Universidad Politécnica de Cartagena

Departamento de Matemática Aplicada y Estadística

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial

Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería Electrónica Industrial, Examen 1er parcial, Grupo Mañana

15 de Febrero de 2008

1. i) Consideramos las bases $B = \{(1,1),(1,-1)\}$ y $B' = \{(1,-1),(1,1)\}$ (recuerda que al escribir una base como un conjunto, se tiene en cuenta el orden en el que aparecen sus vectores). Calcula el conjunto de todos los vectores de $\mathbb{R}^2$ que satisfacen que sus coordenadas respecto de B y respecto de B' coinciden. **(0.75 puntos)**

ii) Sea $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una simetría ortogonal de base un subespacio S. Supongamos que $\{e_1, e_2\}$ es una base de S y $\{e_3\}$ una base del subespacio ortogonal de S. Si C es la base canónica de $\mathbb{R}^3$ y $A = \mathrm{M}_C(f)$, obtén los valores propios, subespacios propios asociados y una matriz diagonal semejante de A. **(0.75 puntos)**

2. Sea $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal, y consideremos la base de $\mathbb{R}^3$, $B = \{-1,-1,-1),(-2,1,3),(-1,1,2)\}$. Supongamos que:

$$\mathrm{M}_B(f) = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & x \end{pmatrix}.$$

donde x es tal que $(-2,1,3) + (-1,1,2) \in \mathrm{Ker}\ f$.

i) Demuestra que $x = -1$.

ii) Calcula la matriz de f respecto de la base canónica de $\mathbb{R}^3$ y su expresión analítica.

iii) Estudia la inyectividad y suprayectividad de f. Calcula bases del núcleo y de la imagen de f.

iv) Si $v = (-1,-1,-1)_C$, calcula las coordenadas de $f(v)$ respecto de la base B y si $w = f(v)$, calcula las coordenadas de $f(w)$ respecto de la base C.

(3 puntos)

3. Consideremos la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Analiza si es diagonalizable y en caso afirmativo calcula la matriz diagonal semejante y una matriz de paso asociada.

(2 puntos)

4. Dada la función booleana $f : K^3 \longrightarrow K \mid f(x, y, z) = y'(x + z) + xz'$, demuestra que su forma canónica disyuntiva es $f(x, y, z) = xyz' + xy'z + xy'z' + x'y'z$ y obtén a partir de ésta, usando el método de Quine-McCluskey, una expresión booleana simplificada.

(1.5 puntos)

5. Calcula los valores de a y b para los cuales la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - a & \text{si } \ x < -1 \\ \\ bx + 3 & \text{si } \ x \geq -1 \end{cases}$$

satisfaga las hipótesis del Teorema del valor medio de Lagrange en el intervalos $[-2, 3]$. Para dichos valores, calcula un valor donde se obtenga la tesis.

(2 puntos)