Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería
Ingeniero Técnico Industrial (Electrónica Industrial)
Curso 04/05
8 de febrero de 2005

PRIMER CUATRIMESTRE

1. En el espacio vectorial $\mathbb{R}^3$ se consideran la base $B = \{(-1,1,2),(2,-1,-1),(1,-1,-1)\}$ y la aplicación lineal $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ cuya matriz respecto de B es de la forma:

$$M_B(f) = \begin{pmatrix} 9 & -7 & -6 \\ 8 & -5 & -6 \\ 2 & -4 & 0 \end{pmatrix}$$

   (a) Calcula la matriz de f respecto de la base canónica de $\mathbb{R}^3$.
   (b) Obtén la expresión analítica de la aplicación f.
   (c) Determina bases del núcleo y de la imagen de f.
   (d) ¿Es f inyectiva? ¿Y suprayectiva?
   (e) Dado $\mathbf{v} = (2,1,1)_B$, calcula las coordenadas de $f(\mathbf{v})$ respecto de la base canónica de $\mathbb{R}^3$ y respecto de la base B.

2. Dada la matriz cuadrada:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

   (a) Calcula sus valores propios y los subespacios propios asociados.
   (b) Estudia si es diagonalizable y en caso afirmativo calcula una matriz diagonal semejante y una matriz de paso asociada.

3. Calcula:
   (a) $\lim_{n\to\infty} \frac{1^2+3^2+5^2+\cdots+(2n-1)^2}{n^3}$.
   (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2+7n+12}$.

4. Dada la función $f(x) = \arctan x$:

   (a) Calcula el polinomio de Taylor de grado dos de f alrededor del punto cero.
   (b) Utiliza dicho polinomio para obtener una aproximación de $\arctan(0.2)$.
   (c) Utiliza la fórmula del resto de Lagrange para obtener una cota del error cometido en la aproximación del apartado anterior.

INDICACIONES

- Cada parcial se entregará por separado.
- Escribe el nombre, la especialidad y el grupo en que estás matriculado en cada una de las hojas del examen.

FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LA INGENIERÍA
1^o Ingeniería Industrial (Electrónica de mañana)
8-Febrero-2005

1) Resolver los siguientes apartados:

a) **(2 puntos)** Hallar los máximos y mínimos absolutos de la función $f(x, y, z) = x + y + z$ sujeta a las condiciones $x^2 + y^2 = 2$ y $x + z = 1$.

b) **(1 punto)** Representa gráficamente, de manera aproximada, el conjunto de restricciones $D := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 2, x + z = 1\}$ y pinta los puntos de extremo absoluto.

2) Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

a) **(1.5 puntos)**

$$\begin{cases} y' + y\cos x = \sin x \cos x, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

b) **(1.5 puntos)**

$$\begin{cases} y'' - 6y' + 9y = 25e^x \sin x, \\ y(0) = 4, y'(0) = 1. \end{cases}$$

3) Calcular el volumen de los siguientes cuerpos de revolución:

a) **(0.5 puntos)** Un cilindro de altura h y base circular de radio R.

b) **(0.5 puntos)** Un cono de altura h y base circular de radio R.

c) **(0.5 puntos)** Una esfera de radio R.

4) Calcula las siguientes integrales:

a) **(1 punto)** $\int \sin x \sin 2x dx$

b) **(1.5 puntos)** $\int\int_D 2^{\sqrt{x^2+y^2}} dxdy$, donde $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x > y\}$. (Recuerda que $\int 2^p ln2dp = 2^p$).