UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA.

DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA.

FÍSICA I

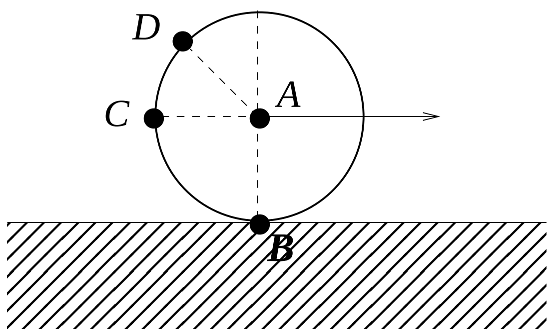
PROBLEMAS DE SÓLIDO RÍGIDO

1. El disco de la figura, de 2 m de radio, rueda sin deslizar sobre una superficie plana horizontal. El punto A se mueve hacia la derecha con una velocidad $\vec{v}_A = 6\hat{\jmath}$ m/s y aceleración $\vec{a}_A = 20\hat{\jmath}$ m/s^2. Calcula:

   a) Velocidad angular y aceleración angular del disco.

   b) Velocidad lineal en los puntos B, C y D.

   c) Aceleración lineal en los puntos B, C y D.

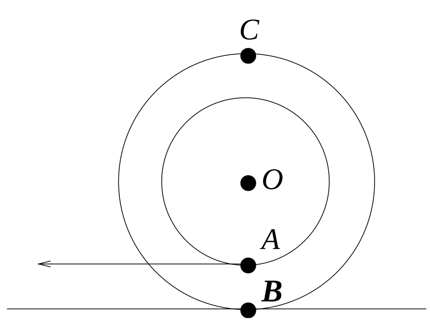


2. El disco de la figura, de 10 cm de radio, lleva un tambor de 8 cm de radio en el que va arrollada una cuerda de la que se tira hacia la izquierda de manera que el punto A adquiere una velocidad $\vec{v}_A = -14\hat{\imath}$ cm/s. El disco rueda sin deslizar a lo largo de la superficie horizontal. Determina:

   a) Velocidad angular del disco y velocidad lineal del punto O.

   b) Velocidad lineal en los puntos B y C.

   c) Longitud de la cuerda que se arrolla o desarrolla por segundo.



3. Un cilindro macizo homogéneo y una esfera maciza homogénea ambos de masa M y radio R ruedan sin deslizar partiendo del reposo sobre un plano inclinado ϕ grados respecto a la horizontal. Calcula, para los dos cuerpos:

   a) Aceleración angular y coeficiente de rozamiento mínimo para que comiencen a deslizar, utilizando las leyes de la dinámica.

b) Velocidad al final del plano y aceleración en función de la altura del plano inclinado h, utilizando balance energético.

4. De una polea de masa M y radio R penden dos masas m_1 y m_2 (siendo $m_1 > m_2$), halla la expresión de la aceleración con que se mueven las masas, así como las tensiones en la cuerda (considera la polea como un disco homogéneo).

5. Un hilo inextensible y de masa despreciable atado por un extremo al techo está enrollado sobre un disco de masa $M = 2$ Kg y radio R. El disco se deja caer partiendo del reposo. Calcula:

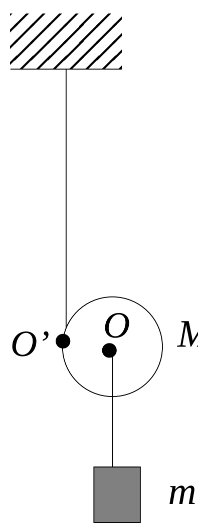
   a) Aceleración del centro O del disco.

   b) Tensión del hilo.

6. Una polea de masa M y radio R cuyo radio de giro respecto al centro es K lleva enrollada una cuerda que pende de un punto fijo. De la polea cuelga una masa m como se ve en la figura. Dejando en libertad el sistema desde el reposo, calcula:

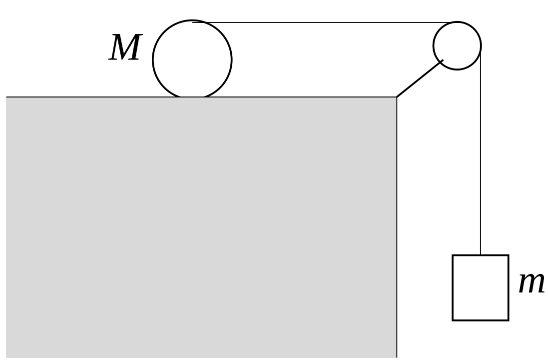
   a) Tomando momentos respecto a O (centro de la polea): aceleración de m, aceleración angular de la polea y tensiones en las cuerdas.

   b) Lo mismo, pero tomando momentos respecto a O' (punto de contacto de la cuerda con la polea).



7. Un cuerpo de $m = 1$ kg cuelga del extremo de una cuerda sin peso que pasa por una polea de masa despreciable y se enrolla en un cilindro de masa $M = 8$ kg y $R = 20$ cm, tal y como indica la figura. Calcula:

   a) Aceleración de la masa m y aceleración angular del cilindro.
   b) Tensión y fuerza de rozamiento.

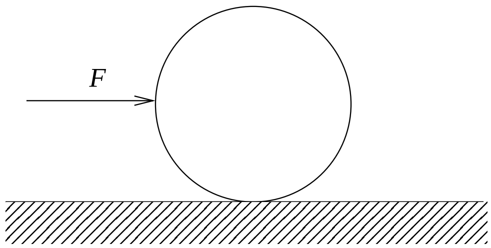


8. Un disco homogéneo de masa M y radio R rueda sin deslizar por una superficie horizontal. Se le aplica una fuerza constante F tal y como muestra la figura. Calcula:

   a) Aceleración angular que adquiere en función de F.

   b) Valor de F para que el disco deslice, si el coeficiente de rozamiento es μ.

   c) Valor de la aceleración angular en ese instante.



9. Un cilindro de masa 3 Kg y radio 60 cm se mueve sobre un plano horizontal. Partiendo del reposo, se le aplica una fuerza $F = t^3/2$ (S. I.) como en la figura del problema anterior. El coeficiente de rozamiento es $\mu = 0,3$. Calcula:

   a) Tiempo al cabo del cual el cilindro rueda deslizando.

   b) Aceleración del centro de masas en ese instante.

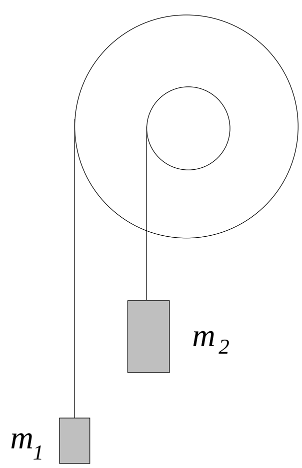
   c) Aceleración lineal y angular al cabo de 4 segundos.

10. Dos poleas del mismo eje de masas $M_1 = 2$ Kg y $M_2 = 0,5$ Kg y radios $R_1 = 24$ cm y $R_2 = 8$ cm, respectivamente, tienen suspendidas del mismo lado dos masas $m_1 = 2$ Kg y $m_2 = 4$ Kg. Las poleas giran acopladas como si fueran una sola polea. El sistema se deja libre sin velocidad inicial. Considerando las poleas con toda su masa distribuida sobre un anillo, calcula:

    a) Aceleración de las dos masas suspendidas de la polea.

    b) Tensiones en los hilos.

    c) Aceleración angular de las poleas.

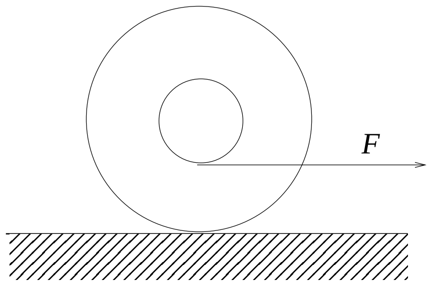


11. Calcula y estudia el sentido de la fuerza de rozamiento en el movimiento de un cilindro macizo homogéneo de radio R y masa M situado sobre un plano horizontal del que se tira con una fuerza F mediante una cuerda arrollada a un tambor de radio r que rueda sin deslizar en los siguientes casos:

    a) Fuerza paralela al suelo por la parte superior del tambor.

    b) Fuerza paralela al suelo por la parte inferior del tambor (figura del problema siguiente).

12. En el tambor interior de una rueda de 12 cm de radio se enrolla una cuerda a 8 cm del centro de la rueda, de la que se tira con una fuerza de $122,5$ N, tal y como se indica en la figura. La masa de la rueda es 50 Kg y su radio de giro es 9 cm. Calcula el valor del coeficiente de rozamiento mínimo para que el disco gire sin deslizar y, en este caso, la distancia recorrida al cabo de 10 s.

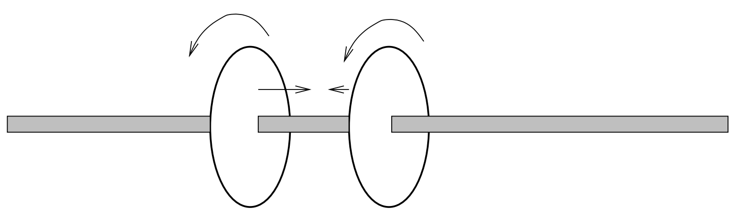


13. Una esfera maciza se abandona sin velocidad sobre un plano inclinado de 30º, siendo 0,3 el valor del coeficiente de rozamiento. Demuestra que la esfera rueda sin deslizar y calcula la aceleración del centro de masas de la esfera.

14. Sean dos discos homogéneos iguales de masa M y radio R tal como indica la figura adjunta. Sus velocidades angulares respectivas son ω y 3ω en el mismo sentido. Al cabo de cierto tiempo giran juntos con la misma velocidad angular como consecuencia del rozamiento entre sus caras contiguas. Calcula:

    a) Velocidad angular común ω_c.

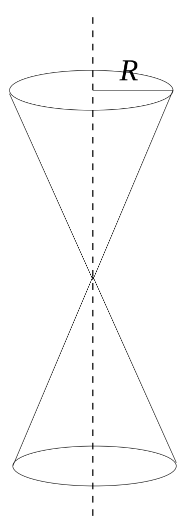
    b) Trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento desde que se ponen los discos en contacto hasta que adquieren la misma velocidad.



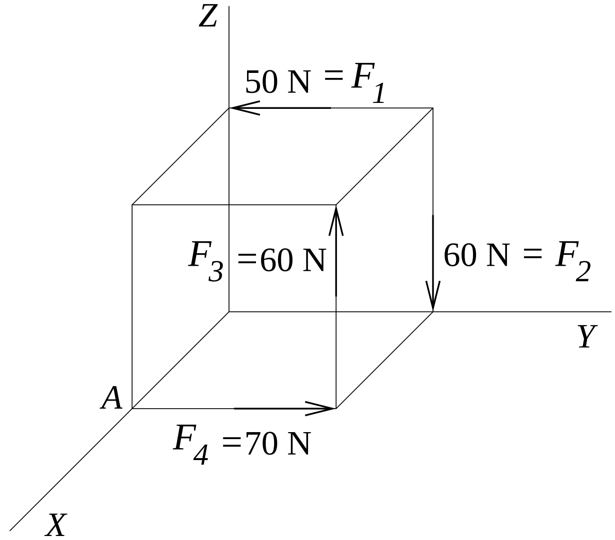
15. Sea un sólido de masa $2M$ de la forma que se representa en la figura. Calcula:

    a) Momento de inercia respecto al eje indicado en la figura.

    b) Aceleración de bajada (mediante dinámica) y velocidad del sólido (por energías) al llegar al extremo inferior de un plano inclinado de longitud L y ángulo ϕ por el que rueda sin deslizar partiendo del reposo.



16. Cuatro fuerzas se ejercen según las aristas de un cubo de 8 m de lado como se indica en la figura. Representa el sistema mediante una fuerza que pase por el punto A y un par.



17. Calcula el momento de inercia y el radio de giro de las siguientes figuras, respecto a los ejes o puntos que se indican:

a) Lámina circular homogénea de masa M y radio R respecto a un eje tangente a la lámina (paralelo a un diámetro).

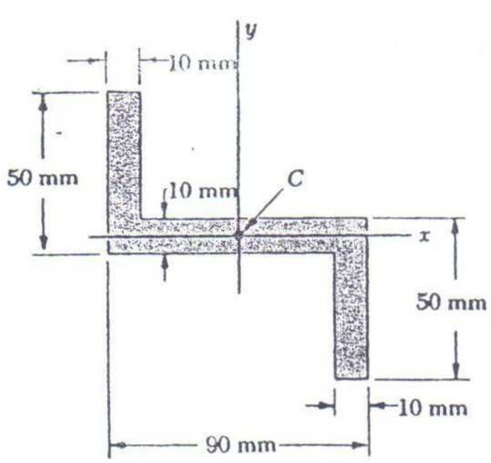
b) Cilindro macizo y homogéneo de masa M y radio R respecto a la generatriz del cilindro.

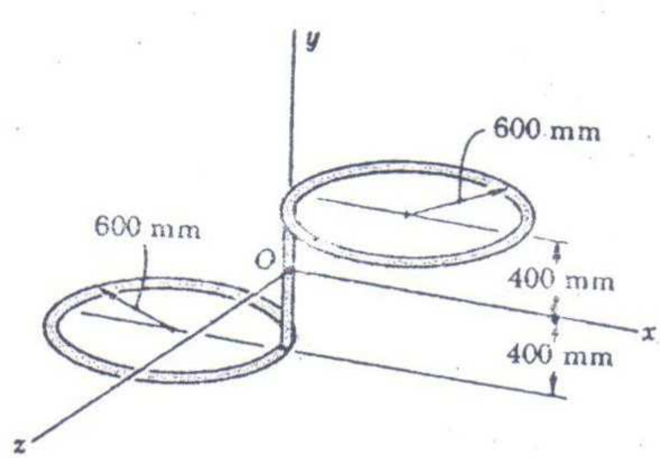
c) Esfera maciza y homogénea de masa M y radio R respecto a un eje tangente a la esfera.

d) Esfera hueca, homegénea, de masa M y radios R_2 (exterior) y R_1 (interior) respecto al centro de la esfera.

18. Calcula el momento de inercia respecto a los ejes x e y en las figuras que se muestran a continuación, sabiendo que las densidades son, respectivamente, σ (superficial, en g/mm^2) y λ (lineal, en g/cm):

a) b)





RESULTADOS:

1. a) $\vec{\omega} = -3\hat{\imath}$ rad/s y $\vec{\alpha} = -10\hat{\imath}$ rad/s^2
   b) $\vec{v}_B = 0$, $\vec{v}_C = 6\hat{\jmath} + 6\hat{k}$ m/s y $\vec{v}_D = (6 + 3\sqrt{2})\hat{\jmath} + 3\sqrt{2}\hat{k}$ m/s
   c) $\vec{a}_B = 18\hat{k}$ m/s^2, $\vec{a}_C = 38\hat{\jmath} + 20\hat{k}$ m/s^2 y $\vec{a}_D = (20 + 19\sqrt{2})\hat{\jmath} + \sqrt{2}\hat{k}$ m/s^2

2. a) $\vec{\omega} = 7\hat{\imath}$ rad/s y $\vec{v}_O = -70\hat{\jmath}$ cm/s
   b) $\vec{v}_B = 0$ y $\vec{v}_C = -140\hat{\jmath}$ cm/s
   c) $l = 56$ cm

3. a) Cilindro: $\alpha = \frac{2g\sin\phi}{3R}$ y $\mu_{\text{min}} = \frac{1}{3}\tan\phi$. Esfera: $\alpha = \frac{5g\sin\phi}{7R}$ y $\mu_{\text{min}} = \frac{2}{7}\tan\phi$
   b) Cilindro: $v_{\text{CM}} = \sqrt{\frac{4gh}{3}}$ y $a_{\text{CM}} = \frac{2g\sin\phi}{3}$. Esfera: $v_{\text{CM}} = \sqrt{\frac{10gh}{7}}$ y $a_{\text{CM}} = \frac{5g\sin\phi}{7}$

4. $a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}}$, $T_1 = \frac{m_1(4m_2 + M)}{2m_1 + 2m_2 + M}g$ y $T_2 = \frac{m_2(4m_1 + M)}{2m_1 + 2m_2 + M}g$

5. a) $a = 6,54$ m/s^2
   b) $T = 6,54$ N

6. a) $a = \frac{(M+m)R^2}{(M+m)R^2 + MK^2}g$ $\alpha = \frac{(M+m)R}{(M+m)R^2 + MK^2}g$ $T_1 = \frac{mgMK^2}{(M+m)R^2 + MK^2}$ y $T_2 = \frac{M(M+m)K^2 g}{(M+m)R^2 + MK^2}$
   b) Lo mismo que en el apartado anterior

7. a) a=2,45 m/s^2 y $\alpha = 6,125$ rad/s^2
   b) $T = 7,35$ N y $F_{\text{roz}} = 2,45$ N (hacia la derecha)

8. a) $\alpha = \frac{2F}{3MR}$
   b) $F = 3M\mu g$
   c) $\alpha = 2\mu g/R$

9. a) $t = 3,75$ s
   b) $a = 5,88$ m/s^2
   c) $a = 7,73$ m/s^2 y $\alpha = 9,8$ rad/s^2

10. a) $a_1 = 7,26$ m/s^2 y $a_2 = 2,42$ m/s^2
    b) $T_1 = 5,08$ N y $T_2 = 29,52$ N
    c) $\alpha = 30,25$ rad/s^2

11. a) $F_{\text{roz}} = \frac{R-2r}{3R}F$, su sentido cambia a partir de $R = 2r$
    b) $F_{\text{roz}} = \frac{R+2r}{3R}F$, siempre con el mismo sentido

12. $\mu = 0,2$ y $d = 24,5$ m

13. $a = 5g/14$

14. a) $\omega_c = 2\omega$
    b) $W_{\text{roz}} = -MR^2\omega^2/2$

15. a) $I = 3MR^2/5$
    b) $a_{\text{CM}} = \frac{10}{13}g\sin\phi$ y $v_{\text{CM}} = \sqrt{\frac{20}{13}gL\sin\phi}$

16. $\vec{F} = 20\hat{\jmath}$ N y $\vec{M}_A = (400\hat{\imath} - 480\hat{\jmath} + 400\hat{k})$ N·m

17. a) $I = \frac{5}{4}MR^2$ y $R_g = \frac{\sqrt{5}}{2}R$

    b) $I = \frac{3}{2}MR^2$ y $R_g = \sqrt{\frac{3}{2}}R$

    c) $I = \frac{7}{5}MR^2$ y $R_g = \sqrt{\frac{7}{5}}R$

    d) $I = \frac{3M({R_2}^5 - {R_1}^5)}{5({R_2}^3 - {R_1}^3)}$ y $R_g = \sqrt{\frac{3({R_2}^5 - {R_1}^5)}{5({R_2}^3 - {R_1}^3)}}$

18. a) $I_x = 614167\sigma$ g·mm^2 e $I_y = 1894167\sigma$ g·mm^2

    b) $I_x = 2,61 \cdot 10^6\lambda$ g·cm^2 e $I_y = 5,43 \cdot 10^6\lambda$ g·cm^2