



**Fundamentos Matemáticos**  
**Examen de Febrero (Tipo A)**  
**Arquitecto Técnico**  
**13-Febrero-2006. 9.30-12.30h**

Apellidos (mayúscula):

Nombre:

DNI: Grupo:

Introduce las respuestas en los recuadros. Los cálculos se entregan en hojas aparte, junto con esta hoja. Una contestación no acompañada de los cálculos y/o razonamientos correspondientes contará negativamente.

1. Estima el valor de  $\cos(\frac{3\pi}{2} - \frac{1}{2})$  utilizando un polinomio de Taylor de grado 5 de la función  $f(x) = \cos(x)$  en el punto  $x_0 = \frac{3\pi}{2}$

Respuesta: (en fracción)

$$P_5(\frac{3\pi}{2} - \frac{1}{2}) = \frac{-1841}{3840} \quad 1.25p$$

Usando el resto de Lagrange, calcula qué grado  $n$  debe tener el polinomio de Taylor para que el error cometido sea menor que una millonésima.

Respuesta:  $n \geq 7$  1.25p

2. Sea la transformación lineal  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por:

$$T(2, 1, 2) = (1, 1/2, 1)$$

$$T(0, 1, 2) = (-1, 5/2, 2)$$

$$T(0, 0, 2) = (-2, 4, 3)$$

Calcula:

- a) La matriz  $M$  de la transformación lineal  $T$  respecto a la base canónica 1p

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ \frac{3}{2} & \frac{3}{2} & -2 \\ \frac{3}{2} & 1 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

- b) Los autovalores (de mayor a menor) 1p

$$\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1/2, \lambda_3 = -1/2$$

- c) La matriz de paso (columnas en el mismo orden que los autovalores) 1p

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

- d) La matriz de paso inversa 0.75p

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- e) La potencia infinita de  $M$  0.75p

$$M^\infty = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

3. Dada la superficie definida por la ecuación

$$z = f(x, y) = \frac{y}{\sqrt{x^2 + yx}}$$

se pide:

- a) Dirección  $\vec{h}$  de máxima pendiente en el punto  $P = (1, 3)$ . 0.5p

Respuesta:  $\vec{h} \propto (-3, 1)$

- b) Dirección  $\vec{h}$  de mínima pendiente en el punto  $P = (1, 3)$ . 0.5p

Respuesta:  $\vec{h} \propto (1, 3)$

- c) Calcula el gradiente de  $f$  en el punto  $(1, 3)$ . 1.5p

Respuesta:  $\vec{\nabla} f(1, 3) = (-\frac{15}{16}, \frac{5}{16})$

- d) Calcula la máxima pendiente en dicho punto. 0.5p

Respuesta:  $\frac{5}{8} \sqrt{\frac{5}{2}} \approx 0.988$