UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA.

DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA.

FÍSICA I

PROBLEMAS DE CINEMÁTICA

1. Dado el vector de posición $\vec{r} = (t^2 + 2t)\hat{\imath} + (2t^3 - 3t^2)\hat{\jmath} + (t^2 + 1)\hat{k}$ (unidades del S.I.), calcula:

   a) Componentes cartesianas e intrínsecas de la aceleración en el instante $t = 2$ s.

   b) Triedro intrínseco asociado y radio de curvatura en $t = 2$ s.

2. Se lanza un cuerpo A verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m/s. Transcurridos t segundos se lanza hacia abajo desde el mismo lugar un cuerpo B con una velocidad de 5 m/s. Se juntan ambos en un punto a 3 m por debajo del punto de lanzamiento. Calcula t y las velocidades de ambos cuerpos en el punto de encuentro.

3. Un móvil describe una trayectoria dada por las ecuaciones: $x = pt$, $y = (1/2)pt^2$ (unidades S. I.). Determina la velocidad y aceleración del móvil, componentes intrínsecas, radio de curvatura y ecuación de la trayectoria.

4. La ecuación de un móvil es $x = R(t - \sin t)$, $y = R(1 - \cos t)$ (unidades S. I.). Calcula su velocidad, aceleración, componentes intrínsecas y radio de curvatura.

5. Una partícula se mueve en el espacio con una velocidad dada por $\vec{v} = e^t\hat{\imath} + mt^2\hat{\jmath} - (1/3)t^3\hat{k}$ (unidades del SI), siendo m una constante. Calcula:

   a) Vector de posición de la partícula en función del tiempo, sabiendo que para $t = 0$ la partícula se encuentra en el punto dado por el vector de posición $(0, 0, 1)$ m.

   b) Radio de curvatura para $t = 0$.

   c) Valor de la constante m para que la trayectoria sea plana.

   d) Momento de la velocidad respecto al punto $O(1, 1, 1)$ para $m = 1$ y $t = 1$ s.

   e) Momento de la velocidad respecto a un eje Δ que pasando por el punto anterior $(1, 1, 1)$ es paralelo al vector $\vec{A} = \hat{\imath} + \hat{\jmath} + \hat{k}$ para $m = 1$ y $t = 1$ s.

6. Un disco gira con una velocidad angular inicial constante según el sentido de las agujas del reloj. En un cierto instante adquiere una aceleración de 300 r.p.m./s en sentido contrario a las agujas del reloj. Si a los 9 segundos su velocidad angular es de 1200 r.p.m, en sentido contrario a las agujas del reloj, determina:

   a) Velocidad angular inicial.

   b) Número de revoluciones dadas.

7. Una plataforma gira a 10 r.p.m. respecto al suelo y se le imprime una aceleración en el mismo sentido de $0,5$ rad/s^2. Una persona camina en sentido opuesto describiendo círculos de $2,5$ m de radio con velocidad constante de 2 m/s respecto a la plataforma. Calcula, transcurridos 8 s desde que comienza la aceleración:

   a) Velocidad lineal y velocidad angular absolutas de la persona.

   b) Aceleraciones tangencial y normal absolutas de la persona.

   c) Ángulo girado por la persona.

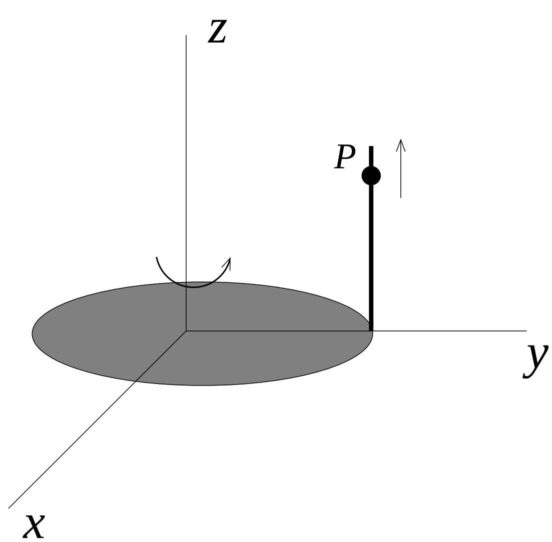
8. La velocidad del sonido es de 358 m/s. Calcula la velocidad medida por un observador que se mueve a 90 km/h:

   a) Acercándose al foco emisor.

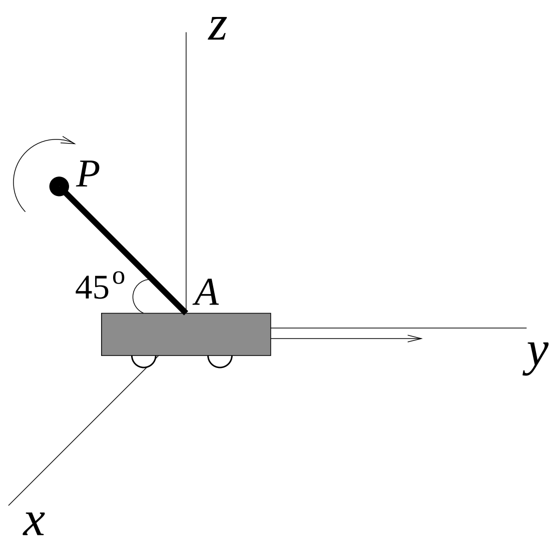
   b) Alejándose del foco emisor.

   c) Desplazándose perperdicularmente al mismo.

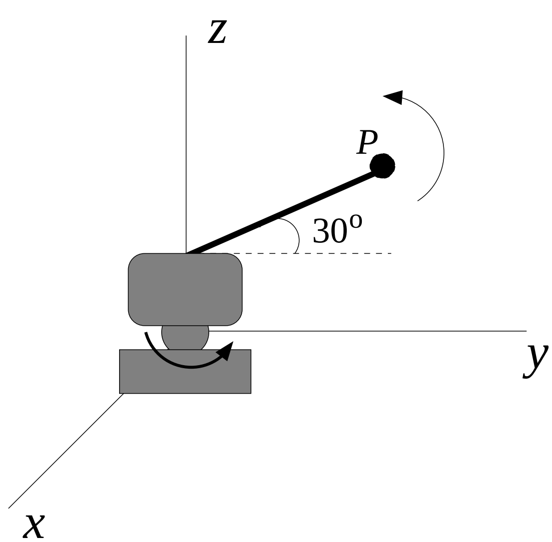
9. Un disco horizontal de radio R gira en sentido antihorario con velocidad angular $\vec{\omega}_1$ que va aumentando debido a una aceleración angular $\vec{\alpha}_1$, en el instante representado en la figura. En la periferia del disco va unida rígidamente una barra vertical y sobre ella asciende una partícula P con velocidad $\vec{v}_2$ respecto al disco, que también se va incrementando debido a una aceleración $\vec{a}_2$. Calcula la velocidad y la aceleración absolutas de la partícula en el instante representado.



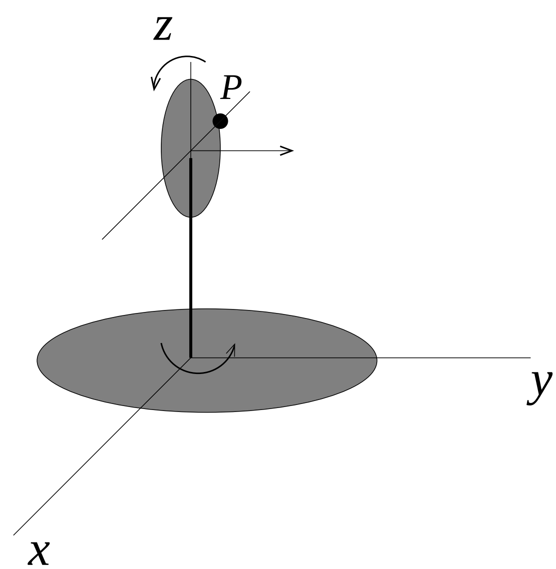
10. El remolque de la figura lleva una grúa AP de longitud L que puede girar libremente en el plano vertical alrededor de un eje perpendicular a dicho plano pasando por A. El remolque se desplaza paralelamente al eje Y con velocidad $\vec{v}_1$ y aceleración $\vec{a}_1$ respecto al suelo, mientras que la grúa gira en sentido horario alrededor del eje A con velocidad angular $\vec{\omega}_2$ que va aumentando debido a una aceleración angular $\vec{\alpha}_2$ respecto al remolque. Encuentra la velocidad y aceleración absolutas del punto P en la posición representada en la figura.



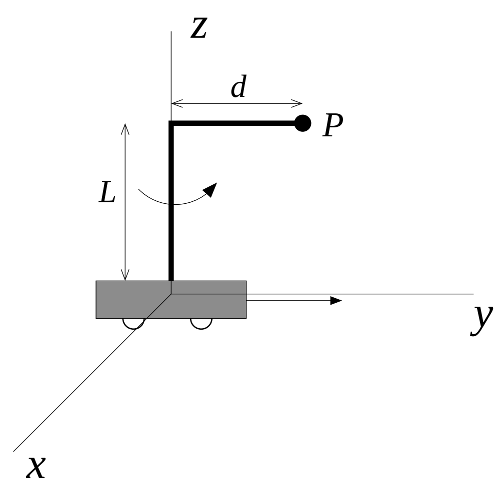
11. La grúa de la figura gira con velocidad angular constante $\omega_1 = 0,3$ rad/s. Simultáneamente la pluma se eleva con velocidad angular constante $\omega_2 = 0,5$ rad/s respecto a la grúa. Si la longitud de la pluma es $L = 12$ m, determina la velocidad y aceleración absolutas del punto P en el momento representado en la figura.



12. En el centro de una plataforma de radio R_1 que gira con velocidad angular constante ω_1 se fija en posición vertical una barra de longitud L, en cuyo extremo se ha colocado una rueda de radio R_2 que a su vez gira sobre un eje horizontal. En el instante representado, la rueda tiene una velocidad angular ω_2 y una aceleración angular α_2 respecto a la plataforma en la dirección y sentido que se indica. Calcula la velocidad y aceleración absolutas del punto P en la posición representada.



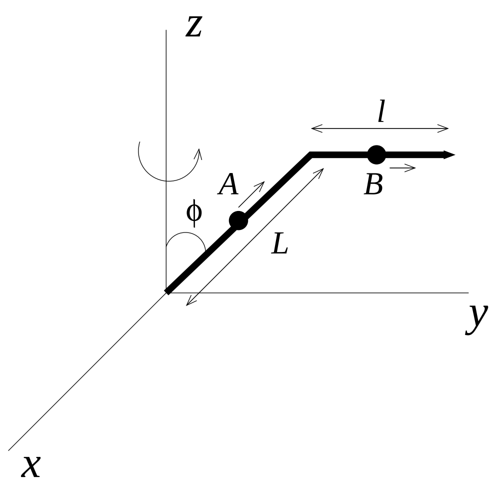
13. El remolque de la figura lleva acoplada una grúa de longitud $L = 25$ m cuya pluma mide $d = 7$ m. En el instante representado, el remolque lleva una velocidad $v_1 = 36$ km/h y una aceleración a_1=5 m/s^2 (respecto al suelo), ambas hacia la derecha. Mientras, la grúa gira respecto al remolque con velocidad angular $\omega_2 = 6$ rad/s y aceleración angular $\alpha_2 = 2$ rad/s^2, ambas dirigidas hacia arriba. Calcula la velocidad y aceleración absolutas del punto P en la posición de la figura.



14. Una barra de longitud L que puede girar alrededor de un eje vertical con el que forma un ángulo ϕ, lleva soldada otra barra horizontal de longitud l. Si la barra L está girando en sentido antihorario con velocidad angular constante ω_1, mientras un punto P recorre ambas barras en sentido ascendente con velocidad constante v_2 respecto a las barras, calcula la velocidad y aceleración absolutas de P en los momentos representados en la figura en:

    a) La posición A (punto medio de L).

    b) La posición B (punto medio de l).

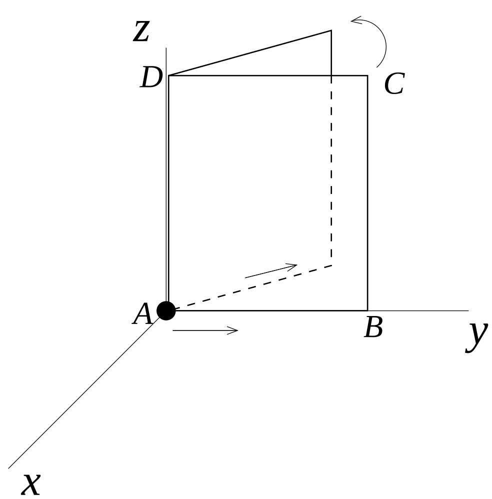


15. Una puerta $ABCD$ de 2,5 m de alto y 1 m de ancho se encuentra inicialmente cerrada y en reposo en la posición de la figura. Se abre por efecto del viento que le comunica una aceleración constante $\alpha_1 = \pi/2$ rad/s^2 en la dirección y sentido indicados. Simultáneamente un punto parte del reposo desde A y va recorriendo el lado AB con aceleración constante respecto a la puerta $a_2 = 2$ m/s^2. Calcula, en el instante $t = 1$ s:

    a) Posición del punto.

    b) Velocidad absoluta del punto.

    c) Aceleración absoluta.



RESULTADOS:

1. a) $\vec{a} = 2\hat{\imath} + 18\hat{\jmath} + 2\hat{k}$ m/s^2, $\vec{a_t} = 7,22\hat{\imath} + 14,45\hat{\jmath} + 4,82\hat{k}$ m/s^2 y $\vec{a_n} = -5,22\hat{\imath} + 3,55\hat{\jmath} - 2,82\hat{k}$ m/s^2

   b) $\hat{u}_t = 0,43\hat{\imath} + 0,86\hat{\jmath} + 0,29\hat{k}$, $\hat{u}_n = -0,75\hat{\imath} + 0,51\hat{\jmath} - 0,41\hat{k}$, $\hat{u}_t \times \hat{u}_n = -0,50\hat{\imath} + 0,04\hat{\jmath} - 0,86\hat{k}$ y $R = 28,35$ m

2. $t = 3,8$ s, $\vec{v_A} = -21,44\hat{\jmath}$ m/s y $\vec{v_B} = -9,15\hat{\jmath}$ m/s.

3. $\vec{v} = p\hat{\imath} + pt\hat{\jmath}$, $\vec{a} = p\hat{\jmath}$, $\vec{a_t} = \frac{pt}{1+t^2}\hat{\imath} + \frac{pt^2}{1+t^2}\hat{\jmath}$, $\vec{a_n} = -\frac{pt}{1+t^2}\hat{\imath} + \frac{p}{1+t^2}\hat{\jmath}$, $R = p(1+t^2)^{3/2}$ e $y = \frac{x^2}{2p}$ (S. I.)

4. $\vec{v} = R(1-\cos t)\hat{\imath} + R\sin t\hat{\jmath}$, $\vec{a} = R\sin t\hat{\imath} + R\cos t\hat{\jmath}$, $\vec{a_t} = \frac{R}{2}\sin t\hat{\imath} + \frac{R}{2}(1+\cos t)\hat{\jmath}$, $\vec{a_n} = \frac{R}{2}\sin t\hat{\imath} + \frac{R}{2}(\cos t - 1)\hat{\jmath}$ y $\rho = 4R\sqrt{\frac{1-\cos t}{2}}$ (S. I.)

5. a) $\vec{r} = (e^t - 1)\hat{\imath} + \frac{mt^3}{3}\hat{\jmath} + (1 - \frac{t^4}{12})\hat{k}$

   b) $R \to \infty$

   c) $m = 0$

   d) $\vec{M}_o(\vec{V}) = 0,306\hat{\imath} + 0,013\hat{\jmath} + 2,530\hat{k}$ m^2/s

   e) $\vec{M}_\Delta(\vec{V}) = 0,95\hat{\imath} + 0,95\hat{\jmath} + 0,95\hat{k}$ m^2/s

6. a) $\omega_0 = 50\pi$ rad/s

   b) N=22,5 vueltas

7. a) $v = 10,63$ m/s y $\omega = 4,25$ rad/s

   b) $a_t = 1,25$ m/s^2 y $a_n = 45,16$ m/s^2

   c) $\phi = 18$ rad

8. a) $v_a = 383$ m/s

   b) $v_b = 333$ m/s

   c) $v_c = 359$ m/s

9. $\vec{v} = -\omega_1 R\hat{\imath} + v_2\hat{k}$ y $\vec{a} = -\alpha_1 R\hat{\imath} - \omega_1^2 R\hat{\jmath} + a_2\hat{k}$

10. $\vec{v} = (v_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}L\omega_2)\hat{\jmath} + \frac{\sqrt{2}}{2}L\omega_2\hat{k}$ y $\vec{a} = (a_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}L\alpha_2 + \frac{\sqrt{2}}{2}L\omega_2^2)\hat{\jmath} + (\frac{\sqrt{2}}{2}L\alpha_2 - \frac{\sqrt{2}}{2}L\omega_2^2)\hat{k}$

11. $\vec{v} = -3,1\hat{\imath} - 3,0\hat{\jmath} + 5,2\hat{k}$ m/s y $\vec{a} = 1,8\hat{\imath} - 3,5\hat{\jmath} - 1,5\hat{k}$ m/s^2

12. $\vec{v} = -\omega_1 R_2\hat{\jmath} + \omega_2 R_2\hat{k}$ y $\vec{a} = (\omega_1^2 R_2 + \omega_2^2 R_2)\hat{\imath} + \alpha_2 R_2\hat{k}$

13. $\vec{v} = -42\hat{\imath} + 10\hat{\jmath}$ m/s y $\vec{a} = -14\hat{\imath} - 247\hat{\jmath}$ m/s^2

14. a) $\vec{v} = -\frac{\omega_1 L}{2}\sin\phi\hat{\imath} + v_2\sin\phi\hat{\jmath} + v_2\cos\phi\hat{k}$ y $\vec{a} = -2v_2\omega_1\sin\phi\hat{\imath} - \frac{L\omega_1^2}{2}\sin\phi\hat{\jmath}$

    b) $\vec{v} = -\omega_1(L\sin\phi + \frac{l}{2})\hat{\imath} + v_2\hat{\jmath}$ y $\vec{a} = -2v_2\omega_1\hat{\imath} - \omega_1^2(L\sin\phi + \frac{L}{2})\hat{\jmath}$

15. a) $\vec{r} = -0,71\hat{\imath} + 0,71\hat{\jmath}$ m

    b) $\vec{v} = -2,52\hat{\imath} + 0,30\hat{\jmath}$ m/s

    c) $\vec{a} = -5,22\hat{\imath} - 5,88\hat{\jmath}$ m/s^2