Universidad Politécnica de Cartagena

Departamento de Matemática Aplicada y Estadística

Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial

Examen de Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería

Electrónica Industrial, Mañana

7 de Junio de 2003

1. **i)** Dada $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \mid f(x) = -x^2 + 9$ y la partición $\mathcal{P} = \{0, 1, 3\}$ del intervalo $[0, 3]$, calcula las sumas superior e inferior de Riemann de f asociadas a dicha partición.

(0.5 puntos)

ii) Dibuja e indica el interior, la clausura y el conjunto de los puntos de acumulación de los siguientes subconjuntos de $\mathbb{R}^2$:

$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, y > 0\}$.

$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y > x^2\} \setminus \{(0, 1)\}$.

¿Cuáles son abiertos? ¿Cuáles son cerrados? **(0.5 puntos)**

iii) Supongamos que A es un subconjunto abierto de $\mathbb{R}^2$ y $f : A \longrightarrow \mathbb{R}$ es diferenciable en $a \in A$. Si $\mathrm{D}_{(-1,1)}f(a) = 1$ y $\frac{\partial f}{\partial y}(a) = -1$, calcula la matriz jacobiana y la diferencial de f en a. **(0.5 puntos)**

2. Calcula:

i) $\int_{-2}^{\sqrt{2}/2-2} \sqrt{-x^2 - 4x - 3}\,dx$. **(0.75 puntos)**

ii) $\int \frac{3x^2+3x-1}{(x^2+2x+2)(x-1)}dx$. **(0.75 puntos)**

iii) Analiza el carácter de la integral impropia $\int_1^2 \frac{x^2}{\sqrt[5]{x^3-2x^2+x}}dx$. **(0.5 puntos)**

3. **i)** Analiza la continuidad, existencia de derivadas direccionales, existencia de derivadas parciales y diferenciabilidad de la función:

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R} \text{ tal que } f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{2xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{si} \quad (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si} \quad (x, y) = (0, 0) \end{cases} \quad \textbf{(1 punto)}$$

ii) Comprueba que la ecuación $ze^{x^2+y^2}+x\cos z-1=0$ define a z como función implícita de x e y en un abierto de $(x,y)=(0,0)$ donde toma el valor $z=1$. Calcula las derivadas parciales primeras en $(0,0)$ de dicha función. **(0.75 puntos)**

iii) Aplicando los métodos estudiados en clase, calcula los extremos absolutos de $f(x,y)=(x-1)^2+xy$ en $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y\geq x^2, y\leq 4\}$. **(1 punto)**

4. Calcula las siguientes integrales:

i) $\int\int_\Omega xdxdy$ siendo $\Omega=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y\geq x^2, y\leq 4\}$. **(0.75 puntos)**

ii) $\int\int_\Omega xdxdy$ siendo $\Omega=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2\leq 4, -x\leq y\leq x\}$. **(0.75 puntos)**

5. Resuelve:

i) $\begin{cases} y'-\dfrac{4y}{x^2-4}=0 \\ y(0)=-1 \end{cases}$. **(0.75 puntos)**

ii) $y^{(iv)}-2y'''+5y''-8y+4=0$. **(0.5 puntos)**

iii) $\begin{cases} y''-2y'-3y=30\sin 3x \\ y(0)=32, y'(0)=0 \end{cases}$ **(1 punto)**