Universidad Politécnica de Cartagena

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial

Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería

Electrónica Industrial, Grupo Mañana

3 de julio de 2006

Primer cuatrimestre

Primer parcial

1. Consideramos la base $B = \{(-1,0,1),(0,-1,1),(-1,1,1)\}$ de $\mathbb{R}^3$ y sea $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal tal que su matriz respecto de la base B es:

$$\mathrm{M}_B(f) = \begin{pmatrix} -12 & -3 & -16 \\ 8 & 2 & 11 \\ 8 & 2 & 10 \end{pmatrix}.$$

i) Calcula la matriz de f respecto de la base canónica de $\mathbb{R}^3$ y su expresión analítica.

ii) Estudia la inyectividad y suprayectividad de f. Calcula bases del núcleo y de la imagen de f.

iii) Calcula las coordenadas de $f((1,1,1)_B)$ respecto de B y respecto de la base canónica de $\mathbb{R}^3$.

(4 puntos)

2. Consideremos la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & -3 \\ 0 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Analiza si es diagonalizable y en caso afirmativo calcula la matriz diagonal semejante y una matriz de paso asociada.

(3 puntos)

3. Dada la función booleana $f : K^3 \longrightarrow K \mid f(x,y,z) = z'(xy + x'y') + x'y'z$, demuestra que su forma canónica disyuntiva es $f(x,y,z) = xyz' + x'y'z + x'y'z'$ y obtén por el método de Quine-McCluskey una expresión booleana simplificada de dicha función booleana. **(1.5 puntos)**

4. Enuncia el Teorema del valor medio de Lagrange. Calcula los valores para los cuales la función $f(x) = \begin{cases} ax+b & \text{si} \quad x \leq -1 \\ x^2-4 & \text{si} \quad x > -1 \end{cases}$ satisfaga las hipótesis del Teorema del valor medio de Lagrange en el intervalo $[-2,1]$. Para dichos valores, calcula un valor donde se obtenga la tesis.

(1.5 puntos)

Segundo parcial

5. i) Calcula el polinomio de Taylor de grado 3 de $f(x) = \mathrm{e}^{-2x}$ en $x=0$, aproxima el valor de $\mathrm{e}^{-0.3}$ utilizando dicho polinomio y obtén una cota del error cometido con tal aproximación. **(1 punto)**

ii) Calcula $\int \frac{x-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}dx$. **(1 punto)**

iii) Calcula $\lim_{n\to\infty} \frac{2^2+4^2+\ldots+(2n)^2}{(2n+1)^3}$. **(1 punto)**

6. i) Analiza la continuidad, existencia de derivadas direccionales, existencia de derivadas parciales y diferenciabilidad en $(0,0)$ de la función $f:\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)^2\cos(\dfrac{1}{x^2+y^2}) & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}.$$

(2.5 puntos)

ii) Aplicando los métodos estudiados en clase, calcula los extremos absolutos de $f(x,y) = x^2+x+y^2$ en $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq x^2-1, y \leq -x^2+1\}$. **(1.5 puntos)**

5. Resuelve:

i) $\begin{cases} y' = x\mathrm{e}^x y \\ y(0) = 1 \end{cases}$ **(1 punto)**

ii) $\begin{cases} y''+4y'+4y = 4x^2-4x+4 \\ y(0)=5, y'(0)=-5 \end{cases}$ **(2 puntos)**