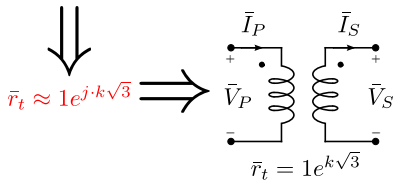
$$\bar{V}_S = \bar{V}_P + k\bar{V}_P = (1+k)\bar{V}_P$$

Transformadores regulables: transformador de regulación de fase

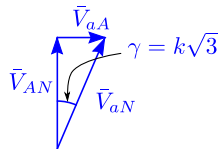
■ Un esquema: Inyección de tensión en cuadratura



$$\bar{r}_t = \frac{\bar{V}_{AN}}{\bar{V}_{aA}} = \frac{1}{(1+3k^2)^{1/2} e^{-j \cdot \text{atan}(k\sqrt{3})}}$$



$$\bar{r}_t \approx 1e^{j \cdot k\sqrt{3}}$$



$$\bar{V}_{aA} = \bar{V}_{aA} + \bar{V}_{AN}$$

$$\bar{V}_{aA} = k\bar{V}_{BC} = k\sqrt{3}\bar{V}_{AN}e^{-j90} = -jk\sqrt{3}\bar{V}_{AN}$$

$$\bar{V}_{aA} = (1 - jk\sqrt{3})\bar{V}_{AN} = (1 + 3k^2)^{1/2}e^{-j \cdot \text{atan}(k\sqrt{3})}\bar{V}_{AN}$$

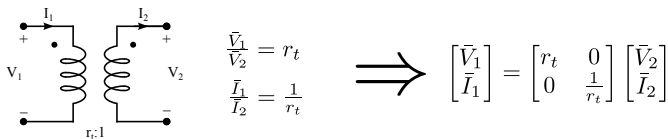
■ Se utiliza para el control de activa

Índice

- 1 Introducción
- 2 Transformador monofásico
- 3 Autotransformadores
- 4 Transformadores trifásicos
- 5 Transformadores regulables
- 6 El transformador como cuadripolo**

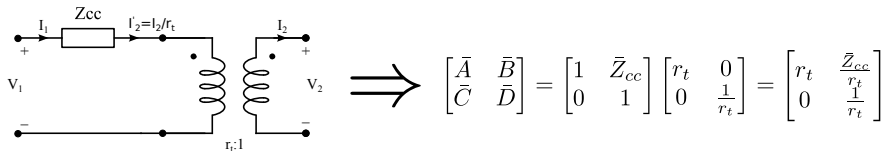
El transformador como cuadripolo

■ Cuadripolo del transformador ideal



■ Cuadripolos de modelos de transformador real

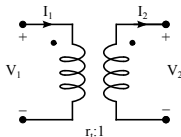
- Los parámetros del cuadripolo están en cascada con el trafo ideal
- Por ejemplo:



- Este cuadripolo sirve para cualquier r_t con la que esté trabajando el trafo, en concreto si estuviera con la relación de transformación nominal $\Rightarrow r_t = r_{tn}$

El transformador como cuadripolo (II)

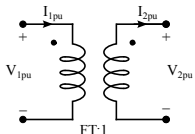
- Si estamos trabajando en pu y el transformador está funcionando con una relación de transformación $r_t = FT \cdot r_{tn}$



$$\frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2} = r_t \quad \Rightarrow \quad \frac{\bar{V}_{1pu} \cdot V_{1base}}{\bar{V}_{2pu} \cdot V_{2base}} = r_t = FT \cdot r_{tn}$$

$$\frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} = \frac{1}{r_t} \quad \Rightarrow \quad \frac{\bar{I}_{1pu} \cdot I_{1base}}{\bar{I}_{2pu} \cdot I_{2base}} = \frac{1}{r_t} = \frac{1}{FT \cdot r_{tn}}$$

- Si suponemos, como es usual, que $V_{1base} = r_{tn} \cdot V_{2base}$ y que $S_{1base} = S_{2base}$ con lo que $I_{1base} = 1/r_{tn} \cdot I_{2base} \Rightarrow$

$$\frac{\bar{V}_{1pu}}{\bar{V}_{2pu}} = FT \quad \Rightarrow \quad \frac{\bar{I}_{1pu}}{\bar{I}_{2pu}} = \frac{1}{FT}$$


$$\begin{bmatrix} \bar{V}_{1pu} \\ \bar{I}_{1pu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} FT & 0 \\ 0 & \frac{1}{FT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{2pu} \\ \bar{I}_{2pu} \end{bmatrix}$$

- Si el transformador ideal está trabajando con $r_t = r_{tn} \Rightarrow FT = 1$ y los parámetros de transmisión serán la matriz identidad
- En caso contrario, en pu, el transformador ideal regulado debe ser sustituido por uno con $r_t = FT$