Universidad Politécnica de Cartagena

Departamento de Matemática Aplicada y Estadística

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial

Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería

Electrónica Industrial, Examen 1er parcial, Grupo Mañana

9 de Febrero de 2007

1. i) Supongamos que una aplicación lineal $f : V \longrightarrow W$ satisface que $\dim W = 1$ y existe $v \in V$ tal que $f(v) \neq 0$. Razona por qué f es suprayectiva. **(0.4 puntos)**

ii) Supongamos que S y T son subespacios de un espacio vectorial V tal que $S \cap T \neq 0$. Demuestra que entonces el vector 0 puede expresarse de ms de una forma como suma de dos vectores, donde el primero es de S y el segundo de T. **(0.5 puntos)**

iii) ¿Puede extenderse la función $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f = 1/|x|$ a todo $\mathbb{R}$ de forma que la función resultante sea continua? **(0.6 puntos)**

2. Sea $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal, y consideremos la base de $\mathbb{R}^3$ $B = \{-1, 1, 1), (1, 3, 2), (2, -1, -1)\}$. Supongamos que:

$$\mathrm{M}_B(f) = \begin{pmatrix} 0 & 14 & 6 \\ 1 & 0 & -2 \\ -1 & 7 & 5 \end{pmatrix}.$$

i) Calcula la matriz de f respecto de la base canónica de $\mathbb{R}^3$.

ii) Estudia la inyectividad y suprayectividad de f. Calcula bases del núcleo y de la imagen de f.

iii) Si $v = (1, -1, 1)_B$, calcula las coordenadas de $f(v)$ respecto de la base B y respecto de la base canónica de $\mathbb{R}^3$.

(3 puntos)

3. Consideremos la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 6 & -8 \\ 1 & -4 & 4 \\ 1 & -3 & 3 \end{pmatrix}.$$

Analiza si es diagonalizable y en caso afirmativo calcula la matriz diagonal semejante y una matriz de paso asociada.

(2 puntos)

4. Dada la función booleana $f : K^3 \longrightarrow K \mid f(x,y,z) = y(x' + z) + x'z'$, demuestra que su forma canónica disyuntiva es $f(x,y,z) = xyz + x'yz + x'yz' + x'y'z'$ y obtén a partir de ésta, usando el método de Quine-McCluskey, una expresión booleana simplificada.

(1.5 puntos)

5. Calcula la simetría ortogonal de $\mathbb{R}^2$ de base $S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + 3y = 0\}$.

(1 punto)

6. Calcula los valores de a y b para los cuales la función

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1 & \text{si } \; x \leq -1 \\ \\ ax + b & \text{si } \; x > -1 \end{cases}$$

satisfaga las hipótesis del Teorema del valor medio de Lagrange en el intervalos $[-2, 0]$. Para dichos valores, calcula un valor donde se obtenga la tesis.

(1 punto)