Universidad Politécnica de Cartagena

Departamento de Matemática Aplicada y Estadística

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial

Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería

Electrónica Industrial, Examen 1er parcial, Grupo Mañana

2 de Febrero de 2006

1. i) Supongamos que $f : V \longrightarrow W$ es una aplicación lineal que satisface $\dim V > \dim W$. Razona por qué f no puede ser inyectiva. **(0.4 puntos)**

ii) Supongamos que $f : V \longrightarrow V$ es una aplicación lineal que satisface $\mathrm{Imf}\ f \subseteq \mathrm{Ker}\ f$. Demuestra que $(f \circ f)(v) = 0$ para todo $v \in V$. **(0.35 puntos)**

iii) Enuncia el teorema del valor medio de Lagrange. Explica cuál es su interpretación geométrica. **(0.75 puntos)**

2. Sea $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal tal que su matriz respecto de la base canónica C de $\mathbb{R}^3$ es:

$$\mathrm{M}_C(f) = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & x \end{pmatrix}.$$

donde $x \in \mathbb{R}$ tal que $(2, -4, 3) \in \mathrm{Ker} f$.

i) Demuestra que $x = 2$.

ii) Calcula la matriz de f respecto de la base $B = \{(1, -1, 1), (2, 3, 0), (-2, 0, -1)\}$ y su expresión analítica.

iii) Estudia la inyectividad y suprayectividad de f. Calcula bases del núcleo y de la imagen de f.

iv) Calcula las coordenadas respecto de la base canónica de un vector v cuyas coordenadas respecto de la base B son 1, 0, 1 (o sea, $v = (1, 0, 1)_B$. Calcula las coordenadas de $f(v)$ respecto de la base B y respecto de la base canónica de $\mathbb{R}^3$.

(3 puntos)

3. Consideremos la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Analiza si es diagonalizable y en caso afirmativo calcula la matriz diagonal semejante y una matriz de paso asociada.

(2.25 puntos)

4. Dada la función booleana $f : K^3 \longrightarrow K \mid f(x,y,z) = x'(y+z) + yz'$, demuestra que su forma canónica disyuntiva es $f(x,y,z) = xyz' + x'yz + x'yz' + x'y'z$ y obtén a partir de ésta, usando el método de Quine-McCluskey, una expresión booleana simplificada.

(1.5 puntos)

5. Calcula la simetría ortogonal de $\mathbb{R}^2$ de base $S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x - 2y = 0\}$.

(0.75 puntos)

6. Estudia (razonando hasta el mínimo detalle), la continuidad y derivabilidad de la función $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{|x+1|}{x} & \text{si } \ x \neq 0 \\ 1 & \text{si } \ x = 0 \end{cases}.$$

(1 punto)