

**Universidad Politécnica de Cartagena**  
**Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial**

**Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería**  
**Electrónica Industrial, Mañana**

**5 de septiembre de 2005**

**Primer cuatrimestre**

1. Sea  $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$  una aplicación lineal tal que su matriz respecto de la base canónica  $C$  de  $\mathbb{R}^3$  es:

$$M_C(f) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

i) Calcula la matriz de  $f$  respecto de la base  $B = \{(-1, 1, -3), (1, 1, 0), (-1, 2, -4)\}$  y su expresión analítica.

ii) Estudia la inyectividad y suprayectividad de  $f$ . Calcula bases del núcleo y de la imagen de  $f$ .

iii) Calcula las coordenadas de  $f(-1, 2, 0)$  respecto de  $B$  y respecto de la base canónica de  $\mathbb{R}^3$ .

2. Consideremos la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Analiza si es diagonalizable y en caso afirmativo calcula la matriz diagonal semejante y una matriz de paso asociada.

3.

i) Calcula  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{(2n-1)^3}$ .

ii) Analiza la convergencia de la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ .

## Segundo cuatrimestre

4. Calcula el polinomio de Taylor de grado 2 de  $f(x) = \arcsin x$  en  $x = 0$ , aproxima el valor de  $e^{0.1}$  utilizando dicho polinomio y obtén una cota del error cometido con tal aproximación.

5. i) Analiza la continuidad, existencia de derivadas direccionales, existencia de derivadas parciales y diferenciabilidad en  $(0, 0)$  de la función  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

ii) Aplicando los métodos estudiados en clase, calcula los extremos absolutos de  $f(x, y) = x^2 + y^2$  en  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \leq x + 1, y \geq x^2 - 1\}$ .

iii) Calcula  $\int \frac{3x+x^2}{x^3-2x-4} dx$ .

### 6. Grupo Tarde

i) Calcula  $\int \int_{\Omega} x dx dy$  siendo  $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4, x \leq y \leq\}$ .

ii) Calcula  $\int \int_{\Omega} x dx dy$  siendo  $\Omega$  el triángulo de vértices  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$  y  $(1, 0)$ .

### 5. Grupo Mañana

Resuelve:

i)  $y' = \frac{xy+y^2}{x^2}$ .

ii) 
$$\begin{cases} y'' - 4y' + 3y = 10 \sin x \\ y(0) = 4, y'(0) = 5 \end{cases}.$$