



Fundamentos Matemáticos

Examen de Febrero (Tipo A)

Arquitecto Técnico

7-febrero-2008. 9.30-12.30h

Apellidos, Nombre:

DNI:

Grupo:

Introduce las respuestas en los recuadros. Los cálculos se entregan en hojas aparte, junto con esta hoja. Una respuesta no acompañada de los cálculos y/o razonamientos correspondientes contará negativamente.

- 2.75 1. Estima el valor de $\sin(\frac{1}{5})$ utilizando un polinomio de Taylor de grado 4 de la función $f(x) = \sin(x)$ en el punto $x_0 = 0$

Respuesta: (en fracción, sin decimales)

$P_4(\frac{1}{5}) = \frac{149}{750}$ 1.25p

Usando el resto de Lagrange, calcula qué grado n debe tener el polinomio de Taylor para que el error cometido sea menor que 5×10^{-10} .

Respuesta: $n \geq 7$ 1.5p

- 4.75 2. Dados los siguientes subespacios vectoriales de \mathbb{R}^3 :

$H_1 = \langle (1, 1, -1), (2, 0, -1) \rangle,$

$H_2 = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / 2x - y + z = 0 \},$

$H_3 = \langle (3, 1, -2) \rangle,$

$H_4 = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / \begin{matrix} x - z = 0 \\ 3x - 2y + 3z = 0 \end{matrix} \}.$

Calcula:

- a) Una base de $(H_1 \cap H_3)^\perp \cap (H_2 + H_4)$

$(1, 7, 5)$ 1p

- b) Ecuaciones implícitas de $H_1^\perp + (H_3 + H_4)^\perp$

$3x + y - 2z = 0$ 1p

- c) Calcula la proyección de \vec{p} sobre H en la dirección de S en los siguientes casos:

1) $\vec{p} = (1, 1, 1), H = H_1, S = H_4.$

$(\frac{1}{3}, -1, \frac{1}{3})$ 0.75p

2) $\vec{p} = (1/2, 1/2, 1), H = H_1, S = H_1^\perp.$

$(0, 0, 0)$ 0.5p

3) $\vec{p} = (1, 1, 1), H = H_2, S = H_2^\perp.$

$(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{2}{3})$ 0.5p

4) $\vec{p} = (1/3, 1, 1/3), H = H_2, S = H_4.$

S.C.I. 0.5p

5) $\vec{p} = (1, -1, 1), H = H_3^\perp, S = H_2^\perp.$

$(1, -1, 1)$ 0.25p

6) $\vec{p} = (1, 1, 1), H = H_1, S = H_3.$

S.I. 0.25p

2.5

3. Dada la superficie definida por la ecuación

$z = f(x, y) = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)$

se pide:

$= -\frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2)$

- a) Dirección \vec{h} de máxima pendiente en el punto $P_1 = (1, 3)$. 0.25p

$\vec{h}_{max} \propto (1, 3)$

- b) Dirección \vec{h} de mínima pendiente en el punto $P_2 = (3, 1)$. 0.25p

$\vec{h}_{min} \propto (-1, 3)$

- c) Calcula la máxima pendiente en P_1 . 0.5p

$D_{max}f(1, 3) = \frac{1}{\sqrt{10}}$

- d) Calcula la matriz hessiana de f en P_1

$Hf(1, 3) = \begin{pmatrix} -\frac{4}{50} & \frac{3}{50} \\ \frac{3}{50} & \frac{4}{50} \end{pmatrix}$ 1p

- e) Calcula los autovalores de $Hf(1, 3)$

$\lambda_1 = \frac{1}{10}, \lambda_2 = -\frac{1}{10}$ 0.5p

Las notas saldrán el día 12 de febrero.

Revisión de examen días:

12 (16-19horas) y 13 (9-12horas)