



**ESTADÍSTICA E INTRODUCCIÓN A LA ECONOMETRÍA.
SEPTIEMBRE 2003. Examen Final.**

1. (1 Punto) Propiedades de los estimadores. Sea X_1, X_2, \dots, X_n una muestra aleatoria simple de una variable X con media μ y varianza σ^2 . Demostrar que el cuadrado de la media muestral es un estimador sesgado de μ . ¿Cuál es su sesgo?

2. (1,5 Puntos) Sea (x_i, n_i) una distribución de frecuencias unidimensional. Definir los conceptos media aritmética, geométrica, armónica. Un particular decide cancelar una cuenta bancaria a plazo fijo abierta hace 7 años con un capital inicial C . Desea conocer el tipo de interés anual promedio con que se ha remunerado dicha cuenta en el periodo sabiendo que los tipos de interés son 2 años al 3,5% un año al 4% y 4 años al 3,7%.

3. (2,5 Puntos) La evolución de la producción siderúrgica en una cierta región en miles de T_m , durante el periodo 98-02 fue la siguiente:

Año	Arrabio	Acero	Laminados
1998	3,5	3,7	2,8
1999	4	4,1	2,9
2000	4,3	4,5	3
2001	3,8	3,9	2,5

Si las ponderaciones de cada grupo para el cálculo del índice de producción con base en el 98 son: 30% para el arrabio, 50% para el acero y 20% para los laminados.

a) Obtener dicho índice para cada año.

b) Obtener la repercusión, la repercusión porcentual y la participación porcentual del acero en la variación global experimentada por el índice al pasar del año

00 al 01.

c) Las autoridades regionales se han propuesto que el incremento porcentual del índice al pasar del año 01 al 02 sea igual al que se produjo al pasar del 98 al 99. Proponen para ello que el incremento porcentual del índice de cada uno de los grupos sea en mismo en los tres. Determinar cual ha de ser éste y cuáles deben ser las producciones en cada grupo durante el año 02 si se desea alcanzar este objetivo.

4. (2,5 Puntos) Para establecer el precio a pagar por cada litro de leche, una central lechera ha dividido, atendiendo a su contenido en materia grasa (mg) por litro, la leche recibida en su factoría en tres categorías: Cat 1: Contenido en mg inferior al 9%. Cat 2.: Contenido en mg entre 9% y 16%. Cat 3.: Contenido en mg superior al 16%. Por estudios anteriores se sabe que el porcentaje en mg por litro de leche es una v.a. con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} k(2 - \sqrt{x}) & \text{si } 4 < x < 25 \\ 0 & \text{si } x \notin (4, 25) \end{cases}$$

a) Determinar el valor de k para que f sea función de densidad.

b) Sabiendo que el precio por litro pagado por la empresa es de 0,3 euros para la categoría 1, 0,8€ para la cat 2 y 1€ para la cat 3. Obténgase:

a. El precio medio del litro de leche pagado por la empresa.

b. La varianza de dicho precio

5. (2,5 Puntos) Una empresa metalúrgica está interesada en la temperatura media que alcanza cierta máquina utilizada en el proceso de fabricación. Para su estimación se obtienen 10 mediciones (en grados centígrados):

41,60 ; 41,48 ; 42,34 ; 41,95; 41,86 ; 42,18 ; 41,72 ; 42,26 ; 41,81 ; 42,04.

a) Obtener un intervalo de confianza al 99% para la temperatura media, supuesto $\sigma = 0,30$ grados.

b) Determinar el intervalo de confianza en la situación anterior, supuesto que desconocemos el valor de σ .

c) Deducir el tamaño muestral necesario para conseguir un intervalo de confianza al 95%, con una longitud menor o igual que 0,1.