

Universidad Politécnica de Cartagena
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial

Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería
Electrónica Industrial, Mañana

4 de septiembre de 2006

Primer cuatrimestre

1. Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) Si A es la matriz de una aplicación lineal $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ respecto de la base canónica de \mathbb{R}^3 .

i) Calcula la expresión analítica de f y su matriz respecto de la base

$$B = \{(-1, 1, 2), (2, 0, 1), (0, 1, 2)\}.$$

(2 puntos)

ii) Estudia la inyectividad y suprayectividad de f . Calcula bases del núcleo y de la imagen de f . **(0.8 puntos)**

iii) Calcula las coordenadas de $f((-1, -1, -1)_B)$ respecto de B y respecto de la base canónica de \mathbb{R}^3 . **(1.2 puntos)**

b) Analiza si la matriz A es diagonalizable y en caso afirmativo calcula la matriz diagonal semejante y una matriz de paso asociada. **(3 puntos)**

2. Dada la función booleana $f : K^3 \longrightarrow K \mid f(x, y, z) = x'(y + z') + yz$, demuestra que su forma canónica disyuntiva es $f(x, y, z) = xyz + x'yz + x'yz' + x'y'z'$ y obtén por el método de Quine-McCluskey una expresión booleana simplificada de dicha función booleana. **(1.5 puntos)**

3. Estudia la continuidad y derivabilidad de la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que:

$$f(x) = \begin{cases} \left| \frac{x+1}{x} \right| & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}.$$

(1.5 puntos)

Segundo parcial

4. i) Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \tan^2 x}{\sin x^2}$. (1 punto)

ii) Calcula $\int_{3/2}^{3\sqrt{3}/2} \sqrt{9-x^2} dx$ (1 punto)

iii) Estudia la convergencia de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+7n+12}$, y en el caso de que sea convergente, calcula su suma. (1 punto)

5. i) Analiza la continuidad, existencia de derivadas direccionales, existencia de derivadas parciales y diferenciabilidad en $(0,0)$ de la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{5xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}.$$

(2.5 puntos)

ii) Comprueba que la ecuación $xe^y - y \cos x = 0$ define a y como función implícita de x en un abierto de $x = 0$ donde toma el valor $y = 0$. Calcula el polinomio de Taylor de grado 2 de dicha función en $x = 0$. (1.5 puntos)

6. Resuelve:

i)
$$\begin{cases} y'x + y = 0 \\ y(1) = 2 \end{cases} \quad (1 \text{ punto})$$

ii)
$$\begin{cases} y'' + y' - 2y = -10 \cos x \\ y(0) = 5, y'(0) = -2 \end{cases} \quad (2 \text{ puntos})$$