

Lección 16

Pandeo

Contenidos

16.1. Estabilidad	200
16.2. Problema de Euler	201
16.3. Dependencia entre la carga crítica y las condiciones de apoyo de la barra	204
16.4. Dominio de aplicación de la fórmula de Euler	206
16.5. Compresión excéntrica de una barra esbelta	208
16.6. Ejercicios propuestos	209

16.1 Estabilidad

Los tres tipos de equilibrio que puede presentar un cuerpo son:

- equilibrio estable
- equilibrio indiferente
- equilibrio inestable

Sea una esfera apoyada sobre una superficie cóncava, sobre una superficie plana, y sobre una superficie convexa, tal como se muestra en la Figura 16.1. Si la esfera de la Figura 16.1 a) se desplaza una magnitud infinitamente pequeña de su posición de equilibrio inicial, esta retorna a la posición original (equilibrio estable). Si dicho desplazamiento lo realiza la esfera de la Figura 16.1 b), esta conserva su posición de equilibrio (equilibrio indiferente). Por último, al provocar el desplazamiento de la esfera de la Figura 16.1 c), esta se alejará cada vez más de su posición de equilibrio inicial (equilibrio inestable).

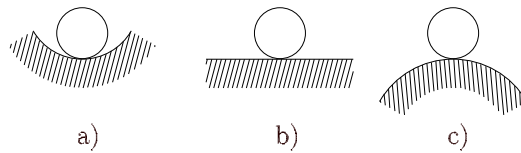


Figura 16.1 Tipos de equilibrio. a) Equilibrio estable. b) Equilibrio indiferente c) Equilibrio inestable

Se entiende por estabilidad la propiedad de un sistema estructural de mantener su estado de equilibrio durante el periodo de actuación de las fuerzas exteriores. Si se considera la esfera y la superficie de rodadura anteriores como un sistema estructural, en los casos *a* y *b* se dice que el sistema es estable. En el caso *c* se dice que el sistema es inestable.

El análisis de estabilidad de los sistemas elásticos permite establecer aquellos valores de las fuerzas exteriores para los que el equilibrio estable se convierte en inestable. Estas fuerzas reciben el nombre de fuerzas críticas.

Se aclararán estos conceptos con un ejemplo sencillo recogido de la Mecánica Clásica. Sea la barra rígida AB , articulada sobre un apoyo fijo en A y sostenida en posición vertical por un resorte, como se muestra en la Figura 16.2 a).

Si se separa el punto B de su posición de equilibrio una longitud $BB' = z$, el resorte ejerce sobre el extremo superior de la barra una fuerza horizontal kz , siendo k la rigidez del resorte. Se estudiará la estabilidad del sistema bajo la acción de una fuerza vertical P aplicada en B , y dirigida hacia abajo. Para ello se considerará la barra en una posición AB' próxima a la de equilibrio vertical, como se muestra en la Figura 16.2 b).

La fuerza P produce un momento Pz respecto al punto A , en sentido horario, que tiende a alejar la barra de su posición de equilibrio. Por otro lado, el momento respecto al punto A de la fuerza ejercida por el resorte es kzL , en sentido antihorario, y tiende a devolver a la barra a su posición de equilibrio, como se muestra en la Figura 16.2 c).

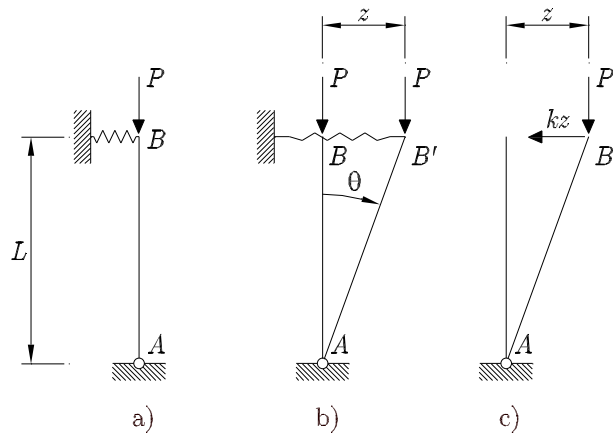


Figura 16.2 Tipos de equilibrio. Estudio de la estabilidad del equilibrio de una barra articulada y mantenida en posición vertical por un resorte

Así pues, el equilibrio de la barra en la posición vertical es estable si se cumple que

$$kzL > Pz \quad KL > P \tag{16.1}$$

Es decir, P debe ser menor a un valor crítico $P_{\text{crít}} = KL$. Si se supera dicho valor, el sistema pierde la estabilidad. Cuando $P = P_{\text{crít}}$, el equilibrio de la barra es indiferente.

El caso más simple de pérdida de estabilidad en cuerpos elásticos corresponde a una barra comprimida axialmente, como la que se muestra en la Figura 16.3. Cuando la carga aplicada es lo suficientemente grande, la barra no puede mantener su forma recta y se flexiona, dando lugar a la pérdida de estabilidad.

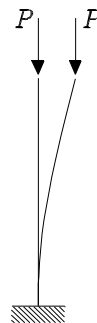


Figura 16.3 Pérdida de la estabilidad de una barra carga axialmente

16.2 Problema de Euler

El planteamiento que sigue fue hecho por el matemático L. Euler¹ en el último tercio del siglo XVIII. Por este motivo, al hablar de estabilidad de la barra comprimida se emplean las expresiones problema de Euler o estabilidad de la barra según Euler.

¹Euler, L. *Methodus Inveniendi Lineas Curvas Maximi Minime Proprietate Gandentes, sier solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti*. M. Bousquet, Laussane and Geneva, 1774.

En el planteamiento del problema de Euler se consideran las siguientes hipótesis:

1. La barra es esbelta de sección constante y está constituida por un material perfectamente elástico. Se considera que no existe imperfección geométrica alguna.
2. Los ejes y y z , son los principales de inercia.
3. Las tensiones que se generan al comprimir la barra no superan en ningún caso el límite elástico del material. Se consideran pequeñas deformaciones y pequeños desplazamientos.
4. El material está libre de tensiones residuales.
5. Las cargas de compresión P aplicadas en las secciones extremas de la barra resultan de una distribución constante de tensiones normales sobre esas secciones. Esto implica que las cargas están aplicadas exactamente en el centro de gravedad y en la dirección de la directriz de la barra.

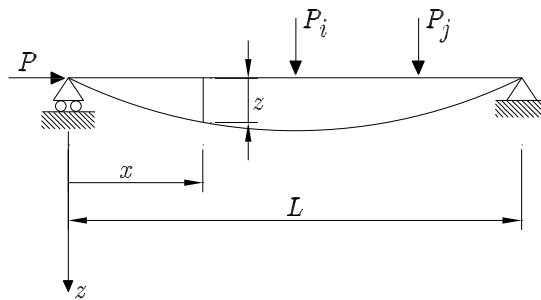


Figura 16.4 Estabilidad de la barra de Euler

Se supondrá que, por cierta causa, la barra comprimida de la Figura 16.4 recibió cierta flexión. Se van a analizar las condiciones que hacen posible el equilibrio de la barra con el eje flexionado.

Cuando se consideran pequeños desplazamientos, se verifica la ecuación

$$EI_y z'' = M_y(x) \quad (16.2)$$

La flexión de la barra ocurre en el plano XZ , por lo tanto I_y es el momento de inercia de la sección respecto a un eje perpendicular a dicho plano. El momento flector $M_y(x)$ es, en valor absoluto, igual a Pz . Se considerará positivo el momento que aumenta la curvatura, luego analizando la línea elástica de la viga de la Figura 16.4, se observa que la fuerza de compresión P disminuye, en el sentido algebraico de la palabra, la curvatura. El momento de la fuerza P se orienta de tal manera que, al curvar más la línea elástica, la curvatura se hace más negativa, es decir, disminuye. Así pues,

$$EI_y z'' = -M_y(x) = -Pz \quad (16.3)$$

Llamando $k^2 = \frac{P}{EI_y}$ y sustituyendo esta expresión en la ecuación (16.3), se obtiene

$$z'' + k^2 z = 0 \quad (16.4)$$

Esta es una ecuación diferencial lineal de segundo orden, de coeficientes constantes (se considera que la inercia es constante) y homogénea. Su ecuación característica es $r^2 + k^2 = 0$, cuyas raíces son $r = \pm ki$, siendo su solución general

$$z = C_1 \operatorname{sen}(kx) + C_2 \operatorname{cos}(kx) \tag{16.5}$$

Las constantes C_1 y C_2 se calculan a partir de las condiciones de contorno.

$$x = 0 \Rightarrow z = 0 \Rightarrow C_2 = 0 \tag{16.6}$$

$$x = L \Rightarrow z = 0 \Rightarrow C_1 \operatorname{sen}(kL) = 0 \tag{16.7}$$

La ecuación (16.7) tiene dos soluciones posibles: $C_1 = 0$ ó $\operatorname{sen}(kL) = 0$. Si la primera solución es la correcta, se verifica que $C_1 = C_2 = 0$; es decir, los desplazamientos z son nulos y la barra queda en la configuración inicial. En el segundo caso $kL = n\pi$, siendo n un número entero, arbitrario, mayor que 1. Teniendo en cuenta la expresión de k^2 , se obtiene

$$k^2 = \frac{n^2\pi^2}{L^2} = \frac{P}{EI_y} \Rightarrow P = \frac{n^2\pi^2 EI_y}{L^2} \tag{16.8}$$

La ecuación anterior implica que para que la barra mantenga la forma curvilínea es necesario que la fuerza P tenga unos valores determinados. La fuerza mínima, $P_{\text{crít}}$, no igual a cero, se obtiene cuando $n = 1$.

$$P_{\text{crít}} = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} \tag{16.9}$$

Esta fuerza se denomina primera carga crítica o fuerza de Euler. Cuando $n = 1$, $kL = \pi$ y la ecuación de la línea elástica (16.5) es

$$z = C_1 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right) \tag{16.10}$$

La barra se flexiona según una semionda sinusoidal cuya amplitud máxima es C_1 . Para cualquier otro valor entero de n , la ecuación de la línea elástica es

$$z = C_1 \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \tag{16.11}$$

Es decir, la línea elástica de la barra se representa por una curva compuesta por n semiondas, como muestra la Figura 16.5, que corresponden a las diferentes configuraciones de equilibrio de la misma.

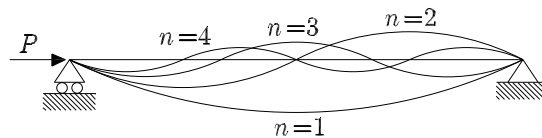


Figura 16.5 Posibles configuraciones de equilibrio de la barra de Euler

La ecuación (16.11) depende del valor de la constante C_1 , por lo que se podría pensar en un equilibrio indiferente al ser posibles infinitas configuraciones de equilibrio correspondientes a los distintos valores de C_1 . Sin embargo, se ha admitido en el

desarrollo realizado la hipótesis de pequeños desplazamientos, lo cual no es admisible cuando la carga es superior a $P_{\text{crít}}$, ya que las deformaciones aumentarán con gran rapidez (como se comprueba experimentalmente) y no se puede prescindir del término z'^2 . En dicho caso hay que utilizar la ecuación diferencial

$$\frac{EI_y z''}{(1 + z'^2)^{\frac{3}{2}}} = -Pz \quad (16.12)$$

Integrando esta ecuación y sustituyendo x por $\frac{L}{2}$ se obtiene la flecha $w\left(\frac{L}{2}\right)$ en el punto central

$$w\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{L\sqrt{8}}{\pi} \sqrt{\frac{P}{P_{\text{crít}}} - 1} \left[1 - \frac{1}{8} \left(\frac{P}{P_{\text{crít}} - 1} \right) \right] \quad (16.13)$$

Observando esta expresión se obtienen las siguientes conclusiones:

- Si $P < P_{\text{crít}}$, $w\left(\frac{L}{2}\right)$ resulta imaginaria, lo cual no tiene sentido físico. La configuración recta es la única posible
- Si $P = P_{\text{crít}}$, $w\left(\frac{L}{2}\right) = 0$. La barra tiene una configuración recta
- Si $P > P_{\text{crít}}$, $w\left(\frac{L}{2}\right)$ es real. Es decir, la deformada está definida y el equilibrio solo es posible mediante configuraciones curvas.

Como para cada valor de P corresponde una deformada diferente, no hay posiciones de equilibrio indiferente. Si crece P por encima de $P_{\text{crít}}$, la flecha aumenta muy rápidamente.

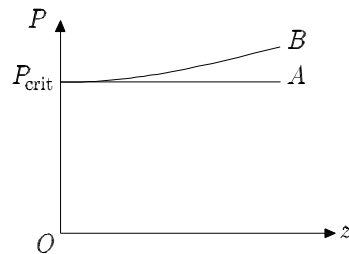


Figura 16.6 Curvas carga-desplazamiento. Rama A: Pilar ideal elástico con pequeños desplazamientos. Rama B: Pilar ideal elástico con grandes desplazamientos

La rama B de la gráfica de la Figura 16.6 se observa como al alcanzar el pilar la carga crítica, se requiere una carga creciente para producir un aumento del desplazamiento. En la misma figura se ha representado el desplazamiento considerando pequeños desplazamientos (rama A), donde se observa que el desplazamiento no está definido a partir de la carga crítica.

16.3 Dependencia entre la carga crítica y las condiciones de apoyo de la barra

Generalmente, los extremos de la barra se apoyan de alguna de las formas representadas en la Figura 16.7.

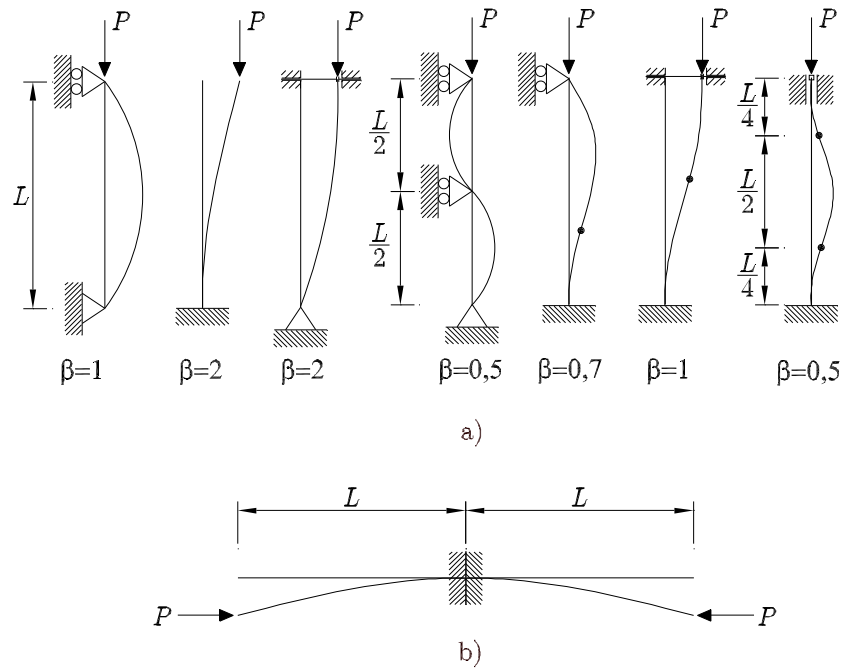


Figura 16.7 Dependencia entre la carga crítica y las condiciones de apoyo de la barra

En la barra biarticulada analizada para la deducción de la fórmula de Euler, se demostró que la flexión de esta durante el pandeo ocurre según una semionda de senoide, obteniéndose la expresión de la fuerza crítica indicada en la ecuación (16.9). Se llamará al problema de Euler *caso fundamental*. Es posible utilizar la solución obtenida para el caso fundamental para otras condiciones de apoyo de la barra. Así, por ejemplo, si la barra se empotra en un extremo y se deja libre en el otro, la línea elástica de la barra podrá ser transformada en la línea elástica de una barra biarticulada como se indica en la Figura 16.8.

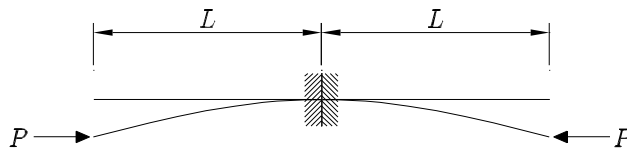


Figura 16.8 Obtención del coeficiente de esbeltez β de una barra empotrada-libre a partir de la barra articulada-articulada

Observando dicha figura, se puede concluir que la carga crítica correspondiente a una barra de longitud L empotrada en un extremo, será igual a la carga crítica correspondiente al caso fundamental para una barra de longitud $2L$.

$$P_{\text{crít}} = \frac{\pi^2 EI_y}{(2L)^2} \tag{16.14}$$

En el caso de una barra biarticulada con un apoyo en mitad de la misma, al perder la estabilidad se flexiona según dos semiondas. Es decir, cada uno de sus vanos pierde

la estabilidad de la misma forma que el caso fundamental para una barra de longitud $\frac{L}{2}$. Por lo tanto, la carga crítica es

$$P_{\text{crít}} = \frac{\pi^2 EI_y}{\left(\frac{L}{2}\right)^2} \quad (16.15)$$

Generalizando las ecuaciones obtenidas, se puede determinar una expresión general de la fuerza crítica para una barra comprimida, y para cualquier tipo de apoyo, como

$$P_{\text{crít}} = \frac{\pi^2 EI_y}{(\beta L)^2} \quad (16.16)$$

β es el coeficiente de esbeltez, que depende de las condiciones de apoyo de la barra. De acuerdo con lo anterior, se denomina *longitud de pandeo* L_k de una pieza sometida a un esfuerzo normal de compresión a la longitud que debería tener la pieza del caso fundamental, para tener la misma carga crítica que la pieza real considerada. La longitud de pandeo viene dada por la expresión $L_k = \beta L$.

De la ecuación (16.16) se puede concluir que, cuanto menor es β , mayor será la carga crítica y, por lo tanto, la carga admisible sobre la barra. Por ejemplo, la carga crítica de la barra empotrada en sus dos extremos es 16 veces mayor que la de la barra empotrada en un extremo y libre en el otro. Por este motivo, allí donde resulte posible, se deben empotrar rígidamente los dos extremos de la barra; sin embargo, en la práctica, esto no es siempre posible. Los elementos que sirven de apoyo de los extremos de las barras presentan, siempre, un cierto grado de elasticidad, y esto introduce cierta indeterminación en los cálculos. Por eso, muy a menudo, el cálculo se realiza considerando que los extremos están articulados, lo que va a favor de la seguridad.

16.4 Dominio de aplicación de la fórmula de Euler

Al deducir la fórmula de Euler, se empleó la ecuación diferencial de la línea elástica que se basa en la ley de Hooke, la cual es válida mientras no se sobrepase la tensión del límite de proporcionalidad del material (σ_p) hasta un valor que se denominará tensión crítica ($\sigma_{\text{crít}}$), es decir

$$\sigma_{\text{crít}} = \frac{P_{\text{crít}}}{S} \leq \sigma_p \quad (16.17)$$

Esta tensión crítica es igual a la tensión que se produce en cualquier sección transversal de la barra al actuar la carga crítica

$$\sigma_{\text{crít}} = \frac{P_{\text{crít}}}{S} = \frac{\pi^2 EI_y}{S(\beta L)^2} \quad (16.18)$$

siendo S el área de la sección transversal de la barra.

El radio de giro i_y de la sección transversal de una barra es $i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$. La ecuación (16.18) puede escribirse en función del radio de giro como

$$\sigma_{\text{crít}} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\beta L}{i_y}\right)^2} \quad (16.19)$$

A la magnitud $\frac{\beta L}{i_y}$, que caracteriza la influencia de las dimensiones de la barra y las condiciones de apoyo de sus extremos, se la denomina *esbeltez de la barra*, es una magnitud adimensional, y se denota por λ . Se pueden reescribir las ecuaciones (16.16) y (16.19) en función de la esbeltez

$$P_{\text{crít}} = \frac{\pi^2 E S}{\lambda^2} \quad (16.20)$$

$$\sigma_{\text{crít}} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (16.21)$$

Hasta ahora se ha empleado el momento de inercia correspondiente al eje y de la sección recta, al suponer solo la posibilidad de pandeo en el plano XZ . Sin embargo, si no está impedido el movimiento, la barra puede pandear en cualquier plano. De la ecuación (16.21) se deduce que la barra pandeará en el plano de mayor esbeltez ($\lambda_{\text{máx}}$). Si las condiciones de apoyo en ambos planos son iguales, el pandeo se producirá en el plano definido por X y el eje de mayor inercia de la sección recta (alrededor del eje de menor inercia).

La validez de la fórmula de Euler planteada en la ecuación (16.17), reescrita en función de la esbeltez máxima, es

$$\sigma_{\text{crít}} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_{\text{máx}}^2} \leq \sigma_p \quad (16.22)$$

Despejando la esbeltez de la ecuación (16.22), se obtiene el valor mínimo de tener esbeltez de una barra para que se pueda aplicar la fórmula de Euler

$$\lambda_{\text{mín}} \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_p}} \quad (16.23)$$

La curva ABC de la Figura 16.9 representa la ecuación (16.23), y se denomina hipérbola de Euler.

Los pilares que pueden ser calculados a pandeo con la teoría de Euler se denominan pilares esbeltos.

Los pilares con una esbeltez máxima muy baja, pueden fallar por resistencia antes de que se alcance la tensión crítica de compresión. Los pilares con este tipo de fallo se denominan pilares cortos.

Existe una zona intermedia, en la que el cálculo no se puede realizar por compresión, puesto que la barra es suficientemente larga y mantiene en su comportamiento las particularidades relacionadas con el fenómeno de la pérdida de estabilidad, y tampoco se puede aplicar el cálculo de la estabilidad según Euler, puesto que en el material de la barra surgen deformaciones plásticas. Son los denominados pilares medios. Para tratar este tipo de pilares se han planteado diversas teorías, aunque no van a ser tratadas en este tema.

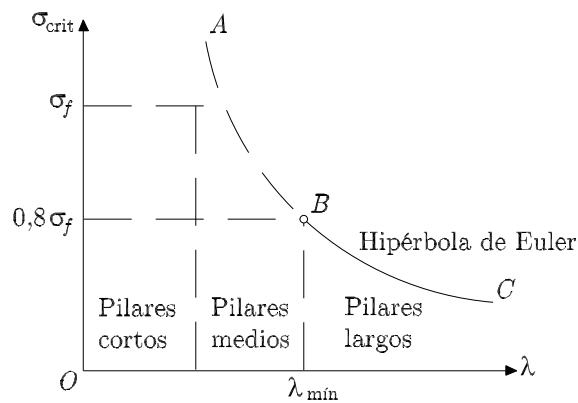


Figura 16.9 Hipérbola de Euler

16.5 Compresión excéntrica de una barra esbelta

Sea la barra considerada en el caso fundamental sometida a una carga con excentricidad e , como se muestra en la Figura 16.10 a).

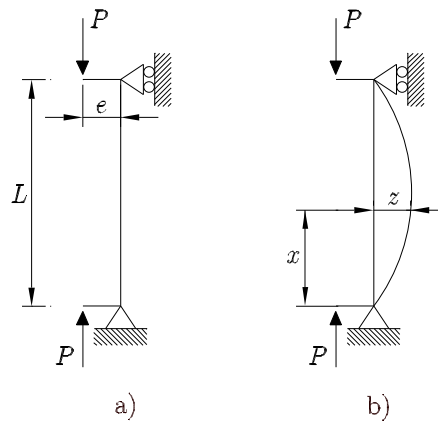


Figura 16.10 Compresión excéntrica de una barra esbelta

Al flexionarse la barra, como se muestra en la Figura 16.10 b), se origina en cada sección de la misma un momento flector de valor

$$M_y(x) = P(e + z) \quad (16.24)$$

La ecuación diferencial de la curva elástica, considerando pequeños desplazamientos, es

$$EI_y z'' = -M_y(x) = -P(e + z) \quad (16.25)$$

Haciendo $k^2 = \frac{P}{EI_y}$, la ecuación (16.25) queda como

$$z'' + k^2 z = -k^2 e \quad (16.26)$$

La solución general de la ecuación (16.26) es

$$z = C_1 \operatorname{sen}(kx) + C_2 \cos(kx) - e \quad (16.27)$$

Las constantes C_1 y C_2 se calculan a partir de las condiciones de contorno.

$$x = 0 \Rightarrow z = 0 \Rightarrow C_2 = e \quad (16.28)$$

$$x = L \Rightarrow z = 0 \Rightarrow C_1 \operatorname{sen}(kL) + e(\cos(kL) - 1) = 0 \quad (16.29)$$

De (16.29) se obtiene que

$$C_1 = e \frac{\cos(kL) - 1}{\operatorname{sen}(kL)} = e \tan\left(k\frac{L}{2}\right) \quad (16.30)$$

La ecuación de la curva elástica es

$$z = e \tan\left(k\frac{L}{2}\right) \operatorname{sen}(kx) + e \cos(kx) - e \quad (16.31)$$

El momento flector máximo se produce en la sección de $z_{\text{máx}}$, y esta se produce en $x = \frac{L}{2}$.

$$z_{\text{máx}} = e \tan\left(k\frac{L}{2}\right) \operatorname{sen}\left(k\frac{L}{2}\right) + e \cos\left(k\frac{L}{2}\right) - e = e \sec\left(k\frac{L}{2}\right) - e \quad (16.32)$$

Siendo el momento flector máximo

$$M_{y_{\text{máx}}} = P(e + z) = Pe \sec\left(k\frac{L}{2}\right) \quad (16.33)$$

Se observa que el momento flector obtenido es el momento flector de primer orden (Pe) multiplicado por el coeficiente $\sec\left(k\frac{L}{2}\right)$. Cuando se alcance la carga crítica, el valor de la secante se hace infinito

$$\begin{aligned} \sec\left(k\frac{L}{2}\right) &= \sec\left(\sqrt{\frac{P_{\text{crít}}}{EI_y}} \frac{L}{2}\right) = \\ \sec\left(\sqrt{\frac{\pi^2 EI_y}{L^2}} \frac{L}{2}\right) &= \sec\left(\frac{\pi}{2}\right) = \infty \end{aligned} \quad (16.34)$$

16.6 Ejercicios propuestos

Ejercicio 16.1

Un pilar de longitud L y sección rectangular transversal hueca, como se muestra en la Figura 16.11, está empotrado en la base y libre en la cabeza.

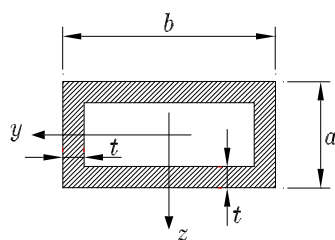


Figura 16.11 Sección rectangular hueca

Se pide:

1. Las propiedades estáticas de la sección: área S e inercias principales I_{y_G} , I_{z_G}
2. La clasificación en el pilar en corto, medio o largo
3. En caso de ser largo, determinar la carga crítica de pandeo utilizando la teoría de Euler
4. La carga crítica si la cabeza del pilar tiene impedido el desplazamiento en el plazo XZ

Datos:

$$L = 5 \text{ m} , a = 50 \text{ mm} , b = 100 \text{ mm} , t = 10 \text{ mm}$$

$$E = 210 \text{ GPa} , \sigma_e = 248 \text{ MPa}$$

Solución:

1. Las propiedades estáticas de la sección: área S e inercias principales I_{y_G} , I_{z_G}

$$S = 2600 \text{ mm}^2$$

$$I_{y_G} = 861,667 \cdot 10^3 \text{ mm}^4$$

$$I_{z_G} = 2886,667 \cdot 10^3 \text{ mm}^4$$

2. La clasificación en el pilar en corto, medio o largo
Se trata de un pilar largo.
3. En caso de ser largo, determinar la carga crítica de pandeo utilizando la teoría de Euler

$$P_{\text{crít}} = 17849,87 \text{ N}$$

4. La carga crítica si la cabeza del pilar tiene impedido el desplazamiento en el plazo XZ

$$P_{\text{crít}} = 59827,73 \text{ N}$$

Ejercicio 16.2

La Figura 16.12 muestra las secciones transversales de dos pilares, de longitud L , sometidos a una carga de compresión centrada. Ambos están empotrados en la base. El pilar de sección transversal dos IPN en cruz está libre en la cabeza. El pilar de sección transversal dos UPN empesilladas, está articulado en la cabeza.

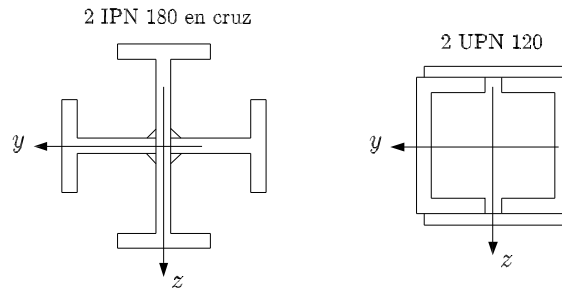


Figura 16.12 Secciones transversales de pilares

Obtener:

1. Cual de los dos pilares perderá la estabilidad antes y la carga crítica correspondiente

Datos:

$$L = 5 \text{ m}$$

$$E = 210 \text{ GPa}$$

2 IPN 180	2 UPN 120
$S = 55,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$	$S = 54,8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
$I_y = 1530 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$	$I_y = 1560 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$
$I_z = 1530 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$	$I_z = 1580 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$

Solución:

1. Cual de los dos pilares perderá la estabilidad antes y la carga crítica correspondiente

El pilar en sección transversal 2 IPN 180 en cruz perderá la estabilidad antes. La carga crítica correspondiente es:

$$P_{\text{crít}} = 317,110 \text{ kN}$$

Ejercicio 16.3

Un pilar empotrado en la base y libre en la cabeza, de longitud L , tiene de sección transversal la que se muestra en la Figura 16.13, formada por perfiles laminados soldados, fabricados en acero S275 JR.

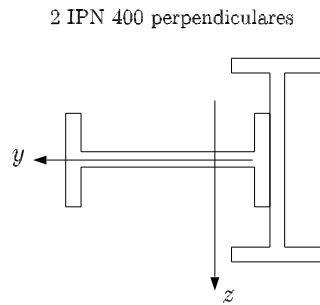


Figura 16.13 2 IPN 400 perpendiculares

Obtener:

1. La carga crítica de pandeo según Euler
2. La carga de pandeo según el Código Técnico de la Edificación

Datos:

$$L = 10 \text{ m}$$

$$E = 210 \text{ GPa} , f_y = 275 \text{ MPa} , \gamma_{M1} = 1,05$$

2 IPN 400 perpendiculares

$$S = 236 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$I_y = 30370 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$I_z = 55700 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$i_y = 11,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$i_z = 15,4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Solución:

1. La carga crítica de pandeo según Euler

$$P_{\text{crít}} = 1573,634 \text{ kN}$$

2. La carga de pandeo según el Código Técnico de la Edificación

$$P_{\text{CTE}} = 1174,38 \text{ kN}$$