

**Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería**  
**Ingeniero Técnico Industrial (Electrónica Industrial)**  
**Examen de septiembre**  
**8 de septiembre de 2004**

**PRIMER PARCIAL**

1. En el espacio vectorial  $\mathbb{R}^3$  se consideran la base  $B = \{(-1, 1, -1), (2, -1, -1), (-2, 2, -1)\}$  y la aplicación lineal  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  tal que  $f(x, y, z) = (-x - 3y - z, -x - y - z, -2x + 3y - 2z)$ .
- (a) Calcula las matrices de  $f$  respecto de la base canónica de  $\mathbb{R}^3$  y respecto de la base  $B$ .
  - (b) Determina bases del núcleo y de la imagen de  $f$ .
  - (c) ¿Es  $f$  inyectiva? ¿Y suprayectiva?
  - (d) Dado  $\mathbf{v} = (1, -1, 1)_B$ , calcula las coordenadas de  $f(\mathbf{v})$  respecto de la base canónica de  $\mathbb{R}^3$  y respecto de la base  $B$ .

**(4 puntos)**

2. Dada la matriz cuadrada:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

- (a) Calcula sus valores propios y bases de los subespacios propios asociados.
- (b) Estudia si es diagonalizable y en caso afirmativo calcula una matriz diagonal semejante y una matriz de paso asociada.

**(3 puntos)**

3. Resuelve los siguientes apartados:

- (a) Analiza la convergencia de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(2n+1)!}$$

- (b) Estudia, según los valores de  $a \in \mathbb{R}$ , la continuidad y la derivabilidad de la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+4x+4}{x^2-4} & \text{si } x < -2 \\ x + a & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$$

**(3 puntos)**

---

**IMPORTANTE: ENTREGA CADA PARCIAL POR SEPARADO**

---



I.T. Industrial (Electricidad y Electrónica)  
Curso 2003/04  
Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería  
(2o. Parcial)  
8 de septiembre de 2004

1. (4 Ptos.) Dada la función:

$$f(x, y, z) = x + y + \frac{2\sqrt{2}}{3} z^3$$

(a) Utiliza el *método de los multiplicadores de Lagrange* para identificar **todos** los posibles extremos de  $f$  sobre la esfera

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$$

(b) Clasifica los puntos encontrados en el apartado anterior.

2. (3 Ptos.) Elige uno, **¡¡y solamente uno!!**, de los siguientes apartados:

2.A Calcula la integral triple

$$\iiint_D e^{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} dx dy dz$$

siendo  $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, z \leq 0\}$ .

2.B Estudia el carácter de la integral

$$\int_{-\infty}^6 \frac{dx}{(4-x)^2}$$

y, si es posible, calcúlala.

3. (3 Ptos.) Resuelve uno, **¡¡y solamente uno!!**, de los siguientes problemas de Cauchy:

$$(3.A) \begin{cases} (y^2 - x) dx + 2y dy = 0 \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

$$(3.B) \begin{cases} y'' - 2y' + 5y = 3 \cos(2x) \\ y(0) = -1, \quad y'(0) = 2 \end{cases}$$