



Fundamentos Matemáticos
Examen de Junio (Tipo A)
Arquitecto Técnico
23-Junio-2008. 9.30-12.30h

Apellidos, Nombre:

DNI: Grupo:

Introduce las respuestas en los recuadros. Los cálculos se entregan en hojas aparte, junto con esta hoja. Una respuesta no acompañada de los cálculos y/o razonamientos correspondientes contará negativamente.

1. Estima el valor de $\ln(\frac{9}{8})$ utilizando un polinomio de Taylor de grado 4 de la función $f(x) = \ln(x)$ en el punto $x_0 = 1$.

Respuesta: (en fracción, sin decimales)

$$P_4(\frac{9}{8}) = \frac{5789}{49152} \quad 1.25p$$

Usando el resto de Lagrange, calcula qué grado n debe tener el polinomio de Taylor para que el error cometido sea menor que 5×10^{-7} .

Respuesta: $n \geq \boxed{6} \quad 1.5p$

2. Sea la transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dada por:

$$\begin{aligned} T(1, -2, 3) &= \frac{1}{3}(-17, -24, -19) \\ T(0, 2, 3) &= \frac{1}{3}(-4, -8, -7) \\ T(0, 0, 3) &= (-4, -6, -5) \end{aligned}$$

Calcula:

- a) La matriz M de la transformación lineal T respecto a la base canónica **1p**

$$M = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 3 & 4 & -4 \\ 4 & 5 & -6 \\ 4 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

Ec. Caract. $-3 + \sigma + 3\sigma^2 - \sigma^3 = 0, \sigma = 3\lambda$

- b) Los autovalores (de mayor a menor) **1p**

$$\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1/3, \lambda_3 = -1/3$$

- c) La matriz de paso (columnas en el mismo orden que los autovalores) **1p**

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

- d) La matriz de paso inversa **0.75p**

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- e) La potencia infinita de M **0.75p**

$$M^\infty = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

3. Calcula por mínimos cuadrados la ecuación de la parábola $y = ax^2 + bx + c$ que pasa más cerca de los siguientes cuatro puntos:

$$(x, y) = (-2, 0), (1, 1), (2, 0), (0, -1)$$

Respuesta:

$$a = 1/11, b = 7/55, c = -13/55 \quad 1.5p$$

Representa gráficamente (detrás de esta hoja) la parábola obtenida, calculando previamente los puntos de corte con los ejes $(x_\pm, 0), (0, y)$: **0.75p**

$$x_\pm = \frac{-7 \pm \sqrt{309}}{10}, y = -13/55$$

y el vértice de la parábola: **0.5p**

$$(x, y) = \left(-\frac{7}{10}, \frac{309}{1100} \right)$$

Las notas saldrán el lunes día 30 de Junio.

Revisión de examen días:

2,3 y 4 de Julio de 12 a 14 horas