



Fundamentos Matemáticos
Examen de Septiembre (Tipo A)
Arquitecto Técnico
4-Septiembre-2006. 9.30-12.30h

Apellidos, Nombre:

DNI: Grupo:

Introduce las respuestas en los recuadros. Los cálculos se entregan en hojas aparte, junto con esta hoja. Una respuesta no acompañada de los cálculos y/o razonamientos correspondientes contará negativamente.

1. Estima el valor de $\sqrt[3]{10}$ utilizando un polinomio de Taylor de grado 4 de la función $f(x) = \sqrt[3]{x}$ en el punto $x_0 = 8$

Respuesta: (en fracción, sin decimales)

$$P_4(10) = \frac{33505}{15552} \quad 1.25p$$

Usando el resto de Lagrange, calcula qué grado n debe tener el polinomio de Taylor para que el error cometido sea menor que 10^{-6} .

Respuesta: $n \geq$ 7 1.25p

2. Sea la transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dada por:

$$T(2, 1, 2) = \frac{1}{3}(4, 2, 4)$$

$$T(0, 1, 2) = -\frac{1}{3}(2, 8, 6)$$

$$T(0, 0, 2) = -\frac{1}{3}(4, 12, 8)$$

Calcula:

- a) La matriz M de la transformación lineal T respecto a la base canónica **1p**

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2/3 & -2/3 \\ 5/3 & 4/3 & -2 \\ 5/3 & 2/3 & -4/3 \end{pmatrix}$$

- b) Los autovalores (de mayor a menor) **1p**

$$\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2/3, \lambda_3 = -2/3$$

- c) La matriz de paso (columnas en el mismo orden que los autovalores) **1p**

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

- d) La matriz de paso inversa **0.75p**

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- e) La potencia infinita de M **0.75p**

$$M^\infty = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

3. Calcula por mínimos cuadrados la ecuación de la parábola $y = ax^2 + bx + c$ que pasa más cerca de los siguientes cuatro puntos:

$$(x, y) = (-2, 0), (0, 0), (1, 0), (0, -1)$$

Respuesta:

$$a = 1/4, b = 1/4, c = -1/2 \quad 1.5p$$

Calcula la matriz hessiana y comprueba que se trata de un mínimo. **0.75p**

$$Hf(a, b, c) = \begin{pmatrix} 34 & -14 & 10 \\ -14 & 10 & -2 \\ 10 & -2 & 8 \end{pmatrix}$$

Representa gráficamente (detrás de esta hoja) la parábola obtenida, calculando previamente los extremos relativos y los puntos de corte con los ejes. **0.75p**

