

LECTURA COMPLEMENTARIA PARTE IV. COEFICIENTES DE INTERCAMBIO DE ENERGÍA Y DE MASA POR CONVECCIÓN

ÍNDICE DEL CONTENIDO

Preámbulo

1- Concepto de capa límite

2- La convección

3- Coeficientes de intercambio de energía por convección

3.1- Convección libre

3.2- Convección forzada

3.3- Convección mixta

4- Coeficientes de intercambio de masa por convección

4.1- Análisis adimensional

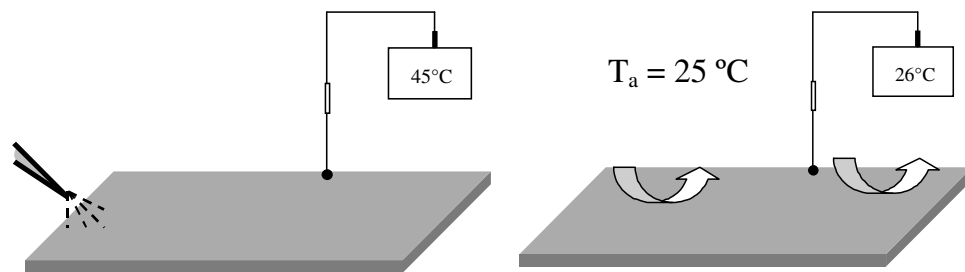
4.2- Relación entre los coeficientes de intercambio de calor y de masa

5- Propiedades físicas del aire y del agua

6- Resumen

Preámbulo

Consideremos que tenemos una placa de metal que calentamos mientras que con un termómetro medimos el aumento de su temperatura. Si cesamos de calentar la placa, su temperatura disminuye poco a poco para estabilizarse a una temperatura cercana de la temperatura ambiente, T_a , lo que indica que la placa ha cedido energía hacia las capas de aire que la rodean.



(a) Calentamiento de una placa a una temperatura superior a la del aire.

(b) cuando cesa la aplicación del calor, la placa se estabiliza poco a poco a una temperatura cercana de la temperatura del aire, cediendo energía al aire que la rodea.

La transferencia de energía entre la placa y el aire depende del movimiento del fluido que, en este ejemplo, se genera debido a diferencias de densidad (de temperatura) entre las capas de aire en las inmediaciones de la placa. Las moléculas de aire en contacto con la placa se calientan, su densidad disminuye y tienden a ascender. El espacio liberado por las moléculas más calientes es

ocupado por moléculas más frías que, en contacto con la placa caliente, se calientan a su vez. Este ciclo continúa mientras la temperatura de la placa sea superior a la del aire, lo que genera un movimiento continuo del aire a lo largo de la placa y mantiene el gradiente de densidad, es decir, mantiene la fuerza motriz de la convección libre.

Es éste un ejemplo típico de transferencia por **convección (libre o natural**, ver en lo que sigue) en la que el movimiento del fluido no depende de ninguna fuerza externa. Si al lado de la placa ubicamos un ventilador, el movimiento del fluido dependerá esencialmente de la intensidad con la que el ventilador renueva las capas de aire en torno a la placa. En este caso (**convección forzada**), una fuente de energía externa (un ventilador) induce en las capas de aire un gradiente de presión que genera el movimiento del aire.

El movimiento del aire provoca no solamente el transporte de energía sino que, al mismo tiempo, se transporta la masa (por ejemplo, vapor de agua y CO₂ del aire). *Podemos decir, como resumen del preámbulo, que la convección es un proceso de transferencia de calor y de masa que (i) requiere un soporte material y (ii) se realiza con transporte de calor y de materia.*

1- Concepto de capa límite

Los intercambios de calor y de masa (vapor de agua, CO₂, etc.) que se generan a nivel de una superficie son la resultante de procesos de difusión molecular y difusión turbulenta. Estos procesos intervienen a través de la capa de aire adyacente a la superficie, ya sea ésta vegetal o no. Las características de la superficie (su dimensión, geometría, porosidad, etc.), el tipo de convección (natural o forzada) y la naturaleza del flujo (laminar o turbulento) determinan las condiciones microclimáticas en el interior de la capa de aire (perfiles de temperatura, de humedad, de CO₂, de velocidad del aire). Esta capa se denomina "capa límite" y, en cultivos al aire libre, se define como la zona adyacente a la superficie en la que la velocidad del aire presenta un paso gradual desde el reposo completo, en contacto con la superficie, hasta alcanzar la velocidad del aire "libre" en una zona alejada de ella. Se considera, de manera arbitraria, que la frontera que delimita la capa límite corresponde a la línea de flujo en la que la velocidad del aire difiere muy poco de la del aire libre (es decir de la velocidad del aire que no está perturbada por la presencia de la superficie).

Dentro de la capa límite, el movimiento del fluido puede ser laminar o turbulento, dando origen a capas límite laminares o turbulentas. En el caso de hojas vegetales, la turbulencia viene acentuada por la presencia de venas, de protuberancias o de vellosidades. En desplazamiento laminar, los perfiles de las variables microclimáticas presentan una forma regular que evoluciona progresivamente con el tiempo y el espacio (en general, presentan una variación lineal en función de la distancia a la superficie). En desplazamiento turbulento, el movimiento de las partículas es desordenado, creando un estado de agitación (o turbulencia) que origina torbellinos y la mezcla rápida de las capas del fluido. En este caso, las variables presentan al interior de la capa límite variaciones temporales y espaciales aleatorias.

La importancia relativa del régimen laminar y turbulento dentro de la capa límite es difícil de predecir, y depende del equilibrio entre las fuerzas de viscosidad, que tienden a provocar una mayor estabilidad del aire (como ocurre en el régimen laminar), y las fuerzas dinámicas, originadas ya sea por un campo de densidades (convección libre) o por un campo de presiones (convección forzada). Por ejemplo, a medida que aumentan la velocidad del viento y la turbulencia, incrementan el número y la fuerza de los torbellinos alrededor de la hoja, por lo que se puede desprestigiar la importancia del proceso de difusión molecular con respecto a la difusión turbulenta (régimen totalmente turbulento).

2- La convección

El proceso de transferencia de energía y de masa a través de una capa límite se conoce como convección y es el resultado del desplazamiento del fluido que se origina (i) entre zonas que presentan un gradiente de densidad, debido a diferencias de temperatura o de concentración (ii) y/o como resultado de un flujo inducido por un gradiente externo de presión (viento).

Se reserva el nombre de advección cuando la transferencia se produce entre dos zonas de un fluido en la dirección del desplazamiento del fluido. En los dos casos, la transferencia tiene lugar en el seno de un fluido en movimiento y se efectúa gracias a su desplazamiento. Los intercambios entre el aire y las superficies del invernadero, ya sean naturales (suelo, dosel vegetal) o no (pared de cubierta, tubos de calefacción), son ejemplos de transferencia por convección. Los intercambios de energía y de masa a través de la ventilación son un ejemplo de transporte por advección.

Existen diferentes modos de convección que dependen de la causa que origina el movimiento del fluido:

- **Convección libre o natural.** El movimiento del fluido está originado por diferencias de densidad (es decir, por diferencias de temperatura) que aparecen entre la capa en contacto directo con la superficie y las capas en sus inmediaciones.

- **Convección forzada.** El movimiento del aire se genera por un campo de presiones impuestas por una fuerza exterior (acción de viento, de un ventilador) que induce en torno a la superficie un gradiente de presión y, por tanto de densidad.

- **Convección mixta.** La transferencia de calor y de masa se debe, en parte, a la convección natural y en parte a la convección forzada. Los movimientos del aire vienen a la vez provocados por gradientes de temperatura y por gradientes de presión.

La importancia relativa de la convección natural y forzada en los intercambios de calor y de masa depende del equilibrio que se ejerce entre la fuerza de ascensión, originada por un campo de densidades, y las fuerzas dinámicas, originadas por un campo de presiones. Como veremos en lo que sigue, la convección natural y mixta son los regímenes que representan la mayoría de las situaciones de transferencia por convección entre las superficies del invernadero y el aire interior.

En los tres casos que acabamos de exponer, la transferencia de calor y de masa por convección puede expresarse por medio de la ley de Newton, como el producto de un coeficiente de intercambio por una diferencia de temperatura o de concentración.

a) Para la transferencia de calor, la densidad de flujo Φ_T ($J m^{-2} s^{-1}$) es:

$$\Phi_T = h_T (T_{su} - T_a)$$

donde, h_T = coeficiente de intercambio ($J m^{-2} s^{-1} K^{-1}$); $T_{su} - T_a$ = gradiente de temperatura entre la superficie y el aire (K).

h_T también puede expresarse como una velocidad de intercambio, o conductancia aerodinámica, g_T ($m s^{-1}$) siendo la relación:

$$g_T = \frac{h_T}{\rho C_p}$$

con ρ y C_p = densidad y calor específico del aire, respectivamente. A 25 °C, ($\rho = 1,19 kg m^{-3}$; $C_p = 1002,8 J kg^{-1} K^{-1}$) $h_T \approx 1190 g_T$.

b) Para la transferencia de masa, la densidad de flujo de masa Φ_M ($g m^{-2} s^{-1}$) es:

$$\Phi_M = h_M (q_{su} - q_o)$$

siendo q la fracción másica ($g kg^{-1}$), h_M el coeficiente de intercambio de masa ($kg m^{-2} s^{-1}$).

La relación entre h_M y la conductancia a la transferencia de masa, g_M , es: $h_M = \rho g_M$

En el Cuadro 1 se recapitulan otro tipo de expresiones para calcular Φ_M , en función de la dimensión que se utilice para expresar el gradiente de difusión, cuando la conductancia tiene la dimensión de una longitud por unidad de tiempo (p.e.: $m s^{-1}$). Sin embargo, en fisiología se

utiliza más la densidad de flujo molar (Φ_M en mol m⁻² s⁻¹) con la conductancia expresada en mol m⁻² s⁻¹. La conversión de m s⁻¹ en una conductancia molar se obtiene según la relación:

$$\frac{m}{s} \equiv \frac{P}{RT} \left(\frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \text{s}^{-1}} \right)$$

Por ejemplo, en condiciones normales de presión (P= 101, 3 kPa) y de temperatura (T= 20 °C), la conversión (R = 0,00831 kPa m³ mol⁻¹ K⁻¹) es:

$$1 \text{ m s}^{-1} \equiv \frac{101.3}{(0,00831)(273 + 20)} = 41,6 \left(\frac{\text{mol}}{\text{m}^2 \text{s}^{-1}} \right)$$

Cuadro 1. Expresiones utilizadas para calcular la densidad flujo de masa, Φ_M , en función de la unidad del gradiente de difusión entre la superficie y el aire cuando la conductancia, g_{Ma} , viene expresada en m s⁻¹.

Φ_M	g_M	Gradiente de difusión	Densidad de flujo(*)
(kg m ⁻² s ⁻¹)	(m s ⁻¹)	Concentración, Δc (g m ⁻³)	$\Phi_M = g_M \Delta c$
		presión parcial, Δe (kPa \equiv kJ m ³)	$\Phi_M = g_M \frac{M_i}{RT} \Delta e$
		fracción másica, Δq (g kg ⁻¹)	$\Phi_M = g_M \rho \Delta q$
		fracción molar, Δx (mol mol ⁻¹)	$\Phi_M = g_M \frac{PM_i}{RT} \Delta x$

(*) M_i (para el agua = 18 g mol⁻¹ para el CO₂ = 44 g mol⁻¹). P en condiciones normales es 101.3 kPa, R = 0.008314 kPa m³ mol⁻¹ K⁻¹.

El coeficiente de intercambio (o conductancia de capa límite ¹) es una función compleja que depende de determinadas propiedades físicas del fluido (en este caso el aire) y de las características del flujo. Este aspecto se expone en lo que sigue, donde se dan varios ejemplos para calcular los coeficientes de intercambio.

3- Coeficientes de intercambio de energía por convección

Los coeficientes a la transferencia de calor se expresan de forma adimensional con el módulo de Nusselt:

$$Nu = h_T \ell / k$$

Este módulo sintetiza la información relativa a:

- Las propiedades de difusión molecular del fluido (integradas en el módulo de Prandtl).
- La dinámica del flujo, que se determina con los módulos de Grashof y de Reynolds para, respectivamente, la convección libre y forzada.

3.1- Convección libre

- Análisis adimensional

Los resultados experimentales de transferencia de calor, obtenidos con superficies lisas, muestran que se puede determinar h_T para la convección libre a partir de la relación general:

$$Nu = h_T \ell / k = C_1 (Pr)^n (Gr)^n$$

¹ En la transferencia de calor y de masa se hablará de manera indistinta de conductancia (g , o coeficiente de intercambio, h) o bien de su inversa la resistencia ($g = 1/r$).

El módulo de Prandt (Pr) agrupa las propiedades físicas del fluido más relevantes: viscosidad cinemática ($\nu = \mu/\rho$) y difusividad térmica ($D_T = k/\rho C_p$):

$$\text{Pr} = \nu/D_T = \mu C_p/k$$

Con D_T en $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$, siendo μ la viscosidad ($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$), ρ la densidad (kg m^{-3}) y C_p el calor específico del fluido ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$) y k conductividad ($\text{J m}^{-1} \text{s}^{-1} \text{K}^{-1}$).

El módulo de Grashof (Gr) agrupa los factores que ejercen mayor impacto en el movimiento del fluido: fuerza de ascensión (inducida por la diferencia de temperatura, ΔT , entre la superficie y el aire), fuerza de inercia (inducida por la aceleración de la gravedad, g) y fuerza de fricción (inducida por la viscosidad del fluido, ν):

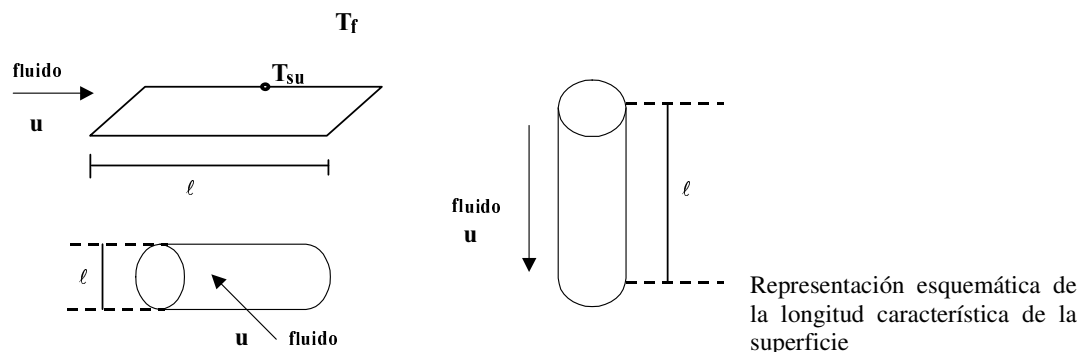
$$\text{Gr} = g \rho^2 \ell^3 \Delta T \beta / \mu^2$$

con $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$, β (coeficiente de dilatación del fluido, K^{-1}), y $\Delta T = (T_{\text{su}} - T_f)$ la diferencia de temperatura entre la superficie (T_{su}) y el fluido (T_f)

Si consideramos las propiedades del aire en condiciones normales (Cuadros 5a-b: viscosidad, $\mu = 181 \cdot 10^{-7} \text{ kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$; calor específico, $C_p = 1003,2 \text{ J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$, densidad, $\rho = 1,213 \text{ kg m}^{-3}$; conductividad, $k = 256 \cdot 10^{-4} \text{ J m}^{-1} \text{s}^{-1} \text{K}^{-1}$, difusividad térmica, $D_T = 2,16 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{s}^{-1}$), se obtiene, para los módulos de Prandtl y Grashof:

$$- \text{Pr} \approx 0,7$$

$$- \text{Gr} = 1,51 \cdot 10^8 \ell^3 \Delta T$$



Los coeficientes C_1 y n dependen de la longitud característica de la superficie que pierde o gana calor y de las condiciones del flujo. Un valor típico de C_1 para placas y cilindros horizontales es 0,55. En condiciones de régimen turbulento, $n = 0,33$ y en condiciones de régimen laminar, $n = 0,25$.

En convección libre, para discriminar entre régimen laminar y turbulento se utiliza el módulo Rayleigh, Ra:

$$\text{Ra} = \text{Gr Pr}$$

Para régimen laminar: $\text{Ra} \leq 10^8$

Para régimen turbulento: $\text{Ra} > 10^8$

- Fórmulas simplificadas para el cálculo de h_c

El Cuadro 1 presenta las fórmulas simplificadas para el cálculo de h_T en placas y cilindros.

Cuadro 1. Fórmulas simplificadas para calcular T_T bajo distintas configuraciones de una superficie que pierde calor en función del número de Rayleigh (Ra). ℓ = dimensión característica de la superficie en la

dirección del flujo (m), ΔT diferencia de temperatura entre el fluido y el aire. Relaciones obtenidas en condiciones controladas (MacAdams, 1954).

Superficie	h_T ($W m^{-2} K^{-1}$)	
	Módulo de ($Ra \leq 10^8$)	Rayleigh (Ra) ($Ra > 10^8$)
placa o cilindro vertical	$1,42 (\Delta T /\ell)^{0.25}$	$0,95 (\Delta T /\ell)^{0.33}$
cilindro horizontal	$1,32 (\Delta T /\ell)^{0.25}$	$1,24 (\Delta T /\ell)^{0.33}$
placa horizontal:		
- calentada por arriba	$1,32 (\Delta T /\ell)^{0.25}$	$0,61 (\Delta T)^{0.33}$
- calentada por abajo	$0,61 (\Delta T /\ell^2)^{0.20}$	$0,61 (\Delta T /\ell)^{0.20}$

- Ejemplo de cálculo

Sea un invernadero equipado con tubos de calefacción de acero por los que circula el agua.

a) Demostrar que, en invernadero, la transferencia por convección entre la pared externa del tubo de calefacción y el aire del invernadero se realiza por convección libre:

- Longitud característica del tubo: $\ell =$ diámetro exterior del tubo ($d = 0,06$ m)

- Temperatura del aire del invernadero: $T_a = 15$ °C

- Temperatura de la pared externa del tubo: $T_T = 65$ °C

- Velocidad del aire bajo invernadero: $u = 0,1$ m s⁻¹

b) Calcular el coeficiente de intercambio por convección a partir del análisis adimensional y a partir de las fórmulas simplificadas que se dan en el Cuadro 1.

Solución apartado (a)

Para discriminar entre convección libre y forzada se compara el módulo de Gr con el de Re. La convección es libre cuando $Gr > Re$:

La temperatura media del fluido: $T_m = (T_T + T_a)/2 = (65 + 15)/2 = 40$ °C

- Para $T_m = 40$ °C (Cuadros 7 y 5a)

$$Gr = 1,053 \cdot 10^8 (0,06)^3 |65-15| = (1,053) (10^8) (216)(10^{-6})(50) = 1,137 \cdot 10^6$$

$$Pr = 0,7$$

- Para $T_a = 15$ °C: $\mu = 178,2 \cdot 10^{-7}$ kg m⁻¹ s⁻¹ y $\rho = 1,233$ kg m⁻³ (Cuadro 5a) :

$$Re = \frac{v \ell \rho}{\mu} = \frac{(0,1)(0,06)(1,23)}{(178,2)(10^{-7})} = \frac{(738)(10^{-5})}{(178,2)(10^{-7})} = (4,14)(10^2)$$

Se cumple la condición $Gr > Re$, por lo que la transferencia por convección entre el tubo y el aire del invernadero es por convección libre.

Solución apartado (b)

El régimen es laminar, siendo el módulo $Ra \leq 10^8$:

$$Ra = (Pr) (Gr) = (0,7) (1,137) (10^6) \leq 10^8$$

- El coeficiente de intercambio por convección, a partir del análisis adimensional, para $n = 0,25$:

$$Nu = \frac{h_T \ell}{k} = C_1 (\text{Pr})^{0,25} (\text{Gr})^{0,25}$$

Para $C_1 = 0,55$; $T_a = 15^\circ\text{C}$, $k = (252,375)(10^{-4}) \text{ J s}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ (Cuadro 5a)

$$h_T = \frac{C_1 k}{\ell} (\text{Pr})^{0,25} (\text{Gr})^{0,25} = \frac{(0,55)(252,375)(10^{-4})}{0,06} (0,707)^{0,25} (1\,137\,240)^{0,25}$$

$$h_T = (2313,4375)(10^{-4})(0,917)(32,656) = 6,9287 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$$

Lo que equivale a una resistencia a la convección libre:

$$r_T = 1/h_T = 0.1443 \text{ m}^2 \text{ K W}^{-1}$$

- El coeficiente de intercambio por convección, h_T , a partir de las fórmulas simplificadas.

Si elegimos en el Cuadro 1 (cilindro horizontal, $Ra < 10^8$) la fórmula $h_T = 1,32 (\Delta T/\ell)^{0,25}$, obtenemos un resultado similar al anterior:

$$h_T = 1,32 \left(\frac{65 - 15}{0,06} \right)^{0,25} = 7,09 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$$

Existen sin embargo bajo invernadero un cierto número de complicaciones que limitan la utilización directa de estas fórmulas y que exigen que se adapten a las características geométricas de las superficies y a las condiciones del flujo que existen *in situ*. De hecho, el flujo del aire que rodea una superficie bajo invernadero no es totalmente laminar ni turbulento. La temperatura de las superficies depende no solamente de la temperatura del aire y de las condiciones de flujo en sus cercanías sino también del equilibrio que se establece entre la temperatura de los diferentes compartimentos del invernadero. Se pueden encontrar en la bibliografía un cierto número de fórmulas empíricas, aplicadas a la convección libre bajo invernadero, aunque ésta haya sido mucho menos estudiada que la convección forzada.

3.2- Convección forzada

- Análisis adimensional

Para determinar h_T en régimen de convección forzada se puede utilizar la relación general:

$$Nu = h_T \ell / k = C_2 (\text{Pr})^n (\text{Re})^m$$

El módulo de Reynolds (Re) agrupa los factores que determinan la dinámica del flujo: la velocidad del fluido (u , m s^{-1}), su densidad (ρ , kg m^{-3}) y viscosidad (μ , $\text{kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$).

$$\text{Re} = (u \ell \rho) / \mu$$

Es precisamente el número de Reynolds el que permite discernir entre un régimen laminar y turbulento (Cuadro 2). Se ha demostrado experimentalmente que la transición interviene cuando el número de Reynolds excede 10^5 .

Cuadro 2. Coeficientes C_2 , m y n para una placa plana en convección forzada

Re	C_2	m	n
$2 \cdot 10^2 < \text{Re} < 10^5$ (régimen laminar)	0,664	1/2	1/3
$> 10^5$ (régimen turbulento)	0,037	4/5	1/3

En el Cuadro 3 se da un ejemplo de los valores calculados de Nu para superficies cilíndricas.

Cuadro 3. Valores calculados del módulo de Nusselt para determinar h_T en superficies cilíndricas.

	rango del módulo de Re	Módulo de Nu ($= h_T \ell / k$)
aire en el exterior de tubos	$1 < Re < 4$	$0,89 Re^{0,33}$
	$4 < Re < 40$	$0,82 Re^{0,39}$
	$40 < Re < 4 \cdot 10^3$	$0,62 Re^{0,47}$
	$4 \cdot 10^3 < Re < 4 \cdot 10^4$	$0,17 Re^{0,62}$
	$4 \cdot 10^4 < Re < 4 \cdot 10^5$	$0,024 Re^{0,81}$
- calentamiento	$Re > 4 \cdot 10^3$	$0,016 Pr^{0,4} Re^{0,8}$
Fluidos al interior de tubos (*)		
- enfriamiento	$Re > 4 \cdot 10^3$	$0,016 Pr^{0,3} Re^{0,8}$

(*) Al interior de tuberías el número de Reynolds viene también expresado en función del gasto másico por unidad de sección, $G (= \rho u, \text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1})$.

- Fórmulas simplificadas

(a) Para la circulación de aire al exterior de tubos (p.e.: aire a través de las paredes externas de un cambiador tipo aerotermo), y para valores típicos del módulo de Re entre $4 \cdot 10^3$ y $4 \cdot 10^4$, el coeficiente h_T puede expresarse de la forma siguiente:

$$h_T = a_1 \left(\frac{u^{0,62}}{d^{0,38}} \right)$$

donde: $u =$ velocidad del aire (m s^{-1}), $d =$ diámetro exterior del tubo (m).

El término a_1 engloba las propiedades térmicas del aire:

$$a_1 = 0,17 \text{ k}^{0,6} \left(\frac{\rho}{\mu} \right)^{0,62}$$

Se puede obtener una evaluación correcta de a_1 a partir de la siguiente relación lineal en función de la temperatura del aire, T_a :

$$a_1 \approx 4,318 - 0,0029 T_a$$

(b) Para la circulación de fluidos al interior de tuberías, y para $Re > 4 \cdot 10^3$, el coeficiente h_T es:

$$h_T = a_2 \left(\frac{G^{0,8}}{d^{0,2}} \right)$$

siendo $d =$ diámetro interior del tubo (m) y G el gasto másico ($= \rho u$) por unidad de área de sección del tubo ($\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$)

El término a_2 es función de las propiedades térmicas del fluido y engloba:

$$a_2 = 0,016 \text{ k}^{0,6} \left(\frac{C_p}{\mu} \right)^{0,4}$$

Como en el caso anterior, se puede obtener una evaluación correcta de a_2 a partir de una relación lineal con la temperatura del fluido:

• Para el agua, con T_{ag} = temperatura del agua en °C:

$$a_2 \approx 3,890 + 0,0576 T_{ag} .$$

- Para el aire, con T_a = temperatura del aire en °C.

$$a_2 \approx 2,189 + 0,001671 T_a$$

- Para paredes de cubierta de invernadero

Cuadro 4. Fórmulas para el cálculo de h_T por convección forzada en la cara externa de paredes de cubierta de invernadero. u = velocidad del aire ($m s^{-1}$)

Paredes de cubierta	h_T ($W m^{-2} K^{-1}$)	
		Referencia
$4 < u < 18 m s^{-1}$	$17,89 u^{0,576}$	Iqbal y Khatry
	$5,60 u^{0,8} / \ell^{0,2}$	Tantau (1975)
(invernadero: largo= 20m, ancho=10m)	3,49 u	Kanthak (1970)
	2,80+ 3,0 u	Watmuff et al. (1977)
$u < 4 m s^{-1}$	$2,76 + 1,20 u$	Bot (1983)

3.3 - Convección mixta

Las condiciones de diferencia de temperatura ($\Delta T = \pm 5^\circ C$) y de velocidad del viento existentes bajo invernadero (u máxima alrededor de $0,5 m s^{-1}$) hacen que los intercambios por convección entre el aire interior y las superficies del invernadero (pared interna de la cubierta, dosel vegetal, suelo, etc.) correspondan a un régimen de transición entre la convección libre y forzada ("convección mixta"). No existen reglas muy precisas para definir la convección mixta, aunque se pueden aplicar ciertos criterios empíricos que establecen la transición entre la convección libre y la forzada cuando se cumple la relación:

$$0,07 < Gr/Re^2 < 7,5$$

4- Coeficientes de intercambio de masa por convección

4.1- Análisis adimensional

Se puede aplicar a la transferencia de masa el mismo tipo de análisis que el adoptado para caracterizar la transferencia de calor. Los coeficientes para la transferencia de masa se expresan con el módulo de Sherwood, Sh , que permite definir un coeficiente adimensional:

$$Sh = g_M \ell / D_m$$

siendo g_M la conductancia a la transferencia de masa ($m s^{-1}$) y D_m la difusividad de la masa ($m^2 s^{-1}$).

Para la transferencia de masa, las propiedades físicas (viscosidad cinemática, ν , y difusividad del componente considerado en el medio) se agrupan en torno al módulo de Schmidt:

$$Sc = \nu / D_m = \mu / \rho D_m$$

Por analogía con el módulo Nu , la información relativa al transporte de masa se expresa como sigue:

$$Sh = C_2 (Sc)^n (Re)^m$$

Cuando se trate de las mismas condiciones de flujo que las del transporte de calor y de idénticas características geométricas, los valores de C_2 , m y n serán análogos a los que se han dado para calcular el número de Nusselt.

4.2- Relación entre los coeficientes de intercambio de calor y de masa

Se puede obtener el cociente entre las conductancias a la transferencia de calor y masa a partir de las ecuaciones:

$$Nu = C_2 (Pr)^n (Re)^m \quad \text{y} \quad Sh = C_2 (Sc)^n (Re)^m$$

$$\frac{Nu}{Sh} = \left(\frac{Pr}{Sc} \right)^n = Le^n$$

siendo Le el número de Lewis ($=Pr/Sc$).

$$\frac{g_M}{g_T} = \frac{Sh D_m}{Nu D_T} = \left(\frac{Pr}{Sc} \right)^{-n} \frac{D_m}{D_T} = \left(\frac{D_m}{D_T} \right)^{1-n}$$

Esta ecuación nos indica que, al interior de la capa límite, la relación entre la conductancia a la transferencia de calor y de masa depende de la naturaleza del flujo, es decir del coeficiente n .

Un valor típico de n es $1/3$, lo que da un cociente de conductancias que es igual al cociente entre sus difusividades respectivas elevado a dos tercios:

$$\frac{g_M}{g_T} = \left(\frac{D_m}{D_T} \right)^{2/3}$$

Esta relación se utiliza para calcular el cociente de las conductancias al interior de la capa límite en condiciones de régimen laminar. Cuando el régimen es turbulento, el calor y la masa se transportan con la misma eficiencia y el cociente g_M/g_T tiende hacia 1.

A modo de ejemplo, utilizando los valores de la difusividad térmica para el aire y para la difusividad molecular del vapor de agua en el aire se obtiene (a 20°C) la siguiente relación ($D_T = 2,16 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$; $D_{v.\text{agua}} = 2,42 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$):

$$\frac{g_{M(\text{vapor de agua})}}{g_{T(\text{aire})}} = 1,08$$

Podemos considerar que, cuando se trate del vapor de agua, las conductancias de capa límite para la transferencia de calor y de masa son iguales. Esta aproximación no puede aplicarse en el caso del CO_2 ($D_{\text{CO}_2} = 1,47 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$).

$$\frac{g_{M(\text{CO}_2)}}{g_{T(\text{aire})}} = 0,77$$

5- Propiedades físicas del aire y del agua

Cuadro 5a. Propiedades físicas del aire a 101,3 kPa.

T°	densidad ρ (kg m ⁻³)	viscosidad μ (kg m ⁻¹ s ⁻¹)	Cap. calor. C_p (J kg ⁻¹ K ⁻¹)	Conduc. térmica k (J s ⁻¹ m ⁻¹ K ⁻¹)	Coef. dilat. β (K ⁻¹)	Mód. Pr
0	1,30	170,9 10 ⁻⁷	1004,8	241,5 10 ⁻⁴	3,66 10 ⁻³	0,711
10	1,2566	175,95 10 ⁻⁷	1004,0	248,75 10 ⁻⁴	3,53 10 ⁻³	0,710
20	1,213	181,0 10 ⁻⁷	1003,2	256,0 10 ⁻⁴	3,41 10 ⁻³	0,709
30	1,164	186,0 10 ⁻⁷	1002,4	263,2 10 ⁻⁴	3,30 10 ⁻³	0,708
40	1,1188	191,1 10 ⁻⁷	1001,6	270,5 10 ⁻⁴	3,13 10 ⁻³	0,707

Para el aire, considerado como gas ideal, $\beta = 1/T$, con T en K.

Cuadro 5b. Variación de las propiedades físicas del aire (P = 101,3 kPa) con la temperatura (T, °C)

Densidad	$\rho_a = -0,0046 T + 1,3009$	(kg m ⁻³)
Viscosidad	$\mu_a = (5)(10^{-8}) T + (1,709)10^{-5}$	(kg m ⁻¹ s ⁻¹)
Capacidad calorífica	$C_{pa} = -0,08 T + 1004,8$	(J kg ⁻¹ K ⁻¹)
Conductividad térmica	$k_a = (7,245)(10^{-5}) T + 0,02415$	(J s ⁻¹ m ⁻¹ K ⁻¹)
Coeficiente de dilatación	$\beta = 1/(T + 273,16)$	(K ⁻¹)

Cuadro 6a. Propiedades físicas del agua a 101,3 kPa.

T°	densidad ρ (kg m ⁻³)	viscosidad μ (kg m ⁻¹ s ⁻¹)	Cap. calor. C_p (J kg ⁻¹ K ⁻¹)	Conduc. térmica k (J s ⁻¹ m ⁻¹ K ⁻¹)	Coef. dilat. β (K ⁻¹)	Mód. Pr
0	999,8	179,4 10 ⁻⁵	4193,2	57 10 ⁻²	-	13,1
20	998,2	100,9 10 ⁻⁵	4180,0	59 10 ⁻²	2,07 10 ⁻⁴	7,14
40	992,2	65,4 10 ⁻⁵	4166,8	61 10 ⁻²	3,85 10 ⁻⁴	4,47
60	983,2	47,0 10 ⁻⁵	4153,6	63 10 ⁻²	5,21 10 ⁻⁴	3,09
80	971,8	35,7 10 ⁻⁵	4140,4	65 10 ⁻²	6,41 10 ⁻⁴	2,27

Cuadro 6b. Variación de las propiedades físicas del agua (P = 101,3 kPa) con la temperatura (T, °C)

Densidad	$\rho_{ag} = -0,00404 T^2 - 0,03214 T + 1000,01143$	(kg m ⁻³)
Viscosidad	$\mu_{ag} = (2,77679)(10^{-7}) T^2 - (3,90793)(10^{-5}) T + (1,75754)(10^{-3})$	(kg m ⁻¹ s ⁻¹)
Capacidad calorífica:	$C_{pag} = -0,660 T + 4193,2$	(J kg ⁻¹ K ⁻¹)
Conduct. térmica:	$K_{ag} = (10^{-3}) T + 0,570$	(J s ⁻¹ m ⁻¹ K ⁻¹)
Coeficiente dilatación	$\beta = 1/(T + 273,16)$	(K ⁻¹)

$$\text{Viscosidad cinemática: } \nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (\text{m s}^{-2})$$

$$\text{Difusividad térmica: } D_T = \frac{k}{\rho C_p} \quad (\text{m s}^{-2})$$

6- Resumen

6.1. Convección libre

Para discriminar entre el régimen de convección libre y forzada se compara el módulo Grashof con el módulo de Reynolds, la convección es libre cuando se cumple que $Gr > Re$.

a) Módulo de Nusselt

$$Nu = \frac{h_T \ell}{k}$$

$$Nu = C_1 (Pr)^n (Gr)^n$$

El valor típico de C_1 para placas y cilindros horizontales es igual a 0,55

$n = 0,33$ (régimen turbulento) y $n = 0,25$ (régimen laminar)

b) Módulo de Prandtl

$$Pr = \frac{\nu}{D_T} = \frac{\mu C_p}{k}$$

c) Módulo de Grashof

$$Gr = g \left(\frac{\rho}{\mu} \right)^2 \beta \ell^3 |\Delta T|$$

Siendo g la aceleración de la gravedad = $9,81 \text{ m s}^{-2}$ y $|\Delta T|$ la diferencia de temperatura entre la superficie y el fluido.

Cuadro 7. Módulo de Grashof para el aire

Temperatura del aire, T (°C)	Módulo de Grashof
10	$Gr = 1,766 \cdot 10^8 \ell^3 \Delta T $
20	$Gr = 1,50 \cdot 10^8 \ell^3 \Delta T $
30	$Gr = 1,267 \cdot 10^8 \ell^3 \Delta T $
40	$Gr = 1,053 \cdot 10^8 \ell^3 \Delta T $

d) Régimen laminar y turbulento

En convección libre, el módulo de Rayleigh, Ra , se utiliza para determinar el régimen de convección (laminar o turbulento), siendo Ra :

$$Ra = Pr Gr$$

En régimen laminar: $Ra \leq 10^8$

En régimen turbulento: $Ra > 10^8$

e) Propiedades físicas del fluido (Cuadros 5 a-b y 6 a-b)

En convección libre, todas las propiedades físicas del fluido, excepto el coeficiente de dilatación β , se calculan a la temperatura media, T_m

$$T_m = \frac{T_{su} + T_f}{2}$$

siendo T_{su} la temperatura de la superficie y T_f la temperatura del fluido

El coeficiente de dilatación se calcula a la temperatura del fluido

6.2. Convección forzada**a) Módulo de Nusselt**

$$Nu = \frac{h_T \ell}{k}$$

$$Nu = C_1 (Pr)^n (Re)^m$$

Los valores de C_1 , m y n se dan en el Cuadro 2.

b) Módulo de Prandtl

$$Pr = \frac{\nu}{D_T} = \frac{\mu C_p}{k}$$

c) Módulo de Reynolds

$$Re = \frac{u \ell}{\nu} = \frac{u \ell \rho}{\mu}$$

d) Régimen laminar y turbulento

El rango de valores del módulo de Reynolds para el régimen laminar y turbulento se da en el Cuadro 3

e) Propiedades físicas del fluido (Cuadros 5 a-b y 6 a-b)

En convección forzada las propiedades físicas del fluido se calculan a la temperatura del fluido, T_f .

