



1. (1 Puntos) Obtener la esperanza matemática de la varianza muestral.
2. (1,5 Punto) Definición y característica de la función generatriz de momentos (f.g.m.). Determinar la f.g.m. la v.a. con función de densidad $f(x) = 1/(2a)$ si $-a < x < a$.
3. (2,5 Puntos) La compañía Petroleum Pluf, para satisfacer la demanda mensual de petróleo de la republica de Ruritania, ofrece dos opciones:

Opción 1: El país deberá pagar 20 dólares por cada barril.

Opción 2: Si la demanda mensual no supera la cota de medio millón de barriles, el país deberá pagar una cantidad fija de 15 millones de dólares. Si la demanda mensual supera el medio millón de barriles, deberá pagar, además de los 15 millones fijos, 14 dólares por cada barril que supere dicha cota.

Se ha estimado, para Ruritania, que la demanda mensual de petróleo, en millones de barriles, tiene la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

Sea Y_i ($i=1, 2$) la cantidad mensual, en millones de dólares, que deberá pagar el país, si se decide por la opción i -ésima.

- a) Expresense las variables Y_1 e Y_2 en función de X .
- b) ¿Qué opción será más favorable al país?
- c) El presidente de Ruritania, aconsejado por su primer ministro, se decide por la segunda opción. Desconfiando de él, le pone a prueba: durante el próximo año, si al menos en la mitad de los meses, la cantidad a pagar por el país es superior a la hubiera tenido que pagar de haber elegido la otra opción, el presidente mandará ajusticiar al primer ministro. Hállese la probabilidad de que esto ocurra.

4. (2,5 Puntos) En una ventanilla de Hacienda dedicada a la información para cumplimentar la declaración de la renta, el tiempo, medido en minutos, dedicado a cada persona que acude a informarse sigue una distribución normal $N(3,1)$.

- a) El 10% de las personas que acuden a la ventanilla permanecen menos de x_1 minutos y el 70% más de x_2 minutos. Calcula los valores de x_1 y x_2 .
- b) Durante un día concreto atendieron a 12 personas, ¿cuál es la probabilidad de que a 10 de ellas se les dedicara más de 3 minutos?
- c) ¿Cuántas personas tienen que acudir, en término medio, hasta encontrar 4 que tarden menos de 1 minuto?
- d) El último día del plazo para entregar la declaración de la renta, debido a la gran afluencia, se ha modificado la media y la desviación típica de la variable. Calcular ambas teniendo en cuenta que el 6'68% de las personas están en la ventanilla menos de 1'25 minutos y el 2'28% más de 3 minutos.

5. (2,5 Puntos) La empresa "NOESTÉ" se dedica a la alimentación infantil. Fabrica leche en polvo que envasa en botes. La cantidad envasada en cada bote tiene una media de 900 gramos y una desviación típica de 30 gramos. Por otra parte el bote vacío tiene un peso de 100 gramos y una desviación típica de 10 gramos. Además, ambos pesos se pueden suponer independientes.

- a) Si se embanan en bloques de 40 botes, ¿cuál es la probabilidad de que un bloque pese más de 40,5 kilogramos?
- b) El precio de venta depende del tipo de cliente, pero se puede suponer que sigue una distribución normal y que su desviación típica no sobrepasa los dos euros. Un cliente quiere conocer el precio medio de venta para saber si a él se lo venden muy caro o no; para ello va preguntando el precio de venta a diferentes clientes que él conoce. ¿A cuántos clientes debe preguntar para estar seguro en un 95 % de que la diferencia entre lo que él calcule y el verdadero valor no supere el euro de diferencia?



**ESTADÍSTICA E INTRODUCCIÓN A LA ECONOMETRÍA.
EXAMEN FINAL**

1. (1,5 Puntos). Comprobar que los errores de un modelos de regresión y y^* son independientes. Cuestión. En una distribución bidimensional se verifica la relación $5s_Y = 4s_X$. También se sabe que las medias aritméticas son $x = 16$ e $y = 12$. Además, el coeficiente de determinación lineal toma un valor de $r^2 = 9/16$. Sabiendo que la covarianza entre X e Y es negativa, hallar el valor que debe esperarse para X cuando Y tome el valor 4.

2. (1 Punto) Definición y característica de la Función generatriz de momentos. Evaluar los momentos de una distribución uniforme utilizando la fgm.

3. (2,5 Puntos) Los siguientes datos se corresponden a precios medios de alquiler de viviendas y a índices de precios al consumo:

Año	Precio vivienda	IPC
1993	240	105,0
1994	254	110,0
1995	268	115,1
1996	288	119,2
1997	308	121,6
1998	324	101,8
1999	335	104,2

Teniendo en cuenta que el IPC correspondiente a los años 1993 a 1997 está calculado tomando como base el año 1992 y que la base de los siguientes es 1997:

- a) ¿Se puede suponer que la variación anual del precio real de la vivienda se mantiene constante en términos absolutos?. Estimar dicha variación.
- b) Suponiendo que en el año 2000 el precio medio de la vivienda aumente (en términos reales) un 4% y que la previsión sobre el IPC es que se incremente en un 2% con respecto al año anterior, obtener el precio medio de la vivienda de alquiler en el año 2000.
- c) En base a los datos del apartado anterior, y sabiendo que la ponderación del grupo vivienda utilizada en el IPC con base 1992 es 10,2803%, obtener la repercusión en porcentaje que la subida del precio de la vivienda del año 1999 al 2000 tendrá sobre el IPC.

4. Un departamento de compras encuentra que el 75% de sus pedidos especiales se reciben a tiempo. De los pedidos que se reciben a tiempo, el 80% cumple totalmente las especificaciones; de los que se reciben con retraso, el 40% no cumple las especificaciones.

- a) Calcular la probabilidad de que un pedido llegue a tiempo y cumpla las especificaciones
- b) Calcular la probabilidad de que un pedido cumpla las especificaciones



c) Si se han recibido cuatro pedidos, calcular la probabilidad de que los cuatro cumplan las especificaciones

1. En una ventanilla de Hacienda dedicada a la información para cumplimentar la declaración de la renta, el tiempo, medido en minutos, dedicado a cada persona que acude a informarse sigue una distribución normal $N(3,1)$.

a) El 10% de las personas que acuden a la ventanilla permanecen menos de x_1 minutos y el 70% más de x_2 minutos. Calcula los valores de x_1 y x_2 .

b) Durante un día concreto atendieron a 12 personas, ¿cuál es la probabilidad de que a 10 de ellas se les dedicara más de 3 minutos?

c) ¿Cuántas personas tienen que acudir, en término medio, hasta encontrar 4 que tarden menos de 1 minuto?

d) El primer día del plazo para entregar la declaración de la renta se entregaron 40, de las cuales el 5% eran a devolver. Si de ellas extraemos un grupo de 10, ¿cuál es la probabilidad de obtener exactamente una a devolver?

e) El último día del plazo para entregar la declaración de la renta, debido a la gran afluencia, se ha modificado la media y la desviación típica de la variable. Calcular ambas teniendo en cuenta que el 6'68% de las personas están en la ventanilla menos de 1'25 minutos y el 2'28% más de 3 minutos.

a) Se ha medido la variable estadística X, renta familiar (datos en euros), sobre dos regiones (I y II) en cien familias de cada una de estas regiones. Los datos obtenidos han sido:

Región I Región II

Renta Nº familias Renta Nº familias

300 - 420 24 420 - 540 24

420 - 600 36 540 - 720 36

600 - 720 20 720 - 840 20

720 - 900 20 840 - 1080 20

b) Calcular la renta media de cada región y la renta media para el conjunto de familias de ambas regiones.

c) Determinar qué región es más homogénea respecto a su renta familiar.

d) Comprobar que la renta percibida por un mayor número de familias en la región I no es única. Calcular dichas rentas.

e) En la región I únicamente hay plazas en colegios públicos para el 50% de las familias, que se concederán a las familias de menor a mayor renta. Calcular la máxima renta familiar que permitiría a una familia obtener plaza en un colegio público.

f) Calcular el índice de concentración para cada región. ¿En qué región está la renta familiar más equitativamente repartida?

g) Se propone aumentar la presión fiscal proporcionalmente un 5% o aumentarla en 30 euros por familia. Determinar cuál de las dos opciones ocasionará un reparto más equitativo de las rentas familiares en la región I. Justificar la respuesta.

*****+

La compañía de seguros EL CASTAÑAZO, S.A., especializada en el ramo de los automóviles, reúne los datos referentes a los ingresos obtenidos por las pólizas a todo riesgo para automóviles durante 1993, para cada uno de los distintos niveles de precios, obteniéndose la siguiente información:

Precio de la póliza (10³ pts.) Ingresos totales (10⁶ pts.) Porcentaje de pólizas

Menos de 85 28 35



85-100 23 25

100-120 22 20

120-150 13 10

Más de 150 18 10

Como información adicional, conocemos también que hay 200 pólizas contratadas con un importe superior a las 120.000 pesetas. Desde estos datos, se le pide que responda a las siguientes cuestiones:

- ¿ Diría usted que el coste medio de una póliza contratada en esta compañía es representativo? Razone su respuesta.
- ¿ Cree que una gran parte de los ingresos obtenidos por la compañía se concentran en un número reducido de pólizas? Cuantifique su respuesta.
- ¿ Qué porcentaje de pólizas costaron menos de 100.000 pts.? ¿ Qué porcentaje de ingresos representaron tales pólizas?
- Ante el gran aumento de los siniestros, la empresa proyecta una subida en el importe de las pólizas, pero duda entre un aumento lineal de 12.000 pts. y uno proporcional del 12 %. ¿ A partir de qué precio le interesaría a un cliente la subida lineal de 12.000 pts. en su póliza?

En una determinada ciudad se ha realizado un estudio del precio del m² construido de vivienda durante el año 1991. En uno de sus distritos, se han construido 59.300 m² de vivienda. La siguiente tabla muestra los datos correspondientes a las viviendas construidas en el mismo:

Precio de venta del m² de vivienda

(10⁴ pts.) N° de m² construidos Volumen de ventas

(10⁶ pts.)

8-10 10800 885.6

10-11 15000 1545

11-13 20900 2466.2

13-16 9600 1344

16-20 3000 516

Total 59300 6756.8

Desde los datos ahí reflejados, responda a las siguientes preguntas:

- Si se consideran viviendas de protección oficial (VPO) aquellas cuyo precio es inferior a las 102000 pts./ m², ¿qué porcentaje de m² construidos correspondería a las mismas? Explique en qué basa su estimación.
- Halle el precio medio del m² de vivienda construida e interprete si la media representa bien al total de lo construido, en virtud de la correspondiente dispersión.
- Un 20% de los m² construidos, los más caros, corresponden a viviendas catalogadas de "lujo". ¿ Qué precio mínimo ha de tener el m² de una vivienda para ser definida como de lujo?
- En los precios reflejados en la tabla anterior no se incluye un 13 % de IVA, el cual lógicamente tiene que pagar el comprador de la vivienda. Si el IVA se aplica sobre el precio de venta, ¿qué precio medio tiene el m² para el comprador de la vivienda? ¿ Qué representatividad tendría dicho precio medio?
- Para otro distrito de esa misma ciudad, próximo al analizado, se conoce que se construyeron viviendas por un total de 30000 m² durante 1991, y que el precio medio se situó en las 120000



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA

Departamento de Métodos Cuantitativos e Informáticos

ptas/m², con una desviación típica de 25000 ptas/m². Si hubiésemos hecho el estudio en ambos distritos conjuntamente, ¿cuál sería el precio medio del m² construido? ¿ Qué representatividad tendría tal precio medio?