

# Cálculo eléctrico de líneas II

## Capacidades y conductancias

Juan Alvaro Fuentes Moreno  
juanalvaro.fuentes@upct.es

Departamento de Ingeniería Eléctrica  
Universidad Politécnica de Cartagena

enero 2012

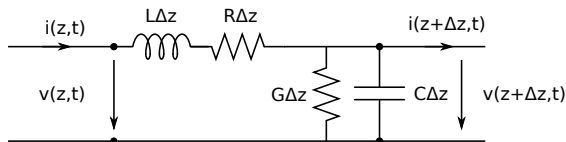
## Índice

---

- 1** Introducción
- 2 Capacidad de la línea: d.p.p debida a una línea cargada
- 3 Líneas polifásicas: concepto de capacidad al neutro
- 4 Capacidad de líneas monofásicas
- 5 Capacidad de líneas trifásicas
- 6 Conductancia de las líneas

## ■ Líneas eléctricas

- Elementos básicos de las redes eléctricas cuya función es el transporte de la energía eléctrica entre dos puntos
- Se caracteriza utilizando 4 parámetros que afectan a su funcionamiento: resistencia, inductancia, capacidad y conductancia
- Tipos de líneas
  - Líneas aéreas, utilizadas sobre todo en transporte y distribución
  - Líneas subterráneas, utilizados sobre todo en distribución
  - Barras rígidas desnudas sobre aisladores, utilizados en subestaciones y centros de transformación
- Elementos
  - Conductores
  - Aisladores
  - Estructuras de apoyo
  - Cable de tierra o de protección
- En esta lección obtendremos los parámetros C y G en función de:
  - Longitud de la línea
  - Tipo de conductor
  - Espaciamiento entre conductores



## Índice

---

- 1 Introducción
- 2 Capacidad de la línea: d.p.p debida a una línea cargada**
- 3 Líneas polifásicas: concepto de capacidad al neutro
- 4 Capacidad de líneas monofásicas
- 5 Capacidad de líneas trifásicas
- 6 Conductancia de las líneas

- Capacidad es un parámetro utilizado para calcular la carga eléctrica almacenada en un conductor en función de su potencial

- Por electromagnetismo se verifica  $\Rightarrow \nabla \cdot \bar{D} = \rho_l$  donde  $\bar{D} = \varepsilon \bar{E}$
- Si  $\rho_l = 0$  entonces  $\nabla \cdot \bar{D} = 0$  y si el medio es homogéneo  $\Rightarrow \nabla^2 V = 0$  (ec. Laplace)
- La resolución de esta ecuación se puede hacer si el sistema es completo  $\Rightarrow$ 
  - Se ha de especificar la posición de todos los conductores cargados
  - Hay que conocer las distintas diferencias de potencial entre ellos o los gradientes de potencial en su superficie (equivalente a conocer su densidad superficial)
  - Se tiene que verificar que la suma de todas las cargas de todos los conductores del sistema sea nula:  $\sum_{l=1}^n q_l = 0$
- En el caso general se demuestra que, dado un sistema completo de  $n$  conductores, existe la siguiente relación lineal entre las cargas eléctricas de estos conductores y sus potenciales respecto a uno que se tome como referencia, p.e el  $n$

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ \dots \\ q_k \\ \dots \\ q_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{k1} & \alpha_{k2} & \dots & \alpha_{k,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n-1,1} & \alpha_{n-1,2} & \dots & \alpha_{n-1,n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ \dots \\ V_k \\ \dots \\ V_{n-1} \end{bmatrix} \quad (1)$$

- Pudiéndose expresar también como

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dots \\ q_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{12}(V_1 - V_2) + C_{13}(V_1 - V_3) + \dots + C_{1n}(V_1 - V_n) \\ C_{12}(V_2 - V_1) + C_{23}(V_2 - V_3) + \dots + C_{2n}(V_2 - V_n) \\ \dots \\ C_{1,n-1}(V_{n-1} - V_1) + C_{2,n-1}(V_{n-1} - V_2) + \dots + C_{n-1,n}(V_{n-1} - V_n) \end{bmatrix} \quad (2)$$

# Capacidad de la línea: coeficientes de capacidades parciales

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dots \\ q_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{12}(V_1 - V_2) + C_{13}(V_1 - V_3) + \dots + C_{1n}(V_1 - V_n) \\ C_{12}(V_2 - V_1) + C_{23}(V_2 - V_3) + \dots + C_{2n}(V_2 - V_n) \\ \dots \\ C_{1,n-1}(V_{n-1} - V_1) + C_{2,n-1}(V_{n-1} - V_2) + \dots + C_{n-1,n}(V_{n-1} - V_n) \end{bmatrix} \quad (3)$$

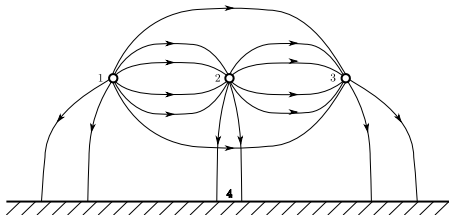
■ Los  $C_{ij}$  se denominan coeficientes de capacidades parciales

■ Verifican que  $C_{ij} = C_{ji}$

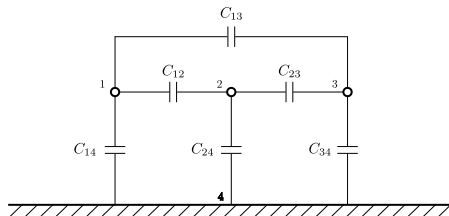
■ Conociendo  $Q_i$  y  $V_i - V_j \Rightarrow C_{ij} = \frac{Q_i}{(V_i - V_j)}$

■ Para un sistema de 4 conductores su esquema eléctrico equivalente sería:

■ Sistema físico



■ Sistema eléctrico equivalente

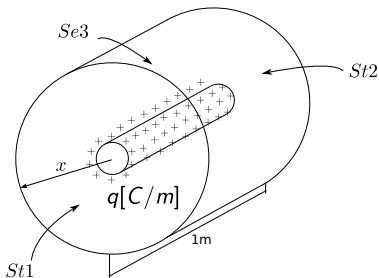
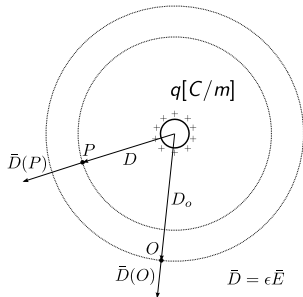


# Capacidad de la línea: potencial en un punto debido a una línea cargada

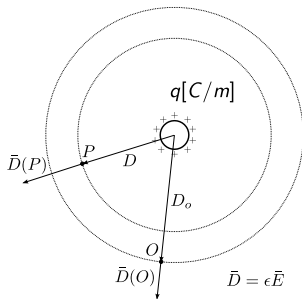
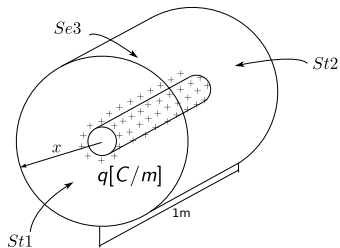
- Dada una línea infinita con  $+q \left[ \frac{C}{m} \right]$  y tomando como origen de potencial a  $O$  la d.p.p. entre  $P$  y  $O$  es:

$$V(P) - V(O) = \frac{+q}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D_o}{D}$$

- A partir de esta expresión, y aplicando superposición, obtendremos la capacidad
- Como, por simetría, sabemos la dirección y sentido de  $\vec{D} = \epsilon \vec{E} \Rightarrow$  Utilizaremos la ley de Gauss para el cálculo de  $\vec{E}$  y, a partir de ahí, la d.p.p.



Capacidad de la línea: d.p.p debido a línea cargada  $V(P)-V(O)=\frac{1}{2\pi\epsilon}\ln\frac{D_o}{D}q$



## Demostración.

- Ley de Gauss  $\Rightarrow \oint \bar{D} \cdot d\bar{s} = \int \rho_l dV$ 
  - $\oint \bar{D} \cdot d\bar{s} = \int_{St1} \bar{D} \cdot d\bar{s} + \int_{St2} \bar{D} \cdot d\bar{s} + \int_{Se3} \bar{D} \cdot d\bar{s} = 0 + 0 + \int_0^{2\pi} \int_0^1 D_r x d\phi dz = D_r 2\pi x$
  - $\int \rho_l dV = \int_0^{2\pi} \int_0^x \int_0^1 \rho_l x dx d\phi dz = +q$  [C/m]
- Igualando:  $D_r 2\pi x = q \Rightarrow D_r = \frac{q}{2\pi x}$  y  $E_r = \frac{q}{2\pi \epsilon x}$  siempre que  $x >$  radio conductor
- Por lo tanto, como  $V(P)-V(O)=\int_P^O \bar{E} \cdot d\bar{x}$ 

$$V(P) - V(O) = \int_P^O \frac{q}{2\pi \epsilon x} dx \Rightarrow V(P) - V(O) = \frac{1}{2\pi \epsilon} \ln \frac{D_o}{D} q$$



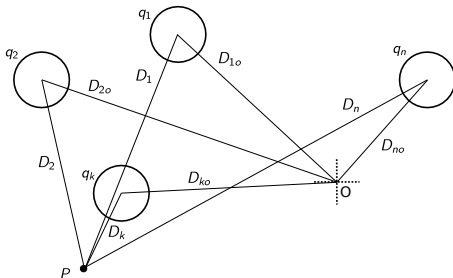
## Índice

---

- 1 Introducción
- 2 Capacidad de la línea: d.p.p debida a una línea cargada
- 3 Líneas polifásicas: concepto de capacidad al neutro**
- 4 Capacidad de líneas monofásicas
- 5 Capacidad de líneas trifásicas
- 6 Conductancia de las líneas

# Líneas polifásicas: cálculo de d.p.p $V(P) - V(O) = \sum_{l=1}^n \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{1}{D_l} q_l$

- Dado el sistema completo de  $n$  conductores con densidades lineales de carga  $q_l$  [C/m] y que verifica  $D_{lo} \approx D_o \forall l \in 1..n$ , la d.p.p entre un punto arbitrario  $P$  y un origen de potencial  $O$  es:  $V(P) - V(O) = \sum_{l=1}^n \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{1}{D_l} q_l$



## Demostración.

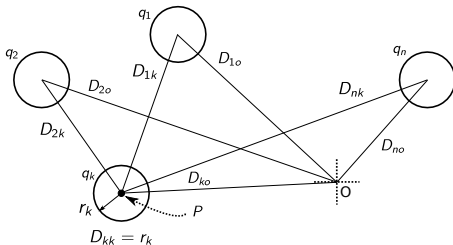
- Aplicando superposición de  $\vec{E}$  (suma de fuerzas)  $\Rightarrow V(P) - V(O) = \sum_{l=1}^n \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D_{ol}}{D_l} q_l$
- Como el sistema es completo,  $\sum_{l=1}^n q_l = 0$ , y  $D_{lo} \approx D_o \forall l \in 1..n \Rightarrow$   

$$V(P) - V(O) = \sum_{l=1}^n \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{1}{D_l} q_l + \sum_{l=1}^n \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln D_{ol} q_l \approx \sum_{l=1}^n \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{1}{D_l} q_l + \sum_{l=1}^n \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln D_o q_l$$

$$V(P) - V(O) = \sum_{l=1}^n \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{1}{D_l} q_l + \frac{\ln D_o}{2\pi\epsilon} \sum_{l=1}^n q_l = \sum_{l=1}^n \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{1}{D_l} q_l + 0$$

# Líneas polifásicas: cálculo de d.p.p fase neutro $V(k) = \sum_{l=1}^n \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{1}{D_{lk}} q_l$

- Dado el sistema completo de  $n$  conductores con densidades lineales de carga  $q_l$  [C/m] y que verifica  $D_{lo} \approx D_o \forall l \in 1..n$ , la d.p.p entre el conductor  $k$  y un origen de potencial  $O$  es:  $V(k) = \sum_{l=1}^n \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{1}{D_{lk}} q_l$



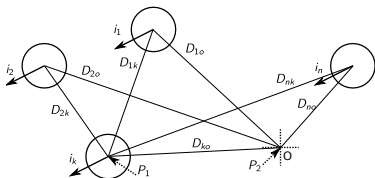
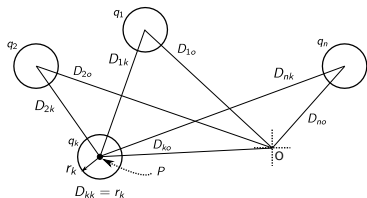
## Demostración.

- Tomando  $V(O) = 0$  y sustituyendo  $D_k$  por  $D_{lk} \Rightarrow$

$$V(k) = \sum_{l=1}^n \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{1}{D_{lk}} q_l \text{ donde } \begin{cases} \text{Si } k \neq l \Rightarrow D_{lk} = D_{lk} \\ \text{Si } k = l \Rightarrow D_{kk} = r_k \text{ (Ahora es } \neq r'_k) \end{cases}$$

- $D_{kk} = r_k$  puesto que  $[V(k) - V(O)]_k = \int_{r_k}^O \frac{q_k}{2\pi\epsilon x} dx$  ya que en el interior de  $k$   $\vec{E} = 0$

# Líneas polifásicas: semejanzas entre flujo y d.p.p



- La expresión de la d.p.p entre  $k$  y el origen  $O$  es:

$$V(k) = \sum_{l=1}^n \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{1}{D_{lk}} q_l \text{ donde } \begin{cases} \text{Si } k \neq l \Rightarrow D_{lk} = D_{lk} \\ \text{Si } k = l \Rightarrow D_{kk} = r_k \text{ (} r_k \neq r'_k \text{)} \end{cases}$$

- La expresión del flujo entre  $k$  y  $O$  es:

$$\Phi_{ko} = \sum_{l=1}^n \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{1}{D_{lk}} i_l \text{ donde } \begin{cases} \text{Si } k \neq l \Rightarrow D_{lk} = D_{lk} \\ \text{Si } k = l \Rightarrow D_{kk} = r'_k \end{cases}$$

- Realizando los mismos desarrollos del tema anterior -haz, transposición y doble-  $\Rightarrow$

$$\text{Si } \Phi_{ko} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{DMG}{RMG} i_k \text{ entonces } V(k) = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{DMG}{RMG} q_k \text{ (y ahora } D_{kk} = r_k \text{)}$$

## Líneas polifásicas: concepto de capacidad al neutro (capacidad aparente)

- La diferencia de potencial entre el conductor  $k$  y el punto  $O$  en RES,  $\bar{V}(k) - \bar{V}(O)$  depende de la geometría de la línea, por medio de  $\frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{1}{D_{lk}}$ , y de las cargas  $\bar{q}_l \Rightarrow$  No se puede resolver por el circuito monofásico equivalente
- Se define capacidad al neutro (capacidad aparente) del conductor  $k$  al punto  $O$ ,  $C_k$ , al parámetro obtenido como:

$$C_k = \frac{q_k}{V(k)} \text{ donde } \begin{cases} q_k \text{ [C/m]} & = \text{ densidad de carga lineal del conductor } k \\ V(k) \text{ [V]} & = \text{ es la d.p.p de } k \text{ al neutro: } V(k)-V(O) \end{cases}$$

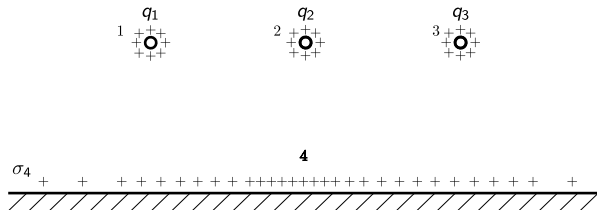
- Sustituyendo  $V(k) (= \sum_{l=1}^n \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{1}{D_{lk}} q_l)$  en la expresión de capacidad al neutro

$$C_k = \frac{q_k}{V(k)} = \frac{q_k}{\sum_{l=1}^n \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{1}{D_{lk}} q_l}$$

- Si además las cargas se expresaran como fasores cuando estemos en RES  $\Rightarrow$ 
  - Tendríamos una capacidad al neutro compleja que depende de la geometría y de las densidades lineales de carga de todos los conductores  $\Rightarrow$  Sistema desequilibrado
  - Transponiendo la línea conseguiremos el mismo resultado que con las inductancias
- Del resultado anterior obtenido para líneas transpuestas:

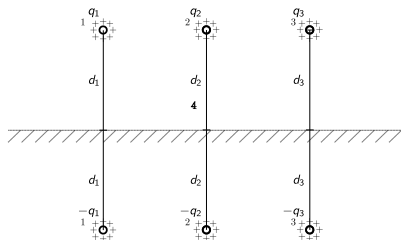
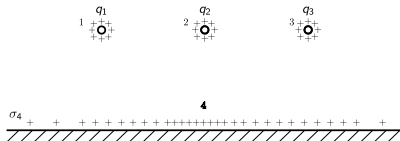
$$V(k) = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{DMG}{RMG} q_k \Rightarrow C_k = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{DMG}{RMG}} \text{ (donde ahora } D_{kk} = r_k)$$

# Líneas polifásicas: incluyendo el efecto de tierra



- La expresión obtenida para la d.p.p,  $V(k) = \sum_{l=1}^n \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{1}{D_{lk}} q_l$  es válida cuando el sistema está formado por  $k$  conductores cilíndricos con densidades lineales de carga  $q_k \Rightarrow$  ¿Como se puede estudiar el efecto de las cargas inducidas sobre el plano de tierra?
- El plano de tierra, otro conductor mas en el sistema, se estudia utilizando el método de las imágenes:
  - Se sustituye el problema a resolver por otro que tenga, en la zona que interese, la misma geometría e iguales condiciones de contorno  $\Rightarrow$  Por el teorema de existencia y unicidad de la solución del potencial las soluciones son idénticas
  - Sólo es utilizable para geometrías simples (líneas, planos,...)
  - Se sustituye el conductor por cargas equivalentes dentro del propio conductor y la solución es válida fuera de éste

# Líneas polifásicas: incluyendo el efecto de tierra (II)



- Sistema con tres conductores y tierra  $\Rightarrow$  Sistema con seis conductores sin tierra
  - Las imágenes de los conductores, p.e. el  $k$ , estará situada a la misma distancia respecto al plano de tierra que el original,  $k$ , y su densidad de carga será igual y opuesta,  $-q_k$
  - La solución sólo es válida en el espacio limitado por los tres conductores y la tierra  $\Rightarrow$  justo donde queremos

■ Solución para un sistema de seis conductores  $\Rightarrow v(k) = \sum_{l=1}^6 \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{1}{D_{lk}} q_l$

■ Si  $D'_{lk}$  es la distancia de la imagen de  $l$  a  $k$   $\Rightarrow v(k) = \frac{1}{2\pi\epsilon} \sum_{l=1}^3 \left( \ln \frac{1}{D_{lk}} q_l + \ln \frac{1}{D'_{lk}} (-q_l) \right)$

$$V(k) = \sum_{l=1}^3 \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D'_{lk}}{D_{lk}} q_l = \sum_{l=1}^3 \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{1}{\frac{D_{lk}}{D'_{lk}}} q_l \Rightarrow C_k = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{DMG}{RMG}} \text{ donde } \begin{cases} D_{lk} = \frac{D_{lk}}{D'_{lk}} \\ D_{kk} = \frac{D_{kk}}{D'_{kk}} \end{cases}$$

## Índice

---

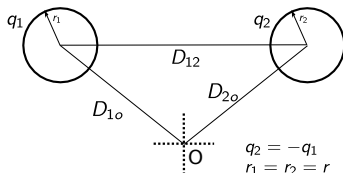
- 1 Introducción
- 2 Capacidad de la línea: d.p.p debida a una línea cargada
- 3 Líneas polifásicas: concepto de capacidad al neutro
- 4 Capacidad de líneas monofásicas**
- 5 Capacidad de líneas trifásicas
- 6 Conductancia de las líneas



# Líneas monofásicas: capacidad cuando la línea está formada por 1 hilo

- Dada la línea monofásica con densidades lineales de carga  $q_1$  y  $q_2 = -q_1$  y sus radios,  $r_1$  y  $r_2$ , son iguales a  $r$ , su capacidad monofásica se obtiene como:

$$\blacksquare C^{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\pi \epsilon}{\ln \frac{D_{12}}{r}}$$



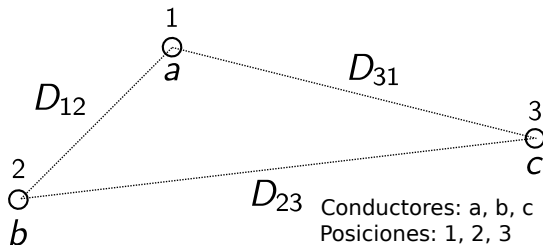
## Demostración.

- El coeficiente de capacidad  $C^{12} = \frac{q_1}{V(1)-V(2)}$
- Entonces necesitamos calcular  $V(1)-V(2)$  de:  $V(1)-V(2)=[V(1)-V(O)]-[V(2)-V(O)]$   
 $V(1)-V(O) = \sum_{l=1}^2 \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{1}{D_{lk}} q_l = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( \ln \frac{1}{D_{11}} q_1 + \ln \frac{1}{D_{21}} q_2 \right) = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D_{21}}{D_{11}} q_1 \Rightarrow C_1 = \frac{q_1}{V(1)-V(O)} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{D_{21}}{D_{11}}}$   
 $V(2)-V(O) = \sum_{l=1}^2 \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{1}{D_{lk}} q_l = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( \ln \frac{1}{D_{12}} q_1 + \ln \frac{1}{D_{22}} q_2 \right) = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D_{22}}{D_{12}} q_1 \Rightarrow C_2 = \frac{q_2}{V(2)-V(O)} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{D_{12}}{D_{22}}}$
- Y puesto que  $D_{21} = D_{12}$  y  $D_{11} = D_{22} = r \Rightarrow$   
 $V(1)-V(2) = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D_{12}^2}{r^2} q_1 = \frac{q_1}{\pi\epsilon} \ln \frac{D_{12}}{r} \Rightarrow C^{12} = \frac{q_1}{V(1)-V(2)} = \frac{\pi\epsilon}{\ln \frac{D_{12}}{r}}$
- Con lo que finalmente:  $C^{12} = \frac{q_1}{V(1)-V(2)} = \pi\epsilon / \ln \frac{D_{12}}{r}$  ( $\frac{1}{C^{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ )

## Índice

---

- 1 Introducción
- 2 Capacidad de la línea: d.p.p debida a una línea cargada
- 3 Líneas polifásicas: concepto de capacidad al neutro
- 4 Capacidad de líneas monofásicas
- 5 Capacidad de líneas trifásicas**
- 6 Conductancia de las líneas



■ Puesto que:  $\bar{q}_a + \bar{q}_b + \bar{q}_c = 0$ ,  $\bar{C}_k$ , donde  $k \in \{a, b, c\}$ , se puede calcular de:

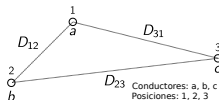
$$\bar{C}_k = \frac{\bar{q}_k}{\bar{V}(k)} = \frac{\bar{q}_k}{\sum_{l=1}^n \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{1}{D_{lk}} \bar{q}_l} \text{ donde } \begin{cases} \text{Si } k \neq l \Rightarrow D_{lk} = D_{lk} \\ \text{Si } k = l \Rightarrow D_{kk} = r_k \end{cases} \quad (4)$$

■ Por ejemplo: Cálculo de  $\bar{C}_a$  para esta disposición de conductores:  $\begin{cases} a \Rightarrow 1 \\ b \Rightarrow 2 \\ c \Rightarrow 3 \end{cases}$

$$\bar{C}_a = \frac{\bar{q}_a}{\frac{1}{2\pi\epsilon} \left( \ln \frac{1}{D_{11}} \bar{q}_a + \ln \frac{1}{D_{12}} \bar{q}_b + \ln \frac{1}{D_{13}} \bar{q}_c \right)}$$

# Líneas trifásicas: transposición

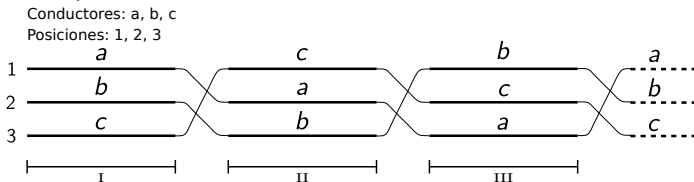
$$\bar{C}_a = \frac{\bar{q}_a}{\frac{1}{2\pi\epsilon} \left( \ln \frac{1}{D_{11}} \bar{q}_a + \ln \frac{1}{D_{12}} \bar{q}_b + \ln \frac{1}{D_{13}} \bar{q}_c \right)}$$



## ■ La capacidad presenta las siguientes propiedades:

- En general  $\bar{C}_a \in \mathbb{C}$  y  $\bar{C}_a \neq \bar{C}_b \neq \bar{C}_c$
- $\bar{C}_k$  será función de geometría y de las cargas de todos los conductores
- Aún siendo las tensiones en origen e intensidades equilibradas las cargas no  $\Rightarrow$  Intensidades en el extremo de la línea serán desequilibradas

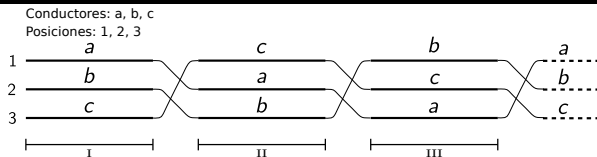
## ■ Solución: Transposición de las líneas



- Se dice que la línea está totalmente transpuesta si las longitudes de I, II y III son iguales.

- Demostraremos que, ahora,  $C_a = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{(D_{12}D_{23}D_{13})^{\frac{1}{3}}}{r_a}} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{DMG}{RMG}}$

# Líneas trifásicas: capacidad de líneas transpuestas $C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{DMG}{RMG}}$



## Demostración.

- La inversa de la capacidad media por transposición completa será:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_a}^I &= \frac{\bar{V}_a^I}{\bar{q}_a} = \frac{1}{2\pi\epsilon\bar{q}_a} \left[ \ln \frac{1}{D_{11}} \bar{q}_a + \ln \frac{1}{D_{12}} \bar{q}_b + \ln \frac{1}{D_{13}} \bar{q}_c \right] \\ \frac{1}{C_a}^{II} &= \frac{\bar{V}_a^{II}}{\bar{q}_a} = \frac{1}{2\pi\epsilon\bar{q}_a} \left[ \ln \frac{1}{D_{22}} \bar{q}_a + \ln \frac{1}{D_{23}} \bar{q}_b + \ln \frac{1}{D_{12}} \bar{q}_c \right] \\ \frac{1}{C_a}^{III} &= \frac{\bar{V}_a^{III}}{\bar{q}_a} = \frac{1}{2\pi\epsilon\bar{q}_a} \left[ \ln \frac{1}{D_{33}} \bar{q}_a + \ln \frac{1}{D_{13}} \bar{q}_b + \ln \frac{1}{D_{23}} \bar{q}_c \right] \\ \frac{1}{C_a} &= \frac{\frac{1}{C_a}^I + \frac{1}{C_a}^{II} + \frac{1}{C_a}^{III}}{3} = \frac{1}{2\pi\epsilon\bar{q}_a} \left[ \ln \frac{1}{r_a} \bar{q}_a + \ln \left( \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{13}} \right)^{\frac{1}{3}} \bar{q}_b + \ln \left( \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{13}} \right)^{\frac{1}{3}} \bar{q}_c \right] \end{aligned}$$

- Puesto que  $\bar{q}_a + \bar{q}_b + \bar{q}_c = 0 \Rightarrow$

$$\frac{1}{C_a} = \frac{1}{2\pi\epsilon\bar{q}_a} \left[ \ln \frac{1}{r_a} \bar{q}_a + \ln \left( \frac{1}{D_{12}D_{23}D_{13}} \right)^{\frac{1}{3}} (\bar{q}_b + \bar{q}_c) \right] = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{(D_{12}D_{23}D_{13})^{\frac{1}{3}}}{r_a} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{DMG}{RMG}$$

- Donde se definen  $DMG = (D_{12}D_{23}D_{13})^{\frac{1}{3}}$  y  $RMG = r_a$
- Si conductores iguales  $\Rightarrow C_a = C_b = C_c = C$  y  $C \in \mathbb{R} \Rightarrow$  El sistema será equilibrado

Líneas trifásicas dobles: capacidad  $C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{DMG}{RMG}}$

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{DMG}{RMG}} \left\{ \begin{array}{l} DMG = [D_{ab_{eq}} D_{bc_{eq}} D_{ca_{eq}}]^{\frac{1}{3}} \\ RMG = [RMG_a RMG_b RMG_c]^{\frac{1}{3}} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} D_{ab_{eq}} = [D_{12} D_{12'} D_{1'2} D_{1'2'}]^{\frac{1}{4}} \\ D_{bc_{eq}} = [D_{23} D_{23'} D_{2'3} D_{2'3'}]^{\frac{1}{4}} \\ D_{ca_{eq}} = [D_{13} D_{13'} D_{1'3} D_{1'3'}]^{\frac{1}{4}} \\ RMG_a = [D_{11} D_{11'} D_{1'1} D_{1'1'}]^{\frac{1}{4}} \\ RMG_b = [D_{22} D_{22'} D_{2'2} D_{2'2'}]^{\frac{1}{4}} \\ RMG_c = [D_{33} D_{33'} D_{3'3} D_{3'3'}]^{\frac{1}{4}} \end{array} \right.$$

■ Se diferencia de la línea sin conductores en haz en la traducción de los términos  $D_{kk}$

■ Línea doble con un único conductor en cada fase del circuito:

$$D_{kk} = r_k \quad (5)$$

■ Línea doble con  $N$  conductores en haz en cada fase del circuito:

$$D_{kk} = RMG_{haz} = [N \cdot r_k (A)^{N-1}]^{\frac{1}{N}} \quad (6)$$

■ Línea doble con  $N$  conductores en haz y, a su vez, cada conductor del haz formado por  $N_1$  hilos:

$$D_{kk} = RMG_{haz} = [N \cdot RMG_{conductor} (A)^{N-1}]^{\frac{1}{N}} \text{ y } RMG_{conductor} = \left[ \prod_{k=1}^{N_1} \prod_{l=1}^{N_1} D_{ij} \right]^{\frac{1}{N_1^2}} \quad (7)$$

## Índice

---

- 1 Introducción
- 2 Capacidad de la línea: d.p.p debida a una línea cargada
- 3 Líneas polifásicas: concepto de capacidad al neutro
- 4 Capacidad de líneas monofásicas
- 5 Capacidad de líneas trifásicas
- 6 Conductancia de las líneas**

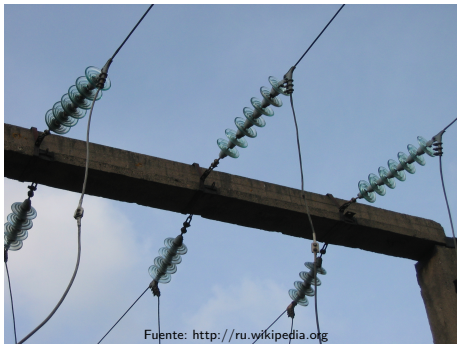
# Conductancia de las líneas

- Modelan fugas de corriente del conductor,  $G_f = \frac{I_p}{V}$ , y pérdidas externas a éste  
 $G_e = \frac{P_p}{V^2} \Rightarrow G = G_f + G_e$
- Sus causas serán distintas dependiendo de si son líneas aéreas o cables
  - Líneas aéreas:
    - Fugas a través de los aisladores  $\Rightarrow G_f$
    - Pérdidas por efecto corona  $\Rightarrow G_e$
  - Cables aislados
    - Fugas a través del aislamiento  $\Rightarrow G_f$
    - Pérdidas en el dieléctrico  $\Rightarrow G_e$
- Normalmente suelen despreciarse ya que se obtienen valores de  $G \approx 1 \cdot 10^{-8} [S/km]$

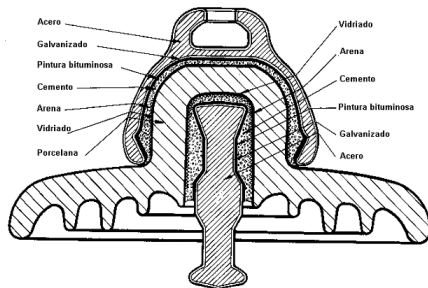


# Conductancia de las líneas: fugas a través de los aisladores

## ■ Aisladores en cadena



## ■ Elemento de la cadena



Fuente: <http://www.tuveras.com>

## ■ Corriente de fuga depende de:

### ■ Conducción superficial (contorneo)

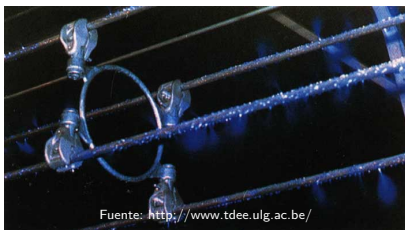
- Estado de contaminación del aislador
- Humedad relativa del aire (grado higrométrico del aire)
  - En zonas contaminadas o en el borde del mar se reforzará el aislamiento

### ■ Perforación del aislante

- Espesor
- Calidad y textura del aislante (ausencia de fisuras)

### ■ Ruptura dieléctrica del aire

- Depende de la atmósfera: presión, temperatura, humedad relativa, niebla, contaminación, etc.



## ■ Efecto corona

- Ionización del aire debido al campo eléctrico que aparece en la superficie del conductor sometido a alta tensión
- Tensión crítica disruptiva
  - Tensión a la que se inicia el fenómeno:  $E$  iguala la rigidez dieléctrica del aire  $\Rightarrow E_{cr}$
  - $E_{cr} = 30 \cdot \delta$  [kV/cm] (valor de pico), donde  $\delta = \frac{3 \cdot 921 \cdot h}{273 + \theta}$ , siendo  $h$  la presión barométrica en cm de Hg y  $\theta$  la temperatura en  $^{\circ}\text{C}$
- Depende principalmente de:
  - Geometría
    - Como  $E = q/(2\pi\epsilon r)$  si  $\downarrow r \Rightarrow \uparrow E$
  - Tensión
    - Como  $E = VC/(2\pi\epsilon r)$  si  $\uparrow V \Rightarrow \uparrow E$
  - Frecuencia
  - Naturaleza y estado de los conductores
    - Superficie limpia  $\Rightarrow$  Tensión crítica disruptiva mayor
    - Conductores cableados  $\Rightarrow$  Tensiones críticas disruptivas menores
  - Condiciones atmosféricas

# Conductancia de las líneas: efecto corona (II)

## ■ Efectos

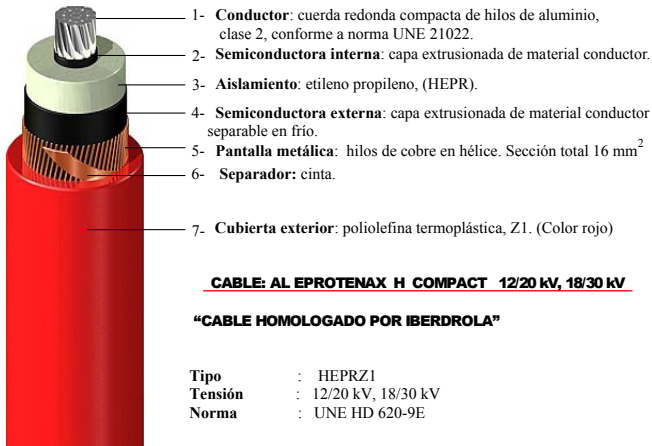
- Pérdidas de activa que pueden llegar a ser importantes
- Deterioro del material
  - Zonas del conductor con un pequeño defecto pueden ver acelerado su deterioro
- Producción de compuestos contaminantes
  - Ozono
  - Óxido de nitrógeno
  - Ácido nítrico
- Radiointerferencias (0.1-10 MHz)

## ■ Recursos anticorona

- Sustituir cobre por aluminio
  - Puesto que  $\rho_{cu} < \rho_{al} \Rightarrow$  A igualdad de resistencias el radio del aluminio es mayor
- Conductores en haz
  - Intenta imitar un conductor hueco de un radio  $A \Rightarrow$  Disminuye el campo eléctrico
- Separación de fases
  - Como  $E = VC/(2\pi\epsilon r)$  y  $C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{DMG}{RMG}}$  si  $\uparrow DMG \Rightarrow \downarrow C$  y, por lo tanto,  $\downarrow E$

# Conductancia de los cables: fugas a través del aislamiento

## Composición:



**CABLE: AL EPROTENAX H COMPACT 12/20 kV, 18/30 kV**

**“CABLE HOMOLOGADO POR IBERDROLA”**

**Tipo** : HEPRZ1  
**Tensión** : 12/20 kV, 18/30 kV  
**Norma** : UNE HD 620-9E

Fuente: <http://www.prysmian.es/>

- Corriente de fuga debido a:
  - Conductividad del aislamiento (no perfecto)
  - Envejecimiento
  - Acciones agua
  - Roedores

# Conductancia de los cables: pérdidas en el dieléctrico

- Corrientes y tensiones inducidas en las pantallas
  - Las cubiertas metálicas y las pantallas se suelen poner a tierra en ambos extremos  $\Rightarrow$  Esto cierra un circuito que produce pérdidas adicionales
- Pérdidas por histéresis dieléctrica  $\Rightarrow$  perdidas activa en forma de calor
- Las pérdidas en el aislamiento se pueden representar por medio de una resistencia en paralelo con la capacidad

$$P_{\epsilon} = \frac{V^2}{R} = V^2 \omega C \operatorname{tg} \delta \text{ donde } \left\{ \begin{array}{l} V = \text{tensión de trabajo (de fase en un sistema trifásico)} \\ \delta = \text{ángulo de pérdidas dieléctricas } \downarrow \\ \omega = \text{frecuencia angular} \\ C = \text{Capacidad} \end{array} \right.$$

- Determinación gráfica de parámetros

$$\left. \begin{array}{l} L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{DMG}{RMG} \\ C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{DMG}{RMG}} \end{array} \right\} \Rightarrow L \cdot C = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{DMG}{RMG} \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{DMG}{RMG}} \approx \mu\epsilon = \mu_r \epsilon_r \mu_o \epsilon_o = \frac{\mu_r \epsilon_r}{c^2}$$