Universidad Politécnica de Cartagena

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial

Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería

Electrónica Industrial

10 de septiembre de 2007

Primer cuatrimestre

1. Sea $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal, y consideremos la base de $\mathbb{R}^3$ $B = \{-1,2,0),(-3,0,1),(-2,-1,1)\}$. Supongamos que:

$$\mathrm{M}_B(f) = \begin{pmatrix} -10 & -14 & -8 \\ 15 & 22 & 13 \\ -20 & -29 & -17 \end{pmatrix}.$$

i) Calcula la matriz de f respecto de la base canónica de $\mathbb{R}^3$.

ii) Estudia la inyectividad y suprayectividad de f. Calcula bases del núcleo y de la imagen de f.

iii) Si $v = (-1,1,1)_B$, calcula las coordenadas de $f(v)$ respecto de la base B y respecto de la base canónica de $\mathbb{R}^3$.

(4.5 puntos)

2. Consideremos la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

Analiza si es diagonalizable y en caso afirmativo calcula la matriz diagonal semejante y una matriz de paso asociada.

(3.5 puntos)

3. Dada la función booleana $f : K^3 \longrightarrow K \mid f(x,y,z) = x'(y+z) + yz'$, demuestra que su forma canónica disyuntiva es $f(x,y,z) = xyz' + x'yz + x'yz' + x'y'z$ y obtén a partir de ésta, usando el método de Quine-McCluskey, una expresión booleana simplificada. **(2 puntos)**

Segundo cuatrimestre

4. i) Calcula
$$\lim_{x\to\pi}\frac{1+\cos^3 x}{\text{sen}x\cos x^2}.$$

(0.75 puntos)

ii) $\lim_{n\to\infty}\frac{4^2+8^2+...+(4n)^2}{n^3-n}$. (**0.75 puntos)**

iii) Calcula
$$\int\frac{\sqrt[4]{x}}{x-1}dx.$$

(1.5 puntos)

5. i) Analiza la continuidad, existencia de derivadas direccionales, existencia de derivadas parciales y diferenciabilidad en $(0,0)$ de la función $f:\mathbb{R}^2\longrightarrow\mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{3x^2y^3}{(x^2+y^2)^2} & \text{si } (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & \text{si } (x,y)=(0,0)\end{cases}.$$

(2 puntos)

ii) Aplicando los métodos estudiados en clase, calcula los extremos absolutos de $f(x,y)=x^2+y^2$ en $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y\leq -x^2+4, y\geq x+2\}$. **(1.5 puntos)**

6.

Resuelve:

i) $y'+\frac{y}{x}=\frac{1}{y}$. **(1 punto)**

ii) $\begin{cases}y''+2y'-3y=-65\text{sen}(2x)\\ y(0)=7, y'(0)=13\end{cases}.$

(2.5 puntos)