Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería
Ingeniero Técnico Industrial (Electrónica Industrial)
Examen Final
10 de julio de 2004

Primer Parcial

1. En el espacio vectorial $\mathbb{R}^3$ se consideran la base $B = \{(1,2,2), (-2,1,0), (-1,-1,-1)\}$ y la aplicación lineal $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ cuya matriz respecto de B es :

$$M_B(f) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

   (a) Calcula la matriz de f respecto de la base canónica de $\mathbb{R}^3$.
   (b) Obtén la expresión analítica de la aplicación f.
   (c) Determina bases del núcleo y de la imagen de f.
   (d) ¿Es f inyectiva? ¿Y suprayectiva?
   (e) Dado $\mathbf{v} = (1,-1,1)_B$, calcula las coordenadas de $f(\mathbf{v})$ respecto de la base canónica de $\mathbb{R}^3$ y respecto de la base B.

2. Dada la matriz cuadrada:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

   (a) Calcula sus valores propios y bases de los subespacios propios asociados.
   (b) Estudia si es diagonalizable y en caso afirmativo calcula una matriz diagonal semejante y una matriz de paso asociada.

3. Resuelve los siguientes apartados:

   (a)
$$\lim_{n\to\infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + (2n+1)^2}{(n+1)^3}$$

   (b) Estudia la continuidad y la derivabilidad de la función $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = |x^2 - 4|$.

IMPORTANTE: EN EL CASO DE EXAMINARTE DE AMBOS PARCIALES, ENTREGA CADA PARCIAL POR SEPARADO

FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LA INGENIERÍA

Examen final–Segundo parcial

1° I.T.I. (Mecánica–Grupos Mañana y Tarde)

10-Julio-2004

1. Halla los extremos absolutos de la función $f(x, y) = 5 + 4x - 2x^2 + 3y - y^2$ en la región $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \leq 2, y \geq x, y \geq -x\}$.

2. *a*) Calcula

$$\int_0^1 x \ln(4x)\, dx$$

   b) Calcula la masa de la tubería de 1 m. de longitud descrita por los puntos pertenecientes al conjunto $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 1\}$, sabiendo que la densidad en un punto de la tubería viene dada por la fórmula $\rho(x, y, z) = z(x^2 + y^2)$; es decir, se pide calcular la integral triple:

$$\int\int\int_D z(x^2 + y^2)\, dx\, dy\, dz$$

3. Resuelve la ecuación diferencial:

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 4y = 25 \cos x \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$