

Apéndice B

Dimensionado y comprobación de secciones

El Código Técnico de la Edificación (CTE), en el Documento Básico-Seguridad Estructural Acero (DB-SE-A Acero), hace una clasificación de las secciones atendiendo a su capacidad de deformación y de desarrollo de resistencia plástica al ser solicitadas por un momento flector. En las cuatro clases de secciones¹ admite como método para la determinación de la resistencia de las secciones el método elástico (con alguna restricción en el caso de secciones esbeltas). Por este motivo, se va a desarrollar el procedimiento de dimensionado utilizando el método elástico para los distintos tipos de solicitaciones normales vistas en este tema.

No obstante, el CTE especifica que la opción de utilizar criterios de comprobación y diseño basados en distribuciones elásticas de tensiones, es admisible siempre que en ningún punto de la sección², las tensiones de cálculo, combinadas conforme al criterio de plastificación de Von Mises, superen la resistencia de cálculo.

B.1 Resistencia de las secciones a tracción o compresión

B.1.1 Dimensionado

$$N_{Ed} \leq N_{pl,Rd} = A \cdot f_{yd} \quad \Rightarrow \quad A \geq \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \quad (\text{B.1})$$

Siendo:

N_{Ed} :	Axil de cálculo
$N_{pl,Rd}$:	Resistencia plástica de la sección
A :	Área de la sección
$f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$:	Resistencia de cálculo del material
f_y :	Tensión del límite elástico del material
γ_{M0} :	Coficiente parcial de seguridad del material (1,05)

¹Plástica, Compacta, Semicompacta y Esbelta.

²En la sección clase 4 hay que considerar el área eficaz

En términos de resistencia, la ecuación anterior se expresa como

$$\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \leq 1 \quad (\text{B.2})$$

B.1.2 Comprobación

$$\sigma_{x,d} = \frac{N_{Ed}}{A} \begin{cases} \text{si } \sigma_{x,d} \leq f_{yd} & \text{perfil válido} \\ \text{si } \sigma_{x,d} > f_{yd} & \text{perfil no válido} \end{cases}$$

Siendo:

$\sigma_{x,d}$: Tensión en cualquier punto de la sección

B.2 Resistencia de las secciones a flexión pura

B.2.1 Dimensionado

$$M_{Ed} \leq M_{el,Rd} = W_{el} \cdot f_{yd} \quad \Rightarrow \quad W_{el} \geq \frac{M_{Ed}}{f_{yd}} \quad (\text{B.3})$$

En términos de resistencia, la ecuación anterior se expresa como

$$\frac{M_{Ed}}{M_{el,Rd}} \leq 1 \quad (\text{B.4})$$

Siendo:

M_{Ed} : Momento flector de cálculo

$M_{el,Rd}$: Momento elástico de la sección

W_{el} : Módulo resistente de la sección correspondiente al eje de flexión

B.2.2 Comprobación

$$\sigma_{x,d} = \frac{M_{Ed}}{E_{el}} \begin{cases} \text{si } \sigma_{x,d} \leq f_{yd} & \text{perfil válido} \\ \text{si } \sigma_{x,d} > f_{yd} & \text{perfil no válido} \end{cases}$$

B.3 Resistencia de las secciones a flexión compuesta según el eje y

B.3.1 Dimensionado

En términos de resistencia debe verificarse

$$\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{el,Rdy}} \leq 1 \quad (\text{B.5})$$

Siendo:

$M_{y,Ed}$: Momento flector de cálculo según el eje y

$M_{el,Rdy}$: Momento elástico de la sección según el eje y

Procedimiento de dimensionado

1. Obtención del perfil mínimo necesario para resistir el esfuerzo axial

$$A \geq \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \quad (\text{B.6})$$

2. Obtención del perfil mínimo necesario para resistir el momento flector

$$W_{y,el} \geq \frac{M_{y,Ed}}{f_{yd}} \quad (\text{B.7})$$

3. Para el mayor de los perfiles obtenidos, con el área e inercia según y que le corresponda, se realiza la comprobación

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{y,Ed}}{I_y} z \leq f_{yd} \quad (\text{B.8})$$

Si la sección presenta simetría respecto del eje y ,

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{y,Ed}}{W_{y,el}} \leq f_{yd} \quad (\text{B.9})$$

Siendo:

- I_y : Momento de inercia de la sección correspondiente al eje y
 $W_{y,el}$: Módulo resistente de la sección correspondiente al eje y
 z : Coordenada z de cualquier punto de la sección

B.3.2 Comprobación

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{y,Ed}}{W_{y,el}} \begin{cases} \text{si } \sigma_{x,d} \leq f_{yd} & \text{perfil válido} \\ \text{si } \sigma_{x,d} > f_{yd} & \text{perfil no válido} \end{cases}$$

B.4 Resistencia de las secciones a flexión compuesta según el eje z **B.4.1 Dimensionado**

En términos de resistencia debe verificarse

$$\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{el,Rdz}} \leq 1 \quad (\text{B.10})$$

Siendo:

- $M_{z,Ed}$: Momento flector de cálculo según el eje z
 $M_{el,Rdz}$: Momento elástico de la sección según el eje z

Procedimiento de dimensionado

1. Obtención del perfil mínimo necesario para resistir el esfuerzo axial

$$A \geq \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \quad (\text{B.11})$$

2. Obtención del perfil mínimo necesario para resistir el momento flector

$$W_{z,el} \geq \frac{M_{z,Ed}}{f_{yd}} \quad (\text{B.12})$$

3. Para el mayor de los perfiles obtenidos, con el área e inercia según z que le corresponda, se realiza la comprobación

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{z,Ed}}{I_z} y \leq f_{yd} \quad (\text{B.13})$$

Si la sección presenta simetría respecto del eje z ,

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{z,el}} \leq f_{yd} \quad (\text{B.14})$$

Siendo:

I_z : Momento de inercia de la sección correspondiente al eje z

$W_{z,el}$: Módulo resistente de la sección correspondiente al eje z

y : Coordenada y de cualquier punto de la sección

B.4.2 Comprobación

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{z,el}} \begin{cases} \text{si } \sigma_{x,d} \leq f_{yd} & \text{perfil válido} \\ \text{si } \sigma_{x,d} > f_{yd} & \text{perfil no válido} \end{cases}$$

B.5 Resistencia de las secciones a flexión desviada**B.5.1 Dimensionado**

En términos de resistencia debe verificarse

$$\frac{M_{y,Ed}}{M_{el,Rdy}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{el,Rdz}} \leq 1 \quad (\text{B.15})$$

Procedimiento de dimensionado

1. Obtención del perfil mínimo necesario para resistir el momento flector según y

$$W_{y,el} \geq \frac{M_{y,Ed}}{f_{yd}} \quad (\text{B.16})$$

2. Obtención del perfil mínimo necesario para resistir el momento flector según z

$$W_{z,el} \geq \frac{M_{z,Ed}}{f_{yd}} \quad (\text{B.17})$$

3. Para el mayor de los perfiles obtenidos, con las inercias según y y z que le corresponda, se realiza la comprobación

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{M_{y,Ed}}{I_y} z + \frac{M_{z,Ed}}{I_z} y \leq f_{yd} \quad (\text{B.18})$$

Si la sección presenta simetría respecto de los ejes y y z ,

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{M_{y,Ed}}{W_{y,el}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{z,el}} \leq f_{yd} \quad (\text{B.19})$$

B.5.2 Comprobación

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{M_{y,Ed}}{W_{y,el}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{z,el}} \begin{cases} \text{si } \sigma_{x,d} \leq f_{yd} & \text{perfil válido} \\ \text{si } \sigma_{x,d} > f_{yd} & \text{perfil no válido} \end{cases}$$

B.6 Resistencia de las secciones a flexión compuesta desviada

B.6.1 Dimensionado

En términos de resistencia debe verificarse

$$\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{el,Rdy}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{el,Rdz}} \leq 1 \quad (\text{B.20})$$

Procedimiento de dimensionado

1. Obtención del perfil mínimo necesario para resistir el esfuerzo axial

$$A \geq \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \quad (\text{B.21})$$

2. Obtención del perfil mínimo necesario para resistir el momento flector según y

$$W_{y,el} \geq \frac{M_{y,Ed}}{f_{yd}} \quad (\text{B.22})$$

3. Obtención del perfil mínimo necesario para resistir el momento flector según z

$$W_{z,el} \geq \frac{M_{z,Ed}}{f_{yd}} \quad (\text{B.23})$$

4. Para el mayor de los perfiles obtenidos, con el área y las inercias según y y z que le corresponda, se realiza la comprobación

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{y,Ed}}{I_y}z + \frac{M_{z,Ed}}{I_z}y \leq f_{yd} \quad (\text{B.24})$$

Si la sección presenta simetría respecto de los ejes y y z ,

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{y,Ed}}{W_{y,el}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{z,el}} \leq f_{yd} \quad (\text{B.25})$$

B.6.2 Comprobación

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{y,Ed}}{W_{y,el}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{z,el}} \begin{cases} \text{si } \sigma_{x,d} \leq f_{yd} & \text{perfil válido} \\ \text{si } \sigma_{x,d} > f_{yd} & \text{perfil no válido} \end{cases}$$

B.7 Dimensionado a pandeo

El CTE especifica que la capacidad a pandeo por flexión, en compresión centrada, de una barra de sección constante, puede tomarse como

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot A \cdot f_{yd} \quad (\text{B.26})$$

Siendo:

χ : Coeficiente de reducción por pandeo

f_{yd} : Resistencia de cálculo del acero, tomando $f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 1,1$

En términos de resistencia debe verificarse

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1 \quad (\text{B.27})$$

Para barras de sección constante y axil constante, se denomina esbeltez reducida a la relación entre la resistencia plástica de la sección de cálculo y la compresión crítica por pandeo, de valor

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} \quad (\text{B.28})$$

$$N_{cr} = \left(\frac{\pi}{L_k} \right)^2 \cdot E \cdot I \quad (\text{B.29})$$

Siendo:

$\bar{\lambda}$: Esbeltez reducida

N_{cr} : Compresión crítica por pandeo

L_k : Longitud de pandeo de la pieza

E : Módulo de elasticidad

I : Momento de inercia del área de la sección para flexión en el plano considerado

La esbeltez reducida puede expresarse, de forma simplificada como

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_E} \quad (\text{B.30})$$

Siendo:

$$\begin{aligned} \lambda = \frac{L_k}{i} : & \quad \text{Esbeltez mecánica de la sección correspondiente} \\ i : & \quad \text{Radio de giro} \\ \lambda_E = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} : & \quad 93,91 \text{ para S235; } 86,81 \text{ para S275; } 76,41 \text{ para S355} \end{aligned}$$

Las esbelteces reducidas según cada uno de los ejes son

$$\bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_E} \quad (\text{B.31})$$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\lambda_E} \quad (\text{B.32})$$

El coeficiente χ de reducción por pandeo se obtiene mediante la expresión

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - (\bar{\lambda}_k)^2}} \leq 1 \quad (\text{B.33})$$

y debe ser menor que la unidad. ϕ se obtiene mediante la expresión

$$\phi = 0,5 \left[1 + \alpha (\bar{\lambda}_k - 0,2) + (\bar{\lambda}_k)^2 \right] \quad (\text{B.34})$$

Siendo:

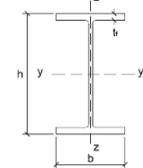
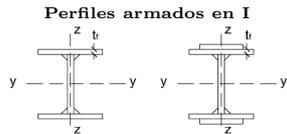
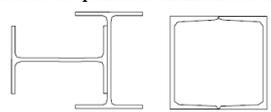
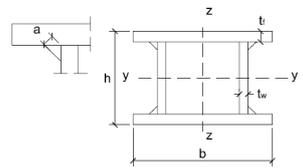
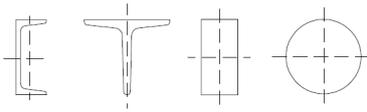
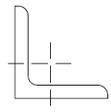
α : Coeficiente de imperfección elástica, que adopta los valores de la Tabla B.3 en función de la curva de pandeo (vease Tabla B.2). Esta representa la sensibilidad al fenómeno dependiendo del tipo de sección, plano de pandeo y tipo de acero, de acuerdo a la Tabla B.2.

Los valores del coeficiente χ se pueden obtener directamente de la Figura B.1 o de la Tabla B.3 en función del coeficiente de imperfección y de la esbeltez reducida.

Tabla B.1 Longitud de pandeo de barras canónicas

Condiciones de extremo	biarticulada	biempotrada	empotrada articulada	biempotrada desplazable	en ménsula
Longitud L_k	1,0 L	0,5 L	0,7 L	1,0 L	2,0 L

Tabla B.2 Curva de pandeo en función de la sección transversal

Tipo de sección	Tipo de acero Eje de pandeo ⁽¹⁾	S235 a S355		S450				
		y	z	y	z			
Perfiles laminados en I 	$h/b > 1,2$	$t \leq 40 \text{ mm}$	a	b	a_0	a_0		
			$40 \text{ mm} < t \leq 100 \text{ mm}$	b	c	a	a	
	$h/b \leq 1,2$	$t \leq 100 \text{ mm}$	b	c	a	a		
			$t > 100 \text{ mm}$	d	d	c	c	
Perfiles armados en I 	$t \leq 40 \text{ mm}$	b	c	b	c			
	$t > 40 \text{ mm}$	c	d	c	d			
Agrupación de perfiles laminados soldados 		c	c	c	c			
Tubos de chapa simples o agrupados 	laminados en caliente	a	a	a_0	a_0			
	conformados en frío	c	c	c	c			
Perfiles armados en cajón⁽²⁾ 	soldadura gruesa	$a/t > 0,5$	$b/t < 30$	$h/t_w < 30$	c	c	c	c
	en otro caso				b	b	b	b
Perfiles simples U, T, chapa, redondo macizo 		c	c	c	c			
Perfiles L 		b	b	b	b			

(1) Para el significado del eje de pandeo, y los términos h , b , t , t_w véase el anejo B del "Documento Básico SE-A", seguridad estructural acero del CTE

(2) La variable a se refiere al ancho de banda de garganta de la soldadura

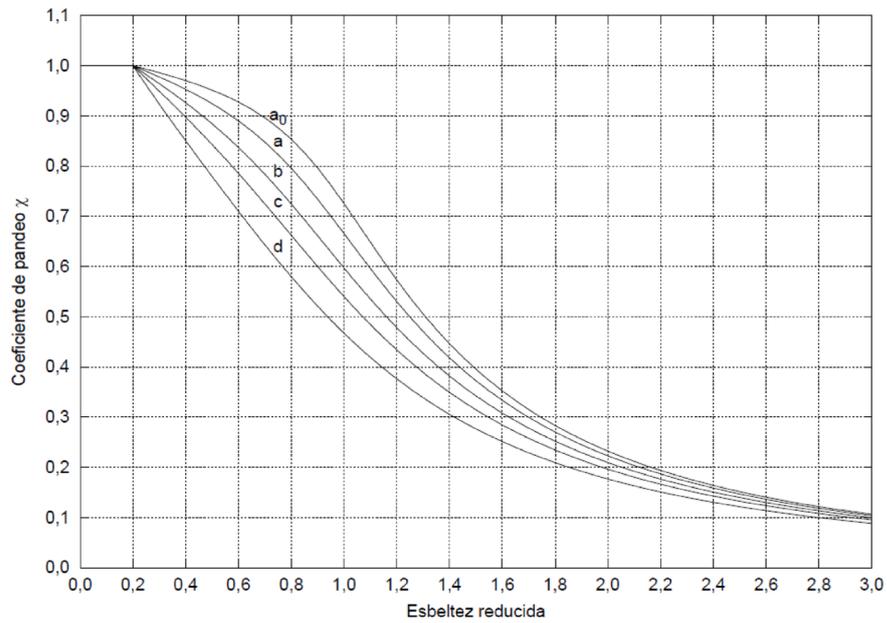


Figura B.1 Curvas de pandeo

Tabla B.3 Valores del coeficiente de pandeo (χ)

Esbeltez reducida	Curva de pandeo				
	a_0	a	b	c	d
Coefficiente (α) de imperfección	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76
$\leq 0,20$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,30	0,99	0,98	0,96	0,95	0,92
0,40	0,97	0,95	0,93	0,90	0,85
0,50	0,95	0,92	0,88	0,84	0,78
0,60	0,93	0,89	0,84	0,79	0,71
0,70	0,90	0,85	0,78	0,72	0,64
0,80	0,85	0,80	0,72	0,66	0,58
0,90	0,80	0,73	0,66	0,60	0,52
1,00	0,73	0,67	0,60	0,54	0,47
1,10	0,65	0,60	0,54	0,48	0,42
1,20	0,57	0,53	0,48	0,43	0,38
1,30	0,51	0,47	0,43	0,39	0,34
1,40	0,45	0,42	0,38	0,35	0,31
1,50	0,40	0,37	0,34	0,31	0,28
1,60	0,35	0,32	0,31	0,28	0,25
1,80	0,28	0,27	0,25	0,23	0,21
2,00⁽¹⁾	0,23	0,22	0,21	0,20	0,18
2,20⁽¹⁾	0,19	0,19	0,18	0,17	0,15
2,40⁽¹⁾	0,16	0,16	0,15	0,14	0,13
2,70⁽²⁾	0,13	0,13	0,12	0,12	0,11
3,00⁽²⁾	0,11	0,10	0,10	0,10	0,09

⁽¹⁾ esbeltez intolerable en los elementos principales
⁽²⁾ esbeltez intolerable incluso en elementos de arriostamiento

B.8 Ejercicios propuestos

Ejercicio B.1

Para la estructura que se muestra en la Figura B.2

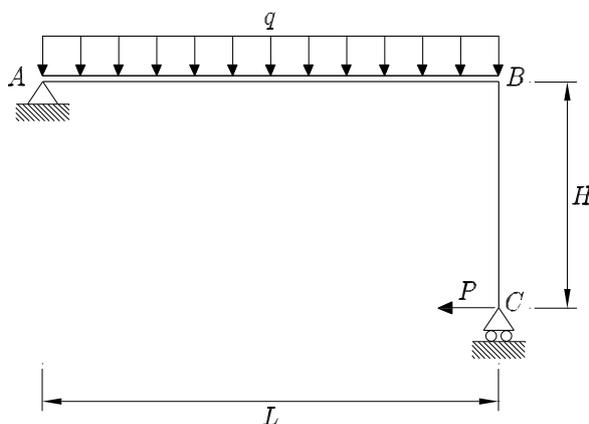


Figura B.2 Semipórtico

Se pide:

1. Dimensionar la barra AB , a resistencia, utilizando perfiles HEB
2. Valores máximo y mínimo de la tensión normal en la sección más solicitada de la barra AB

Datos:

$$L = 6 \text{ m}; H = 3 \text{ m}$$

$$P = 45 \text{ kN}; q = 15 \text{ kN/m}$$

$$f_y = 275 \text{ MPa}, E = 210 \text{ GPa}, \gamma_{M1} = 1,05$$

Estructura fabricada en acero S275 JR

Solución:

1. Dimensionar la barra AB , utilizando perfiles HEB
El perfil HEB 200 es el mínimo perfil que cumple a resistencia.
2. Valores máximo y mínimo de la tensión normal en la sección más solicitada de la barra AB

$$\begin{aligned} \sigma_{x,d_{\text{tracción}}} &= 242,604 \text{ MPa} \\ \sigma_{x,d_{\text{compresión}}} &= -231,08 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Ejercicio B.2

El pilar de una estructura, trabajando a compresión centrada, ha sido diseñado con un perfil $\varnothing 125.4$. El axil de cálculo es N_{Ed} .

Se pide:

1. Obtener la capacidad a pandeo por flexión, $N_{b,Rd}$, de acuerdo con el CTE
2. Comprobar la validez del diseño

Datos:

$$L = 5 \text{ m}$$

$$N_{Ed} = 56 \text{ kN}$$

$$f_y = 275 \text{ MPa}, E = 210 \text{ GPa}, \gamma_{M1} = 1,05$$

Pilar fabricado en acero S275 JR y conformado en frío

Solución:

1. Obtener la capacidad a pandeo por flexión, $N_{b,Rd}$, de acuerdo con el CTE

$$N_{b,Rd} = 147 \text{ kN}$$

2. Comprobar la validez del diseño

$$N_{b,Rd} = 147 \text{ kN} > N_{Ed} = 56 \text{ kN} \text{ el diseño es válido}$$