Universidad Politécnica de Cartagena

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial

Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería

Electrónica Industrial, Grupo Mañana

10 de julio de 2007

Primer cuatrimestre

1. Sea $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal tal que su matriz respecto de la base canónica C de $\mathbb{R}^3$ es:

$$M_C(f) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & x \end{pmatrix}.$$

donde $x \in \mathbb{R}$ tal que $f(1,1,1) = (2,6,8)$.

bf i) Demuestra que $x = 3$. (2 puntos)

ii) Calcula la matriz de f respecto de la base $B = \{(-1,1,-3),(1,1,0),(-1,2,-4)\}$ y su expresión analítica. (2 puntos)

iii) Estudia la inyectividad y suprayectividad de f. Calcula bases del núcleo y de la imagen de f. (2 puntos)

iv) Calcula las coordenadas de $f(-1,2,0)$ respecto de B y respecto de la base canónica de $\mathbb{R}^3$. (2 puntos)

2. Consideremos la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -6 & 5 & -4 \end{pmatrix}.$$

Analiza si es diagonalizable y en caso afirmativo calcula la matriz diagonal semejante y una matriz de paso asociada. (2 puntos)

3. Dada la función booleana $f : K^3 \longrightarrow K \mid f(x,y,z) = x'(y + z') + yz$, demuestra que su forma canónica disyuntiva es $f(x,y,z) = xyz + x'yz + x'yz' + x'y'z'$ y obtén a partir de ésta, usando el método de Quine-McCluskey, una expresión booleana simplificada. (1.5 puntos)

Segundo cuatrimestre

4. Dada la función $f(x) = e^x$ calcula su polinomio de Taylor de grado 3 en $x = 0$, aproxima $\sqrt[7]{e}$ utilizando el polinomio calculado y obtén la menor posible de las cotas superiores del error cometido. (0.75 puntos)

5.

i) Analiza la convergencia de: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+2}}{((2n+1)!)^2}$. (0.5 puntos)

ii) $\int_{\sqrt{2}/6}^{\sqrt{3}/9} \sqrt{1-9x^2}\,dx$. (0.75 puntos)

6. i) Analiza la continuidad, existencia de derivadas direccionales, existencia de derivadas parciales y diferenciabilidad de la función:

$$f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R} \text{ tal que } f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{2xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}. \text{ (1.25 puntos)}$$

ii) Aplicando los métodos estudiados en clase, calcula los extremos absolutos de $f(x,y) = (x-1)^2 + y^2$ en $D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2+y^2 \leq 1, x \leq y\}$. (1 punto)

7. Resuelve:

i) $y' = \frac{x^2}{y^2 - xy}$. (0.75 puntos)

ii) $\begin{cases} y'' + 2y' - 3y = -65\,\mathrm{sen}(2x) \\ y(0) = 6, y'(0) = 12 \end{cases}$. (1 punto)