

El método de las cantidades en por unidad

Juan Alvaro Fuentes Moreno
juanalvaro.fuentes@upct.es

Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad Politécnica de Cartagena

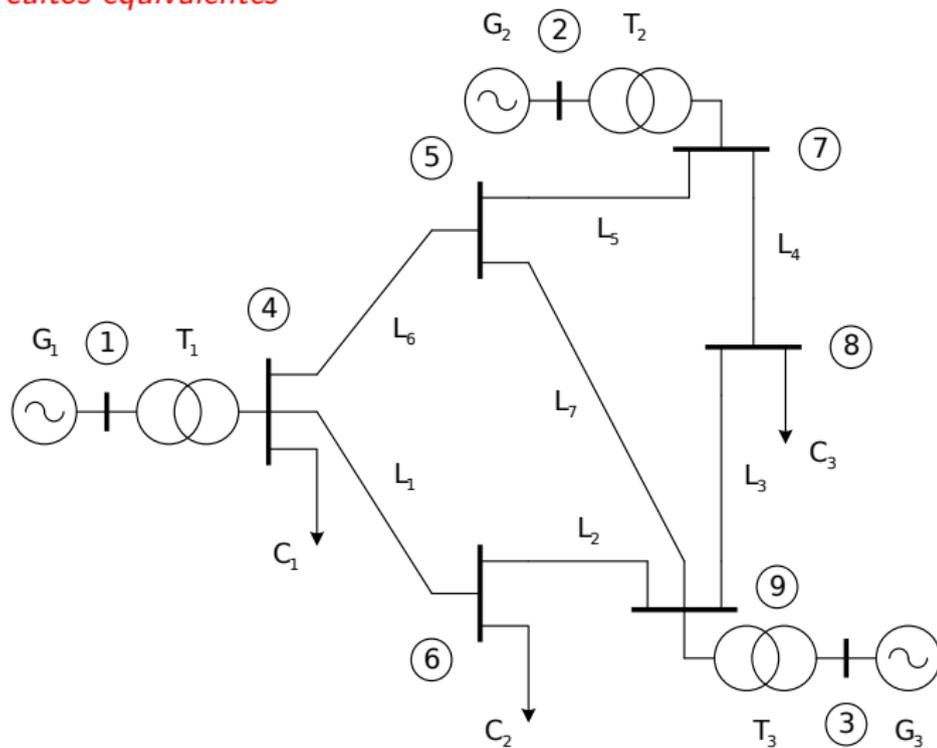
enero 2012

Índice

- 1 Representación de un sistema eléctrico de potencia
- 2 Método de las cantidades por unidad

Representación de un sistema eléctrico de potencia/energía (SEE)

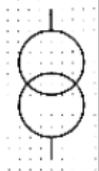
- Para representar sistemas eléctricos se utilizan *símbolos*, *diagramas unifilares* y *circuitos equivalentes*



Representación de un SEE: símbolos

- Los componentes de un SEE se representan mediante símbolos normalizados
- En España la norma UNE-EN 60617, Símbolos gráficos para esquemas, en sus partes 2 a 13 da informaciones generales sobre estructura, trazado, numeración y utilización de los símbolos
 - La norma UNE-EN 60617 es la versión española de la norma Europea EN 60617, aprobada por el CENELEC, que a su vez adopta la norma internacional CEI 617.

SECCIÓN 9 – SÍMBOLOS GENERALES PARA TRANSFORMADORES Y REACTANCIAS

Nº	Símbolo	Descripción
06-09-01	Forma 1 	Transformador de dos arrollamientos
06-09-02	Forma 2 	Las polaridades instantáneas de las tensiones se pueden indicar en la forma 2 del símbolo
06-09-03	Forma 2 	EJEMPLO: Transformador de dos arrollamientos, con indicación de la polaridad instantánea de las tensiones Corrientes instantáneas entrantes por los extremos de los arrollamientos marcados con un punto producen flujos aditivos

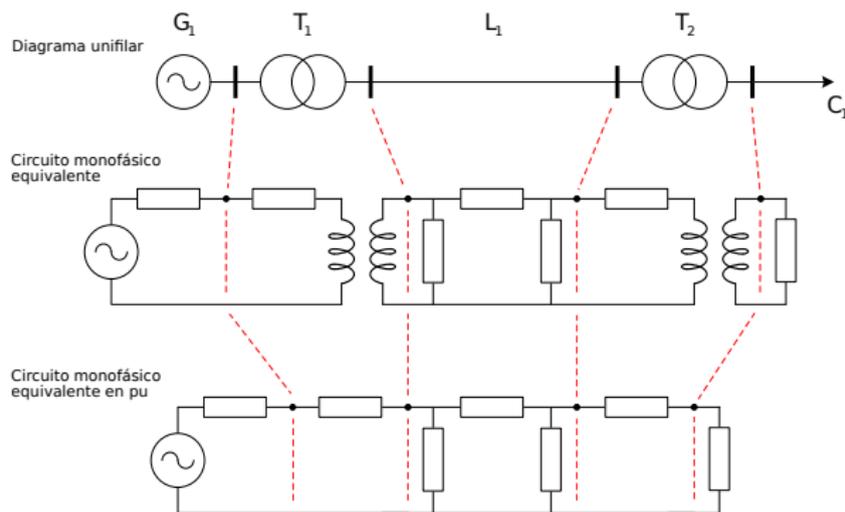
Representación de un SEE: diagramas unifilares

- Es la representación esquemática de un SEE
 - Dado que un sistema trifásico y equilibrado se resuelve por medio del circuito monofásico equivalente \Rightarrow fase+neutro
 - Se simplifica, aún más, eliminando el neutro e indicando las partes que lo componen mediante símbolos normalizados
 - No se muestran los parámetros del circuito
 - Las líneas se representan por una sola línea entre terminales
- Objetivo del diagrama es presentar información concisa acerca del SEE
 - Dependerá del propósito para el que se hace el diagrama
 - Un estudio del transporte de P y Q en régimen permanente no necesita saber que protecciones existen y sus características
 - En otros tipos de problemas es posible que sea necesario incluirlos
 - Para dar más información se dibuja al lado de los símbolos:
 - Valores relacionados con las cargas
 - Valores nominales de generadores, transformadores y líneas
 - Puestas a tierra, longitudes, etc.



Representación de un SEE: circuitos equivalentes

- El circuito equivalente se obtiene a partir del diagrama unifilar
 - Si el sistema está funcionando en régimen permanente equilibrado
 - Circuito monofásico equivalente
 - Si el sistema está funcionando en régimen permanente desequilibrado
 - Circuito trifásico equivalente
 - Circuitos equivalentes obtenidos por métodos matemáticos
 - Componentes simétricas \Rightarrow circuitos/redes de secuencia
- Este curso considerará el sistema funcionando en régimen permanente equilibrado



Índice

- 1 Representación de un sistema eléctrico de potencia
- 2 Método de las cantidades por unidad**

■ Normalización

- Una cantidad normalizada se define como una cantidad que es multiplicada o dividida por una cantidad fija denominada base
- En los SEE al hecho de normalizar las cantidades físicas se denomina **paso a pu**
- Este proceso de normalización, paso a pu, aplicado al análisis de SEE suele presentar las siguientes ventajas:
 - Los valores de las tensiones de los nudos del análisis de un SEE están en torno a 1 pu
 - Los circuitos equivalentes de los transformadores y de los autotransformadores no necesitan, en la mayoría de los casos, el uso del transformador ideal
 - Los circuitos equivalentes de las máquinas eléctricas, en general, presentan impedancias que varían dentro de rangos estrechos cuando los valores base utilizados para la normalización son los valores nominales de la propia máquina

■ Magnitud o cantidad expresada en por unidad

- Dado $\bar{A}(t)$, una cantidad que puede depender del tiempo, real o compleja, expresada en una unidad convencional (Voltios, Amperios, etc)
- Dado B , una cantidad que no depende del tiempo, real, expresada en la misma unidad que $\bar{A}(t)$
- Se define **magnitud en por unidad** como:

$$\bar{A}_{pu}(t) = \frac{\bar{A}(t)}{B}$$

Método de las cantidades por unidad (II)

- En los SEE las magnitudes que nos encontramos usualmente son:

- \Rightarrow ¿Elegimos 4 ctes de la base?

Magnitud	Base	Paso a pu
Voltios (V)	V_{base}	$\bar{V}_{pu} = \frac{\bar{V}}{V_{base}}$
Amperios (A)	I_{base}	$\bar{I}_{pu} = \frac{I}{I_{base}}$
Ohmios (Ω)	Z_{base}	$\bar{Z}_{pu} = \frac{Z}{Z_{base}}$
Potencia Aparente (VA)	S_{base}	$\bar{S}_{pu} = \frac{S}{S_{base}}$

■ Requisitos

- La ecuación de tensiones se debe escribir igual en pu que en MKS

- $\bar{V} = \bar{Z}\bar{I} \Rightarrow \bar{V}_{pu} = \bar{Z}_{pu}\bar{I}_{pu}$

- La ecuación de potencias se debe escribir igual en pu que en MKS

- $\bar{S} = \bar{V}\bar{I}^* \Rightarrow \bar{S}_{pu} = \bar{V}_{pu}\bar{I}_{pu}^*$

① $\bar{V} = \bar{Z}\bar{I}$
 $\bar{S} = \bar{V}\bar{I}^*$

② $\bar{V}_{pu} = \bar{Z}_{pu}\bar{I}_{pu}$
 $\bar{S}_{pu} = \bar{V}_{pu}\bar{I}_{pu}^*$

③ $\bar{A}_{pu}(t) = \frac{\bar{A}(t)}{B}$

①+③

$\bar{V}_{pu}V_{base} = \bar{Z}_{pu}Z_{base}\bar{I}_{pu}I_{base}$

$\bar{S}_{pu}S_{base} = \bar{V}_{pu}V_{base}\bar{I}_{pu}^*I_{base}$

②

~~$\bar{V}_{pu}V_{base} = \bar{Z}_{pu}Z_{base}\bar{I}_{pu}I_{base}$~~

~~$\bar{S}_{pu}S_{base} = \bar{V}_{pu}V_{base}\bar{I}_{pu}^*I_{base}$~~

2 ecs y 4 parámetros

$V_{base} = Z_{base}I_{base}$

$S_{base} = V_{base}I_{base}$

BASE

$V_{base} \Rightarrow Z_{base} = \frac{V_{base}^2}{S_{base}}$

$S_{base} \Rightarrow I_{base} = \frac{S_{base}}{V_{base}}$

Ejemplo método de las cantidades por unidad

■ Datos

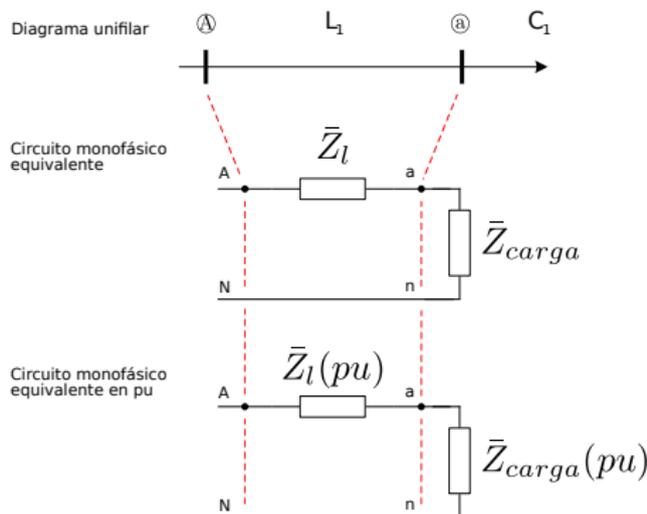
- Tensión de línea en el nudo a:
 $V_a = 4.4\text{kV}$
- Impedancia de la línea:
 $Z_l = 1.4 \angle 75^\circ$
- Consumo trifásico de la carga:
 $P = 840\text{ kW}, 0.865i$

■ Preguntas

- ¿Tensión de línea, su módulo, en el origen de la línea L1 (nudo A)?
- ¿Caída de tensión en la línea?
- ¿Intensidad transportada por la línea L1?
- ¿Pérdidas de activa en el transporte?

■ Solución en pu:

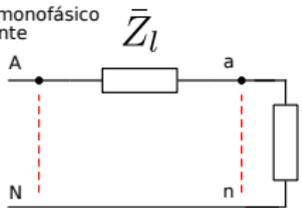
- 1 Selección de la base
- 2 Normalización
- 3 Resolución
- 4 Deshacer la normalización



Ejemplo método de las cantidades por unidad (II): solución monofásica

■ Obtención \bar{Z}_{carga} equivalente a partir de \bar{S} y de V

Circuito monofásico equivalente



Datos monofásicos

$$\bar{Z}_{carga} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{\bar{V}\bar{V}^*}{\bar{S}^*} = \frac{V^2}{S^*}$$

Datos trifásicos

$$\bar{Z}_{carga} = \frac{(V_{linea}/\sqrt{3})^2}{(S_{trifasica}/3)^*} = \frac{V_{linea}^2}{S_{trifasica}^*}$$

$$\blacksquare \bar{Z}_{carga} = \frac{V^2}{S^*} = \frac{(4400/\sqrt{3})^2}{(840e3 + j*840e3 * \tan(\arccos(0.865)))/3} = 17.245 + j10.003 \Omega$$

■ Cálculo de la tensión de línea en el origen de la línea L1

1 Cálculo de la intensidad de línea:

$$\bar{I}_l = \frac{\bar{V}_a}{\bar{Z}_{carga}} = 2540.3 / (17.245 + j10.003) = 110.221 - j63.938 \text{ A}$$

2 Cálculo de la tensión de línea en origen:

$$V_A^{linea} = \sqrt{3} \cdot V_A = |\sqrt{3}(\bar{Z}_l \bar{I}_l + \bar{V}_a)| = |\sqrt{3}((17.245 + j10.003)(110.221 - j63.938) + 2540)| = |\sqrt{3}(2666.74 + j125.88)| \text{ V}$$

■ Caída de la tensión de línea: $\Delta V = V_A^{linea} - V_a^{linea} = \sqrt{3}(V_A - V_a) = 4624.08 - 4400 = 224.08 \text{ V}$

■ Intensidad transportada por la línea L1: $\bar{I}_l = 110.221 - j63.938 \text{ A}$

■ Pérdidas de activa en el transporte: $P_{perdidas} = 3R_l \cdot I_l^2 = 3 \cdot (P_A - P_a) = 17.65 \text{ kW}$

Ejemplo método de las cantidades por unidad (III): solución pu

1 Selección de la base

- $V_{base} = 4400/\sqrt{3} = 2540.3 \text{ V}$
- $S_{base} = 1e6/3 = 333333 \text{ VA}$

- $Z_{base} = \frac{V_{base}^2}{S_{base}} = 2540.3^2/333333 = 19.360 \Omega$

- $I_{base} = \frac{S_{base}}{V_{base}} = 333333/2540.3 = 131.22 \text{ A}$

2 Normalización

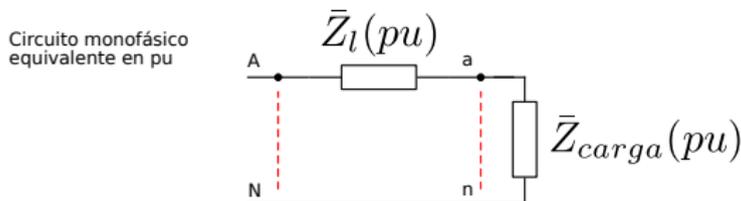
- Dividir los datos por la magnitud base correspondiente para pasar todo a pu

- $V_{a_{pu}} = \frac{4400/\sqrt{3}}{V_{base}} = 1 \text{ pu}$

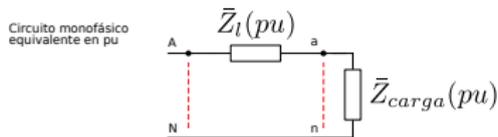
- $Z_{l_{pu}} = \frac{1.4 \angle 75}{Z_{base}} = \frac{0.36235 + j1.35230}{19.360} = 0.018716 + j0.069850 \text{ pu}$

- $S_{pu} = \frac{840000/3}{S_{base}}, 0.865i = 0.84 \text{ pu}, 0.865i$

- Dibujar el circuito monofásico equivalente en pu



Ejemplo método de las cantidades por unidad (IV): solución pu



3 Resolución

- Obtención $\bar{Z}_{carga pu}$ equivalente a partir de \bar{S}_{pu} y de V_{pu}

$$\bar{Z}_{carga pu} = \frac{V_{pu}^2}{\bar{S}_{pu}} = \frac{1^2}{0.840 - j * 0.840 * \tan(\arccos(0.865))} = 0.89074 + j0.51671 pu$$

- Cálculo de la tensión de línea en el origen de la línea L1

- Cálculo de la intensidad de línea:

$$\bar{I}_{1 pu} = \frac{\bar{V}_{a pu}}{\bar{Z}_{carga pu}} = 1 / (0.89074 + j0.51671) = 0.84000 - j0.48727 pu$$

- Cálculo de la tensión de línea en origen: $V_{Apu}^{linea} = \sqrt{3} V_{Apu} = |\sqrt{3}(\bar{Z}_{l pu} \bar{I}_{1 pu} + \bar{V}_{a pu})| =$

$$|\sqrt{3}((0.018716 + j0.069850)(0.84000 - j0.48727) + 1)| = |\sqrt{3}(1.049757 + j0.049554)| pu$$

- Caída de tensión de línea: $\Delta V_{pu} = V_A^{linea} - V_a^{linea} = \sqrt{3}(V_{Apu} - V_{a pu}) = \sqrt{3} \cdot (1.050926 - 1) = \sqrt{3} \cdot 0.050926 pu$
- Intensidad transportada por la línea: $I_{1 pu} = 0.84000 - j0.48727 pu$
- Pérdidas de activa en el transporte: $P_{perdidas pu} = 3 \cdot R_{l pu} \cdot I_{1 pu}^2 = 3 \cdot (P_{Apu} - P_{a pu}) = 3 \cdot 0.017650 pu$

4 Deshacer la normalización

- Tensión de línea en el origen de la línea L1 \Rightarrow

$$V_A^{linea} = \sqrt{3} V_{Apu} \cdot V_{base} = |\sqrt{3} \cdot (1.049757 + j0.049554) \cdot 2540.3| = |4618.93 + j218.04| V$$

- Caída de tensión de línea: $\Delta V^{linea} = \sqrt{3} \Delta V_{pu} V_{base} = \sqrt{3} \cdot 0.050926 \cdot 2540.3 = 224.08 V$
- Intensidad transportada por la línea: $I_l = I_{1 pu} I_{base} = (0.84000 - j0.48727) \cdot 131.22 = 110.221 - j63.938 i A$
- Pérdidas de activa en el transporte: $P_{perdidas} = P_{perdidas pu} \cdot S_{base} = 3 \cdot 0.017650 \cdot 333333 = 17650 W$

Ejemplo método de las cantidades por unidad (V): base trifásica

■ ¿Por qué se define una base trifásica?

- Los datos son trifásicos \Rightarrow Tensiones de línea y potencias trifásicas

- Al normalizar datos trifásicos dividimos tensiones por $\sqrt{3}$ y potencias por 3

- $V_{apu} = \frac{4400/\sqrt{3}}{V_{base}} = \frac{4400}{\sqrt{3}V_{base}}$

- $S_{pu} = \frac{840000/3}{S_{base}}, 0.865i = \frac{840000}{3S_{base}}, 0.865i$

- Los resultados son trifásicos \Rightarrow Tensiones de línea y potencias trifásicas

- Obtenidos los valores de fase, multiplicado tensiones por $\sqrt{3}$ y potencias por 3

- $V_A^{linea} = \sqrt{3}V_{apu} \cdot V_{base} = V_{apu} \cdot \sqrt{3}V_{base}$

- $P_{perdidas} = 3 \cdot P_{perdidas pu}^{fase} \cdot S_{base} = P_{perdidas pu}^{fase} \cdot 3S_{base}$

- Es conveniente que se realice este proceso al hacer y al deshacer la normalización

■ Base monofásica y base trifásica

- $V_{base} = 4400/\sqrt{3} = 2540.3 \text{ V} \Rightarrow V_{base}^{tri} = \sqrt{3}V_{base} = 4400 \text{ V}$

- $S_{base} = 1e6/3 = 333333 \text{ VA} \Rightarrow S_{base}^{tri} = 3S_{base} = 1e6 \text{ VA}$

- $Z_{base} = \frac{V_{base}^2}{S_{base}} = \frac{2540.3^2}{333333} = 19.360 \Omega = \frac{(V_{base}^{tri}/\sqrt{3})^2}{S_{base}^{tri}/3} = \frac{V_{base}^{tri 2}}{S_{base}^{tri}} = \frac{4400^2}{1e6} = 19.360 \Omega$

- $I_{base} = \frac{S_{base}}{V_{base}} = \frac{333333}{2540.3} = 131.22 \text{ A} = \frac{S_{base}^{tri}/3}{V_{base}^{tri}/\sqrt{3}} = \frac{S_{base}^{tri}}{\sqrt{3}V_{base}^{tri}} = \frac{1e6}{\sqrt{3} \cdot 4400} = 131.22 \text{ A}$

- Al pasar a pu datos trifásicos usaremos base trifásica para obtener circuito equivalente monofásico en pu

- Al deshacer el pu para datos trifásicos usaremos base trifásica

■ ¿Normalmente? Utilizaremos bases trifásicas (transformador)

■ ¿ Z_{base} sirve tanto para cargas en Δ como en Y ?