Laboratorio de Comunicaciones

Modulación y demodulación en FM

Fernando D. Quesada Pereira[1]

[1]Departamento de Tecnologías de la Información y las Comunicaciones
Universidad Politécnica de Cartagena

22 de abril de 2010

Índice de Contenidos

Definición matemática de una modulación FM

Expresión matemática de una señal modulada en frecuencia

- Definición:

$$v(t) = A\cos\left(\omega_p t + 2\pi\Delta f_m \int x(t)\,dt\right)$$

- $x(t)$ es la señal moduladora.
- Si $x(t)$ está normalizada ($max[x(t)] = 1$), entonces Δf_m es la máxima excursión en frecuencia de la modulación.

Pulsación, frecuencia instantánea y de portadora

- Definiciones matemáticas:

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (rad/seg) \quad \text{La pulsación es la derivada de la fase}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\theta(t)}{dt} \quad (Hz) \quad \text{Frecuencia instantánea}$$

- La frecuencia instantánea se obtiene como la derivada de la fase:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\left(\omega_p + \Delta f_m x(t)\right)$$

- La frecuencia de la portadora es $f_p = \omega_p/(2\pi)$. Por lo que, $f(t) = f_p + \Delta f_m\, x(t)$.

Ancho de banda de una modulación FM

Consideraciones de la frecuencia instantánea

- La frecuencia instantánea de la señal varía alrededor de la frecuencia de la portadora de forma proporcional al mensaje.

$$x(t) = \begin{cases} 1 & f_{max} = f_p + \Delta f_m \\ -1 & f_{min} = f_p - \Delta f_m \end{cases}$$

- La frecuencia instantánea varía $\pm\Delta f_m$ alrededor de la portadora.
- La señal modulada no tiene un ancho de banda entre $f_p - \Delta f_m$ y $f_{max} = f_p + \Delta f_m$, sino que existen el ancho de banda teórico es infinito (sólo es importante la zona alrederdor de la portadora).

Regla de Carson

El ancho de banda aproximado se estima con la regla de Carson. Si $\Delta f_m \uparrow\uparrow$ el B_T aumenta y mejora la calidad de la recepción.

$$B_T = \begin{cases} 2(\Delta f_m + f_m) = 2f_m\left(\frac{\Delta f_m}{f_m} + 1\right) & \text{Si} \quad (\Delta f_m \leq 2f_m) \\ 2(\Delta f_m + 2f_m) = 2f_m\left(\frac{\Delta f_m}{f_m} + 2\right) & \text{Si} \quad (\Delta f_m \geq 2f_m) \end{cases}$$

f_m es la máxima frecuencia en banda base.

Ancho de banda de una modulación FM

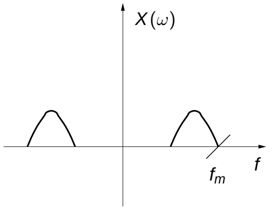


Figura: Señal banda base

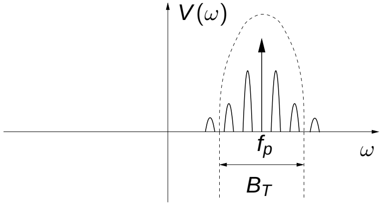


Figura: Señal modulada

FM teóricamente con ancho de banda infinito

- Es importante que la desviación en frecuencia sea lineal con la información $f(t) = f_p + \Delta f_m x(t)$ ($\Delta f_m = Cte$).
- Se tiene un espectro infinito debido a que las variaciones de frecuencia no ocurren de forma estática, sino al ritmo de la moduladora. No se pasa de un valor de frecuencia a otro de forma cuasiestática, sino a la velocidad que impone la moduladora.
- Quedandonos con el ancho de banda dictado por la regla de Carson basta.

Modulación de fase (PM)

La modulación en frecuencia se puede ver también como una modulación de fase por la integral del mensaje.

$$y(t) = \int_0^t x(\tau)d\tau \quad ; \quad V(t) = A\cos\left(\omega_p t + 2\pi\Delta f_m\, y(t)\right) \qquad \text{Modulación de Fase}$$

La fase de la señal varía según la señal $y(t)$ (en este caso el mensaje).

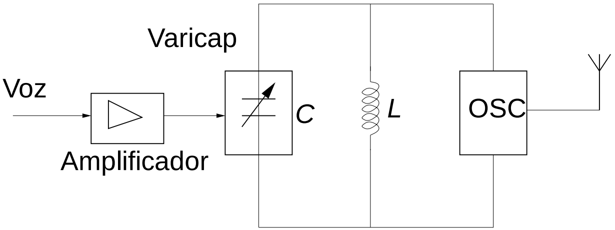


Figura: Modulador FM típico

Índice de Contenidos

Modulador típico de FM

- La forma más sencilla de realizar un modulador FM es con un oscilador y un circuito resonante (ver esquema de la transparencia anterior).
- En el circuito resonante se sitúa una capacidad variable por tensión (varicap).

Ejemplo de modulación FM con el esquema básico (voz)

1. Se amplifica una señal de voz ($x(t)$).
2. La voz cambia y varía la capacidad (C).
3. El circuito resonante cambia su frecuencia de resonancia (f).
4. El oscilador oscila a una frecuencia cambiante, dictada por el cambio de capacidad que es proporcional a la voz.

La frecuencia de oscilación del circuito es $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. Lo ideal es la capacidad del varicap cambie con el cuadrado de la tensión aplicada $C = \frac{K}{x^2(t)}$.

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\frac{K}{x^2(t)}}} = \frac{x(t)}{2\pi\sqrt{LK}} \quad \text{(f. oscilacion proporcional al mensaje)}$$

Índice de Contenidos

Modulador de FM comercial

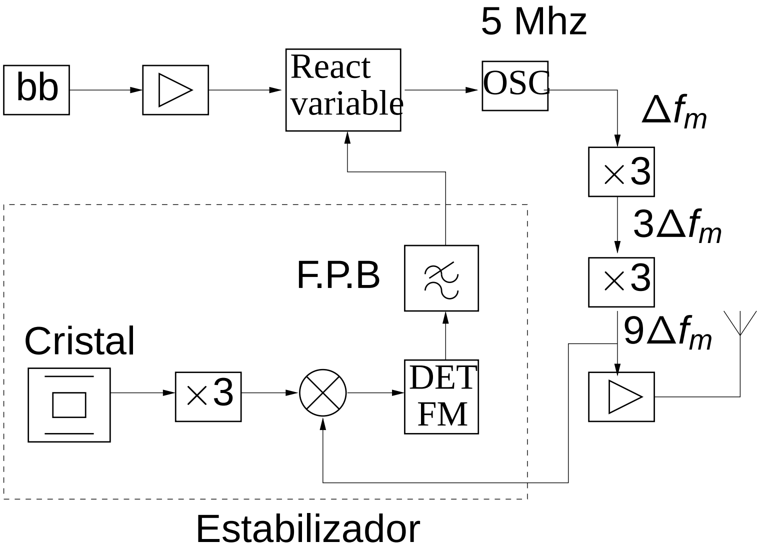


Figura: Modulador FM comercial (similar al de las prácticas 3 y 4)

Modulador de FM comercial

Características del modulador FM comercial

- Los triplicadores multiplican la señal del oscilador para trasladarla a las frecuencias finales de radiación.
- También se triplica la máxima excursión en frecuencia ($\Delta f_m \rightarrow 3\Delta f_m \rightarrow 9\Delta f_m$).
- El detector FM da una tensión proporcional a las variaciones de frecuencia que hay su entrada (variaciones de frecuencia respecto a la impuesta por el cristal).
- La señal de salida tiene una respuesta diferente a la de referencia del cristal, se genera una tensión que va a la reactancia variable y corrige la frecuencia central de la portadora.
- EL filtro paso bajo sólo deja pasar las variaciones lentas producidas por derivas en la frecuencia de portadora (cambio de temperatura, desfase de componentes, etc...).
- Las variciones de frecuencia rápidas debido a la señal de la portadora son normales y se cortan en el filtro paso bajo.

Ejercicio Propuesto

1. Comente la función que desempeñan los distintos componentes eléctronicos del circuito.
2. Represente el modelo de pequeña señal del anterior circuito. Calcule la impedancia de salida. ¿En qué influye el valor de la carga R_L?.
3. Si a la entrada del triplicador se tiene una señal de FM de frecuencia $f_p = 5$ MHz e índice de modulación $\beta = 0,5$, diga como han de ser los valores de L y C para tener a la salida una señal FM de frecuencia $f_p = 15$ MHz. Escriba la expresión de la modulación FM a la entrada y a la salida del triplicador. ¿Qué le ha sucedido al ancho de banda de la modulación?.
4. Dibuje el esquema general de un demodulador de FM, comentando la función que desempeña cada una de sus partes.
5. Proponga dos esquemas eléctricos de limitadores de amplitud y describa su comportamiento.

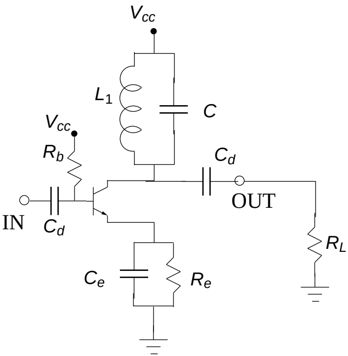


Figura: Esquema eléctrico del triplicador.

Ejercicio Propuesto

- Comente la función que desempeñan cada una de las partes del circuito comercial de la figura.

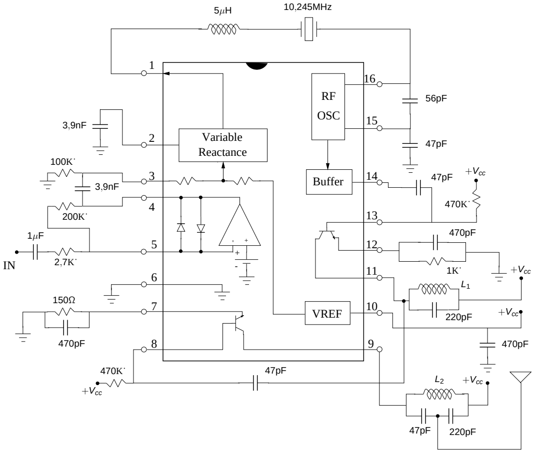


Figura: Esquema eléctrico final del modulador FM comercial.

Ejercicio Propuesto

1. Obtenga y dibuje las rectas de carga que fijan el punto de trabajo del transistor en la entrada y en la salida (suponga $\beta >> 1$).
2. Encuentre R_B para polarizar el transistor en el centro de la zona activa (suponga que cuando la unión base-emisor está en directa, su caída de tensión es de 0.7 V).
3. Variar el diseño del circuito para que funcione cerca del punto de saturación. Para que el circuito funcione como triplicador, ¿cuál de los dos diseños utilizaría?
4. Usando el modelo de pequeña señal del transistor, calcule la impedancia de salida del circuito. Dibuje su módulo en función de la frecuencia.
5. Usando el modelo de pequeña señal del transistor, calcular la ganancia en tensión del circuito. Dibuje su módulo en función de la frecuencia. Describa el papel de L y C.

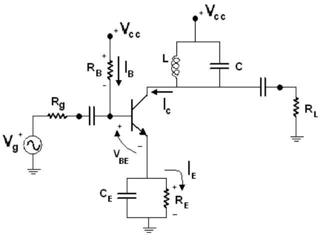


Figura:

Ejercicio Propuesto

1. Se tiene una modulación FM data por la señal:

$$y(t) = \cos\left[\omega_0\, t + 2\,\pi\,\Delta f \int_0^t m(x)\,dx\right]$$

   tomando una señal moduladora sinusoidal, de la forma: $m(t) = A\,\cos(\omega_m\, t)$, encontrar el índice de modulación sabiendo que la amplitud de la moduladora es $A = 1$V, su frecuencia es $f_m = 100$KHz, y la sensibilidad del modulador de FM es $\Delta f = 10$Hz/mV. Compruebe si la modulación FM es de banda estrecha.
2. Demuestre para la señal anterior que su espectro se aproxima a una modulación AM. ¿Qué diferencias observa entre la señal obtenida y una modulación AM tradicional?. ¿Cual es el índice de modulación en la modulación AM equivalente?.
3. Usando la regla de Carson, calcular el ancho de banda útil de la señal.
4. La señal pasa por un triplicador ideal: $s(t) = y^3(t)$. Encuentre la señal que se obtiene a la salida del triplicador. ¿Cual es la señal fundamental, y qué armónicos genera?. ¿Qué podría hacer para limpiar la señal?.
5. Encuentre el índice de modulación de la señal fundamental a la frecuencia triple. Calcule el ancho de banda de la nueva señal. ¿Con qué factor se ha ensanchado la banda con respecto de la señal $y(t)$?.

Ejercicio Propuesto

Se parte de un modulador genérico de FM como el de la figura, con la intención de transmitir una señal de voz correspondiente a una emisora de radio.

- Indique cuál es la función de cada uno de los elementos de la figura. ¿Cómo puede aumentar la excursión en frecuencia de la señal modulada en FM?. ¿De qué forma debe variar la reactancia variable en relación a la señal moduladora?
- Si el oscilador se encuentra centrado a la frecuencia de 10,245 MHz, ¿Qué pasos tendría que seguir para conseguir que la señal que llega a la antena se encuentre dentro de la banda comercial de FM?. ¿Qué le sucedería al ancho de banda de la señal?.
- Para evitar los efectos perniciosos de posibles derivas en los componentes de la figura, proponga una posible solución.

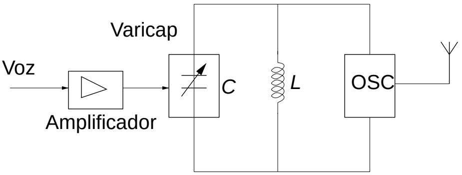


Figura: Modulador FM típico.

Índice de Contenidos

Reactancia variable con FET (transistor de efecto de campo)

Análisis del circuito

La transconductancia g_m del FET varía con la tensión puerta-surtidor V_{gs}.

$$g_m = \left(\frac{\partial I_D}{\partial V_{gs}}\right)$$

Al variar $x(t)$ cambia V_{gs} y g_m. Se hace el análisis en frecuencia para $x(t) = v_m \cos(\omega_m t)$. Se tiene (siendo V_m el fasor de la señal) :

$g_m = K\ V_m$ proporcional a la moduladora

En el divisor de tensión se tiene:

$$V_{gs} = V_s \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$

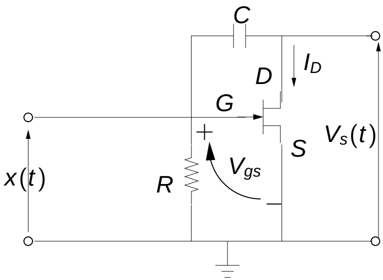


Figura: Reactancia variable con FET

Si se toma $R << \frac{1}{\omega C}$, se tiene: $V_{gs} = V_s \frac{R}{\frac{1}{j\omega C}} = V_s j\omega CR$

Reactancia variable con FET (transistor de efecto de campo)

El modelo de pequeña señal es:

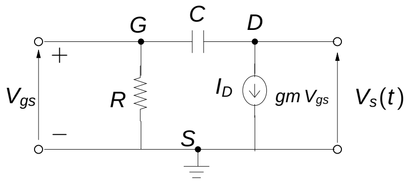


Figura: Modelo de pequeña señal

Análisis del circuito

La corriente en el drenador es $I_D = g_m V_{gs}$. La impedancia interna de salida del FET es $Z_{out} = \frac{V_s}{I_D}$.

$$I_D = g_m\, V_s j\omega CR$$

$$\frac{V_s}{I_D} = \frac{1}{j\, g_m\, CR\omega}$$

Transistor como capacidad variable controlada por la tensión de la moduladora (V_m)

El transistor FET se comporta internamente como una capacidad $C_{FET} = g_m CR$, y $g_m = KV_m$, con lo que finalmente:

$$C_{FET} = KCR\, V_m \qquad \text{La capacidad varía proporcionalmente al mensaje}$$

Esta capacidad se utiliza dentro del circuito resonante de un oscilador junto con una bobina.

Ejercicio Propuesto

Una de los posible métodos para implementar la reactancia variable es la mostrada en la figura.

- Represente el modelo de pequeña señal del circuito de la figura.
- Obtenga la impedancia de salida del circuito Z_{out}.
- ¿Cómo se comporta la impedancia de salida?

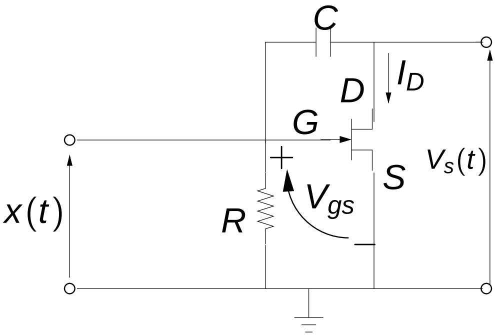


Figura: Reactancia variable con FET.

Índice de Contenidos

Modulador de FM usando un PLL (tema 5)

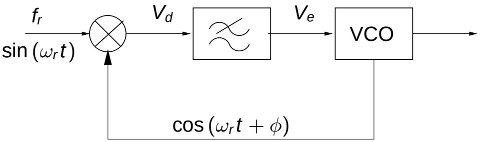


Figura: PLL

VCO Es un oscilador controlado por tensión.

Multiplicador Realiza la detección de fase.

Análisis simple del circuito PLL

El detector de fase da una tensión a la salida proporcional a la diferencia de fase entre las dos señales a la entrada.

$$V_d(t) = \sin(\omega_r t)\cos(\omega_r t + \varphi) = \frac{1}{2}\sin -\varphi + \frac{1}{2}\sin(2\omega_r t + \varphi)$$

El filtro paso bajo elimina el armónico de frecuencia doble.

$$V_e(t) = -\frac{1}{2}\sin\varphi$$

Para φ pequeño se aproxima el seno por el ángulo $\sin\varphi \to \varphi$, con lo que $V_e(t) \simeq \frac{-\varphi}{2}$ y se aplica al VCO una tensión proporcional a la fase, con lo que cambiará la frecuencia hasta que las fases sean iguales.

Modulador de FM usando un PLL

Modificación del esquema básico del PLL para tener la modulación FM

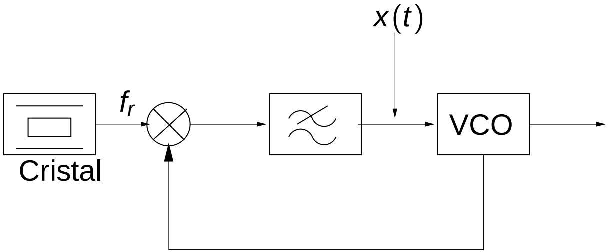


Figura: Modulador de FM con PLL

PLL empleado para modular en FM

El PLL se engancha en frecuencia y fase a la señal del cristal (portadora). Al introducir $x(t)$ la tensión del VCO se ve multiplicada conforme al mensaje, y entonces varía la frecuencia de salida proporcionalmente al mensaje ($x(t)$).

Índice de Contenidos

Método Indirecto

Modulación de fase con la integral del mensaje para tener una FM

Con estos moduladores se consiguen desviaciones en frecuencia pequeñas.
Si $x(t) = cos(\omega_m t)$:

$$V(t) = A\cos\left(\omega_p t + 2\pi\Delta f_{max}\int x(t)\,dt\right) = A\cos\left(\omega_p t + 2\pi\Delta f_{max}\frac{\sin\omega_m t}{\omega_m}\right)$$

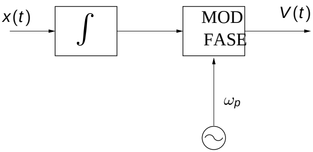


Figura: Modulador de FM (método indirecto)

La frecuencia instantánea es la derivada de la fase:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\omega_p + \frac{1}{2\pi}2\pi\Delta f_{max}\frac{\omega_m\cos\omega_m t}{\omega_m}$$
$$f(t) = f_p + \Delta f_{max}\cos(\omega_m t)$$

La excursión máxima de frecuencia es Δf_{max}.

La desviación instantánea de fase se toma directamente de la expresión de $V(t)$:
$\Delta\theta(t) = 2\pi\Delta f_{max}\frac{\sin(\omega_m t)}{\omega_m}$.
La excursión máxima de fase es: $\Delta\theta_{max} = \frac{f_{max}}{f_m}$, donde f_m es la frecuencia de la señal moduladora.

Método Indirecto

Aumento de la desviación en frecuencia (ancho de banda) con triplicadores

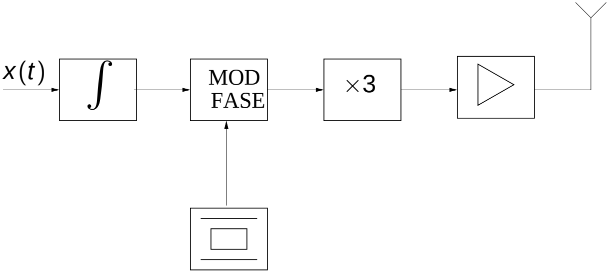


Figura: Modulador de FM (aumento desviación de frecuencia)

Aumento de la excursión en frecuencia en el método indirecto

Si f_m ↑↑ para lograr Δf_{max} grandes hace falta que $\Delta\theta_{max}$ sea muy grande. Es decir, aunque $\Delta\theta_{max}$ en el modulador de fase sea aceptable, como f_m es pequeño el Δf_{max} es pequeño. Para aumentar la desviación de frecuencia se utilizan triplicadores.

Índice de Contenidos

Modulador de fase

Esquema de modulador de fase con transistor bipolar y reactancia variable (varicap).

El modulador de fase cambia ésta proporcionalmente al mensaje, pero la frecuencia no cambia. Se puede hacer con un circuito resonante.

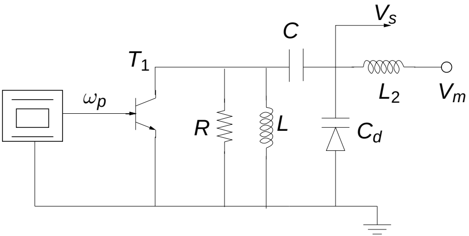


Figura: Modulador de fase con circuito resonante. L_2 corta la RF y deja pasar V_m (moduladora).

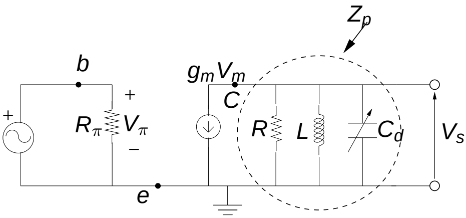


Figura: Equivalente de pequeña señal. V_e es el fasor de la portadora (análisis a una frecuencia).

Modulador de fase

Análisis del modulador de fase

$$V_s = -g_m V_\pi Z_p \quad ; \quad V_s = -g_m V_e Z_p$$

$$\frac{1}{Z_p} = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C_d \quad ; \quad V_s = -g_m V_e \frac{1}{\frac{1}{R}+\frac{1}{j\omega L}+j\omega C_d}$$

$$V_s = -g_m V_e \frac{R}{1+\frac{R}{j\omega L}+j\omega C_d R} \quad ; \quad V_s = -g_m V_e \frac{R}{1+j\omega C_d R\left(1-\frac{1}{\omega^2 L C_d}\right)}$$

Se define la frecuencia de resonancia del circuito como $\omega_0^2 = \frac{1}{LC_d}$. Multiplicando y dividiendo por ω_0^2, se tiene:

$$V_s = -g_m V_e \frac{R}{1+j\omega C_d R\left(1-\frac{1}{\omega^2 L C_d}\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2}\right)} = -g_m V_e \frac{R}{1+j\omega C_d R\left(1-\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)}$$

$$V_s = -g_m V_e \frac{R}{1+j\omega C_d R\left(\frac{\omega^2-\omega_0^2}{\omega^2}\right)}$$

Modulador de fase

La frecuencia del generador de entrada está estabilizada por un cristal y es muy precisa ($\omega = \omega_p$).

$$V_s = -g_m V_e \frac{R}{1 + j\omega C_d R \left(\frac{\omega_p^2 - \omega_0^2}{\omega_p^2} \right)}$$

El factor de calidad de un circuito paralelo es $Q = R\omega_p C_d$.

$$V_s = -g_m V_e \frac{R}{1 + jQ \left(\frac{(\omega_p - \omega_0)(\omega_p + \omega_0)}{\omega_p^2} \right)}$$

Se define la desviación en frecuencia con respecto a la frecuencia de resonancia $\Delta\omega = \omega_p - \omega_0$. El circuito resonante está centrado a la frecuencia del cristal $\omega_p \simeq \omega_0$. Por lo que $\omega_p + \omega_0 \simeq 2\omega_p$. Por tanto,

$$V_s = -g_m V_e \frac{R}{1 + jQ 2\omega_p \frac{\Delta\omega}{\omega_p^2}}$$

Se define la desviación relativa de frecuencia como $\delta = \frac{\Delta\omega}{\omega_p} = \frac{\Delta f}{f_p}$, por lo que:

$$V_s = -g_m V_e \frac{R}{1 + j2Q\delta}$$

Modulador de fase (Distorsión)

AL introducir $x(t)$, la capacidad del varicap cambia, con lo que varía la frecuencia de resonancia del circuito y $\Delta f = f_p - f_0$. La variación de Δf es proporcional a la tensión $x(t)$.
Si V_m es el fasor de $x(t)$, se tiene que $\Delta f = KV_m$, por lo que:

$$\tan\varphi = \frac{2Q}{f_p} KV_m$$

Si $\varphi \to 0$, $\tan\varphi \to \varphi$, luego $\varphi = \frac{2Q}{f_p} KV_m$ (la fase del circuito es proporcional a la señal moduladora).
El desarrollo de Taylor $\tan\varphi = \varphi + \frac{\varphi^3}{3} + \cdots$. El error que se comete es debido al segundo término del desarrollo ($\varphi^3/3$). Si $\varphi \downarrow\downarrow$, entonces ($\varphi^3/3$) es muy pequeño.
El grado de distorsión puede medirse como:

$$D = \frac{\varphi^3/3}{\varphi} = \varphi^2/3$$

Se ve que la desviación de fase debe ser pequeña, con lo que la desviación en frecuencia debe ser todavía más pequeña, por lo que se ponen triplicadores. Tener Δf_{max} grande es importante, porque se tiene una mejor relación S/N ($\Delta f_{max} \uparrow\uparrow$, $S/N \uparrow\uparrow$, mejor calidad).

Ejercicio Propuesto
Modulador de fase(I)

En la figura tenemos un modulador de fase basado en circuito resonante. Para el citado circuito responda a las siguientes cuestiones:

1. Indique para se utiliza el oscilador a cristal, el condensador C_d y la bobina L, y la bobina L_2, la bobina L_2 y el condensador C.
2. Dibuje el modelo de pequeña señal del circuito (tenga en cuenta que los L_2 y C no afectan a las frecuencias utilizadas para el análisis en este modelo).
3. Calcule el fasor de la tensión de salida V_0 en función de la tensión de entrada V_i.
4. Definiendo $\omega_0^2 = \frac{1}{C_d}$ y $Q = R\omega_p C_d$, podemos escribir el fasor de la tensión de salida V_o en función de la entrada como:

   $$V_o = -g_m V_i \frac{R}{1 + j2Q\frac{\Delta f}{\omega_p}}$$

   La desviación de frecuencia es proporcional a la señal moduladora $\Delta f = KV_m$, donde K es una constante. Se cumple que $2Q\frac{\Delta f}{\omega_p} << 1$. Teniendo en cuenta está condición, encuentre la expresión final en el tiempo de la señal de salida modulada V_o. ¿Qué implica la anterior condición?
5. ¿Qué tendría que hacer para obtener una modulación en frecuencia? ¿Y para aumentar la excursión en frecuencia?

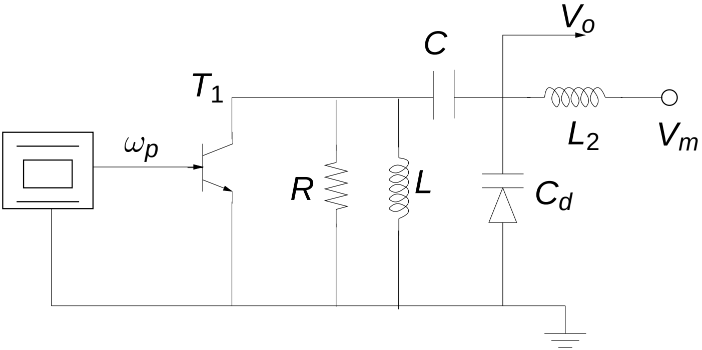


Figura: Modulador de fase con circuito resonante.

Índice de Contenidos

Justificación matemática del modulador Armstrong

$$V(t) = A \sin\left(\omega_p t + 2\pi\Delta f_m \int x(t)dt\right)$$

Desarrollando la expresión anterior:

$$V(t) = A\left[\sin(\omega_p t)\cos\left(2\pi\Delta f_m \int x(t)\,dt\right) + \cos(\omega_p t)\sin\left(2\pi\Delta f_m \int x(t)\,dt\right)\right]$$

Si $\Delta f_m \to 0$, se tiene que $\cos x \to 1$ y $\sin x \to 1$:

$$V(t) = A\left[\sin(\omega_p t) + \cos(\omega_p t)2\pi\Delta f_m \int x(t)\,dt\right]$$

El primer término corresponde a la portadora, mientras que el segundo es una DBL con una moduladora $\int x(t)dt$. Se tiene una modulación AM con la portadora desfasada. Es posible realizar un modulador FM incluyendo las dos señales anteriores (una DBL y una portadora desfasada $\pi/2$).

Modulador Armstrong

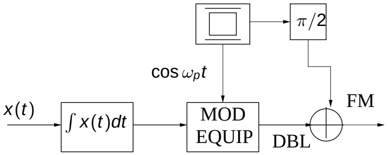


Figura: Modulador Armstrong

Modelo de bloques

Se toma como moduladora $x(t) = \cos\omega_m t$:

$$V(t) = A\left[\sin(\omega_p t) + \cos(\omega_p t)\ 2\pi\Delta f_m \frac{\sin(\omega_m t)}{\omega_m}\right]$$

$$A\left[\sin(\omega_p t) + \cos(\omega_p t)\frac{\Delta f_m}{f_m}\sin(\omega_m t)\right]$$

Se define el índice de modulación para moduladora sinusoidal $\beta = \frac{\Delta f_m}{f_m}$.

$$V(t) = A\left[\sin\omega_p t + \beta\sin(\omega_p t)\cos(\omega_p t)\right]$$

Se tiene una señal con una componente en fase y otra en cuadratura. Expresandonla en módulo y fase se tiene: $V(t) = A\sqrt{1+\beta^2\sin^2(\omega_m t)}\sin(\omega_p t + \varphi)$, siendo $\tan\varphi = \beta\sin(\omega_m t)$. Para $\varphi\downarrow\downarrow$, $\tan\varphi \to \varphi$ (aproximación de argumento pequeño), por lo que:

$$V(t) = A\sqrt{1+\beta^2\sin^2(\omega_m t)}\sin\left(\omega_p t + \beta\sin(\omega_m t)\right)$$

Modulador Armstrong

Ancho de banda de la modulación

La señal queda modulada FM con una cierta modulación en amplitud. La modulación FM es muy estrecha y por tanto menos inmune al ruido, de ahí que interese tener una deviación en frecuencia (Δf_{max}) decente, ya que se aumenta el ancho de banda, siendo la calidad mejor y también la inmunidad al ruido.

Expresión modulación y frecuencia instantánea

Se tiene que:

$$V(t) = A\sqrt{1+\beta^2\sin^2(\omega_m t)}\,\sin(\omega_p t+\varphi)$$

La frecuencia instantanea es:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{1}{2\pi}\omega_p + \frac{1}{2\pi}\frac{d\varphi}{dt} = f_p + \frac{1}{2\pi}\frac{d\varphi}{dt}$$

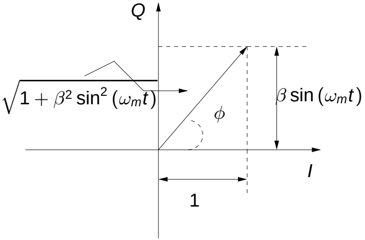


Figura: Diagrama de fase-cuadratura

Modulador Armstrong

Distorsión en el modulador Armstrong

La frecuencia instantánea debería ser proporcional al mensaje. Para $\varphi \downarrow\downarrow$ si que lo era. Si no lo es, se tiene que hallar $\frac{d(tan^{-}1\mu)}{dx} = \frac{1}{1+\mu^2}\frac{d\mu}{dx}$.

$$\varphi = \arctan\Big(\beta \sin(\omega_m t)\Big)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{1+\beta^2\sin^2(\omega_m t)}\beta\omega_m\cos(\omega_m t) = \frac{\beta\omega_m x(t)}{1+\beta^2\sin^2(\omega t)}$$

No es proporcional al mensaje se necesita que $\beta\sin(\omega_m t) << 1$, $\beta << 1$, $\Delta f_m \downarrow\downarrow$, $f_m \uparrow\uparrow$. La distorsión no lineal vuelve a ser $D = \frac{\varphi^3/3}{\varphi} = \frac{\varphi^2}{3}$.

Ejercicio Propuesto

- Siguiendo el esquema de la figura, diga como ha de ser la señal $y(t)$, el desfase $\Delta\phi$ y la amplitud máxima de la señal moduladora $x_m(t)$ para que en el punto E se tenga una modulación de fase (*PM*) con una desviación máxima de fase $\Delta\phi_{max} = 0{,}1\ rad/V$. Responda de forma razonada: ¿ Es posible mediante este procedimiento generar una modulación de fase o frecuencia de banda ancha?. Nota: Tenga en cuenta que se pretende implementar un modulador de tipo Armstrong.

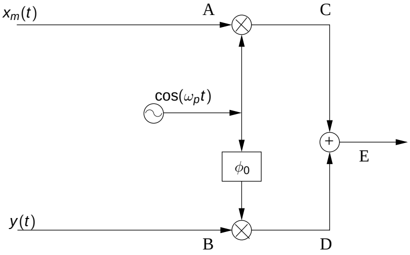


Figura: Diagrama de un modulador genérico

Ejercicio Propuesto

Tenga en cuenta el esquema de un modulador de FM representado en la figura.

- ¿Cómo se denomina a este tipo de moduladores de FM?. ¿Qué condición o condiciones se han de cumplir para que el circuito funcione de forma adecuada como un modulador de FM?.
- Obtenga la señal $X_s(t)$ a la salida del modulador, considerando una señal moduladora $X_m(t) = Acos(\omega_m t)$. ¿Cual es la máxima excursión en frecuencia Δf_{max} de la modulación?.

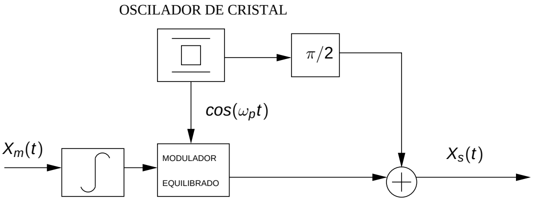


Figura: Modulador de FM.

Esquema general de un demodulador de FM

Está formado por tres bloques principales: Limitador, discriminador y detector de envolvente.

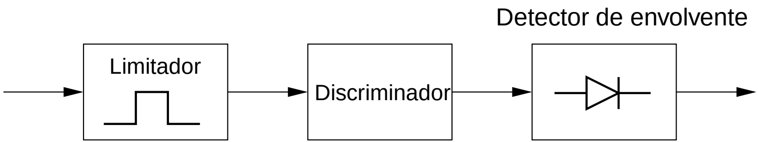


Figura: Diagrama de bloques de un demodulador de FM

Limitadores

- Limitador. La información no está en la amplitud, luego las variaciones de amplitud son ruido que elimina el limitador.
- Existen limitadores construidos con dos diodos y con transistores en zona no lineal.

Índice de Contenidos

Limitadores

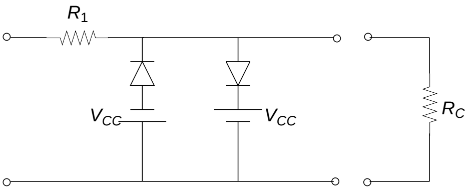


Figura: Limitador con diodos

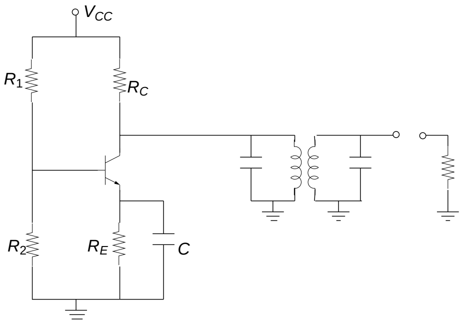


Figura: Limitador con transistores

Limitador con transistores (funcionamiento)

- Un transistor puede recortar la señal cuando se supera el margen dinámico.
- El conjunto LC filta la banda FM eliminando armónicos.
- El transistor va de la zona de corte a la de saturación.

Índice de Contenidos

Características

- El discriminidor convierte las variaciones en frecuencia en variaciones de amplitud.
- La conversión se hace de forma lineal, para que las variaciones de amplitud sigan a las de frecuencia sin distorsión.

Se tiene la señal FM $V(t) = A\cos\left(\omega_p t + 2\pi\Delta f_m \int x(t)\,dt\right)$. Se deriva la señal en el tiempo:

$$\frac{dV(t)}{dt} = -A\sin\left(\omega_p t + 2\pi\Delta f_m \int x(t)\,dt\right)\left(\omega_p + 2\pi\Delta f_m x(t)\right)$$

$$\frac{dV(t)}{dt} = -A\omega_p\left(1 + \frac{2\pi\Delta f_m}{\omega_p}x(t)\right)\sin\left(\omega_p t + 2\pi\Delta f_m \int x(t)\,dt\right)$$

$$\frac{dV(t)}{dt} = -A\omega_p\left(1 + m\,x(t)\right)\sin\left(\omega_p t + 2\pi\Delta f_m \int x(t)\,dt\right)$$

Se convierte en una señal AM con índice de modulación $m = \frac{\Delta f_m}{f_p}$.

Características

- La señal AM presenta también una modulación FM que no interesa
- La información está en la envolvente de la señal.
- Se puede utilizar un detector de envolvente para recuperar el mensaje.
- Derivar en el tiempo, equivale a multiplicar por $j\omega$ en la frecuencia.
- Debe tener una función de transferencia lineal con la frecuencia $\left(\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow j\omega\right)$.

Función de transferencia

- Si la portadora es de frecuencia f_p, entonces la función de transferencia ideal será $H(j\omega) = jK(\omega - \omega_p)$.
- Realizar esta función de transferencia para todas las frecuencias es imposible.
- Hay circuitos que lo aproximan en un rango de frecuencias (debe ser el de Carson para que no haya distorsión $B_T = 2(\Delta f_m + f_m)$, para $\Delta f_m \leq 2f_m$)

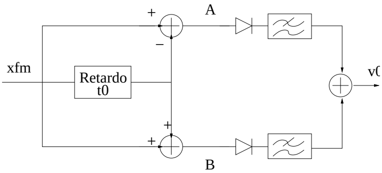


Figura: Respuesta discriminador. Función de transferencia ideal.

Discriminador con circuito resonante

Se puede usar como discriminador un circuito resonante.

Características

- El circuito resonante se sintoniza a una frecuencia superior a la portadora.
- La portadora cae en uno de los flancos de la respuesta.
- Hay que controlar bien el Q del circuito, ya que el ancho de la campana depende del factor de calidad

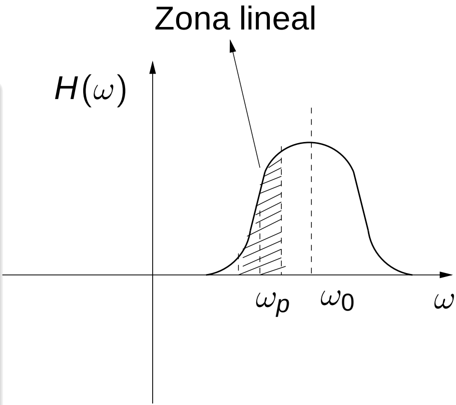


Figura: Respuesta resonante

Circuito discriminador sencillo

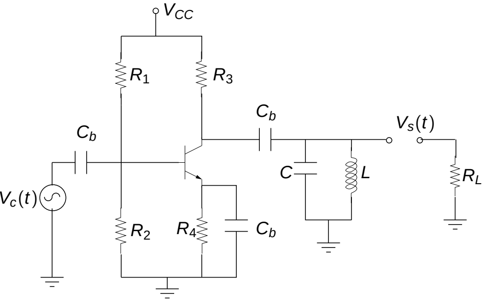


Figura: Circuito discriminador sencillo. Los condendadores C_b son de desacoplo y de paso.

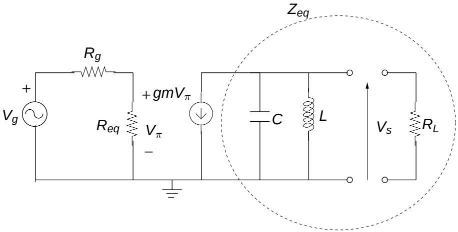


Figura: Circuito equivalente

$$V_s = -g_m V_\pi Z_{eq} = -g_m V_g \frac{R_{eq}}{R_g + R_{eq}} Z_{eq}(\omega)$$

Circuito discriminador sencillo

- La tensión de salida es proporcional a Z_{eq}.
- Al tratarse de un circuito resonante, f_p cae en uno de los flancos.
- La variación de la tensión es lineal con la frecuencia.
- Una mejora del circuito consiste en un utilizar dos circuitos resonantes de forma balanceada (se aumenta la zona lineal).

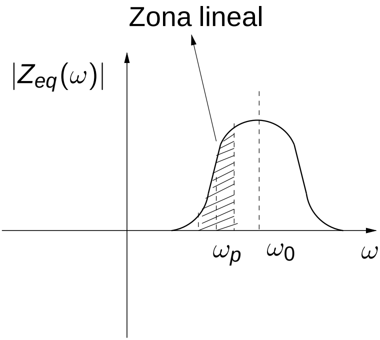


Figura: Impedancia de salida Z_{eq}

Considerando el circuito discriminador de FM de la figura, responda a las siguientes cuestiones:

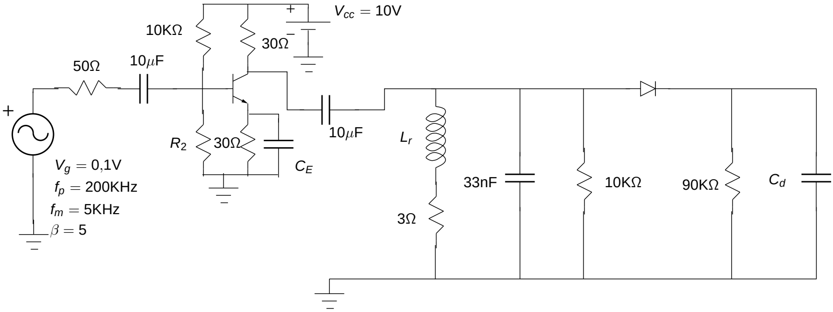
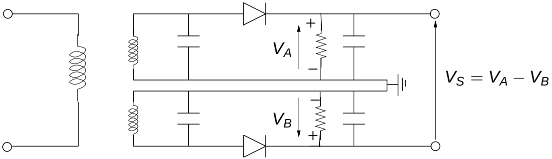


Figura: Esquema de un demodulador FM.

Ejercicio Propuesto

Discriminador en frecuencia (II)

1. Descomponga el circuito en bloques diferenciados. Indique la función de cada uno de los citados bloques. En relación a un demodulador de FM genérico, ¿qué bloque echa en falta? Asimismo, escriba la expresión matemática de la señal modulada FM de entrada.
2. Indique que características del circuito se modifican ajustando el valor de los componentes para los cuales no se especifica un valor numérico (R_2, C_E, L_r y C_d) ¿En que regimen ha de funcionar el transistor?
3. Ajuste los componentes del circuito resonante para sintonizar la frecuencia de portadora ($f_p = 200$KHz) en el flanco inferior de la campana del circuito resonante. Dibuje la función de transferencia e indique el valor de los componentes ¿Cuál es el papel de la resistencia de 3Ω?
4. Represente de forma aproximada la forma de las señales en el tiempo que se tienen de forma ideal antes del bloque del transistor y después de éste. Asimismo, represente según el comportamiento ideal las señales antes y después del diodo ¿Dónde se encuentra la información de la señal modulada? ¿Qué valor ha de tomar el condensador C_d para que finalmente se extraiga dicha información?
5. ¿Qué sucede si se aumenta el índice de modulación β? ¿Qué propone para conseguir discrinadores que operen con índices de modulación mayores?



Cada circuito resonante se utiliza en cada uno de sus flancos.

Figura: Discriminador de sintonía escalonada

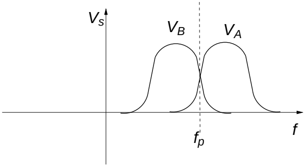


Figura: La fase debe estar bien ajustada.

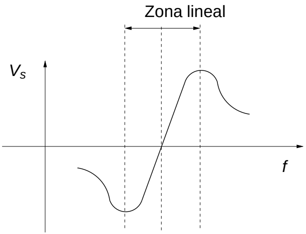


Figura: Zona lineal amplia y de calidad

- En la figura se representa un discriminador balanceado de FM. Explique cuál es el principio de operación de este discriminador. Distinga cuál es la función de cada una de las partes del circuito. ¿Cuál es la principal dificultad de implementación de este tipo de discriminadores?. ¿Qué alternativa existe?.

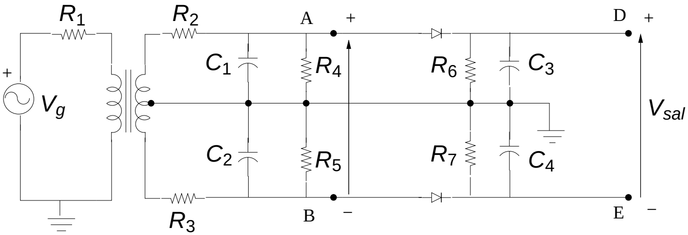


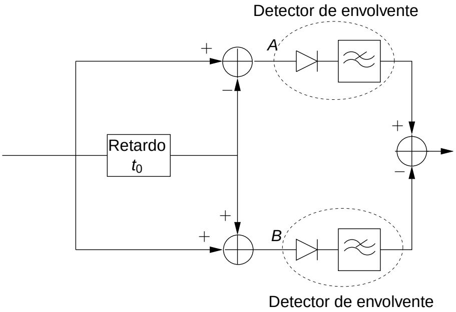
Figura: Discriminador de FM balanceado.

Índice de Contenidos

Discriminador en el tiempo

Características

- Es complicado realizar la sintonía de los dos circuitos resonantes.
- El problema se trata de solucionar con otros discriminadores que implementan la derivada en el dominio del tiempo.
- La derivada en el tiempo se toma como: $\frac{dV(t)}{dt} = \frac{V(t)-V(t-\Delta t)}{\Delta t}$.
- Se toma el valor de la tensión en dos instantes próximos y se divide por la duración del intervalo.



Discriminador en el tiempo

Análisis del circuito

- Un retardo temporal t_0 corresponde a un desfasaje fijo de la señal ωt_0 ($rad/seg \cdot seg = rad$).
- Se toma un desfasaje de $\pi/2$ ($\omega t_0 = \pi/2$) para la frecuencia de la portadora f_p.

En el punto A se tiene la diferencia de dos señales.

$$V_A(t) = A\cos\left(\omega_p t + 2\pi\Delta f \int_0^t x(\tau)\,d\tau\right) - A\cos\left(\omega_p(t - t_0) + 2\pi\Delta f \int_0^{t-t_0} x(\tau)\,d\tau\right)$$

Se aplica la regla trigonométrica ($\cos A - \cos B = 2\sin\left(\frac{A+B}{2}\right)\sin\left(\frac{A-B}{2}\right)$).

$$V_A(t) = 2A\sin\left(\frac{\omega_p t}{2} + \pi\Delta f \int_{t-t_0}^{t} x(\tau)\,d\tau\right)\cdot$$

$$\sin\left(\frac{\omega_p(2t - t_0)}{2} + \pi\Delta f \int_0^{t-t_0} x(\tau)\,d\tau + \pi\Delta f \int_0^{t} x(\tau)\,d\tau\right)$$

Análisis del circuito

Imponiendo la condición de desfasaje ($\omega_p t_0 = \pi/2$).

$$V_A(t) = 2A \sin\left(\frac{\pi}{4} + \pi\Delta f \int_{t-t_0}^{t} x(\tau)\, d\tau\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_p(2t - t_0)}{2} \dots\right)$$

A la salida del detector de envolvente, tras filtrar lo queda la banda base:

$$V_A(t) = 2A \sin\left(\frac{\pi}{4} + \pi\Delta f \int_{t-t_0}^{t} x(\tau)\, d\tau\right)$$

Se hace la integral como el valor de la función en el punto medio multiplicada por la anchura del intervalo (aproximación para el cálculo de la integral).

$$V_A(t) = 2A \sin\left(\frac{\pi}{4} + \pi\Delta f x(t) t_0\right)$$

Se aplica la regla trigonométrica ($\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$).

Discriminador en el tiempo

Si t_0 es muy pequeño $x(t)$ es aproximadamente constante, y da igual que tome $x(t)$ en el punto medio o en el punto final.

$$V_A(t) = 2A\frac{\sqrt{2}}{2}\left[\sin\left(\pi\Delta f x(t)t_0\right) + \cos\left(\pi\Delta f x(t)t_0\right)\right]$$

Tomando una desviación de frecuencia pequeña ($\Delta \downarrow\downarrow$) ($\cos x \rightarrow 1$, $\sin x \rightarrow x$).

$$V_A(t) = A\sqrt{2}\left(\pi\Delta f x(t)t_0 + 1\right)$$

En el otro camino (B) se tiene la suma de las señales ($\cos A + \cos B = 2\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$). Al final siguiendo el mismo procedimiento que en (A), se tiene:

$$V_B(t) = 2A\cos\left(\frac{\pi}{4} + \pi\Delta f x(t)t_0\right)$$

Aplicando ($\cos(A+B) = \cos A\cos B - \sin A\sin B$).

$$V_B(t) = 2A\frac{\sqrt{2}}{2}\left[\cos\left(\pi\Delta f x(t)t_0\right) - \sin\left(\pi\Delta f x(t)t_0\right)\right]$$

Restando las dos señales $V_0(t) = V_A(t) - V_B(t) = A\sqrt{2}\,2\pi x(t)t_0$ (proporcional al mensaje).

Ejercicio Propuesto

Considere el discriminador por derivada en el tiempo de la figura:

- Escriba la expresión de la señal modulada FM ($V_{FM}(t)$), si la frecuencia de la portadora es f_p, la excursión en frecuencia Δf, la señal moduladora $x_m(t)$ y la amplitud A. Si se pretende que el circuito funcione de forma adecuada como un discriminador en el tiempo,¿cómo ha de ser el retardo t_0 y la excursión en frecuencia Δf?.
- Teniendo en cuenta las consideraciones hechas respecto a t_0 y Δf del apartado anterior, calcule $V_0(t)$. ¿Ha conseguido detectar correctamente la moduladora?.

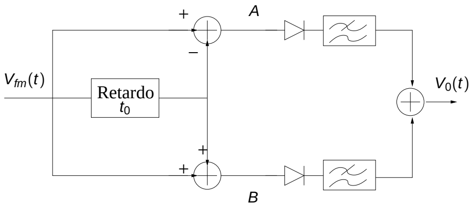


Figura: Circuito discriminador por derivada en el tiempo.

Ejercicio Propuesto

Considere el detector de FM de cuadratura de la figura.

- Escriba la expresión de la señal modulada en FM $V_{FM}(t)$, siendo la frecuencia de la portadora es f_p, la excursión máxima en frecuencia Δf_{max}, la amplitud A y la señal moduladora $x_m(t)$.
- ¿Cómo ha de ser t_0 y Δf_{max} para que $V_m(t)$ sea una señal proporcial a la señal moduladora?.
- Atendiendo a las condiciones anteriores, obtenga de forma justificada la expresión de $V_m(t)$.

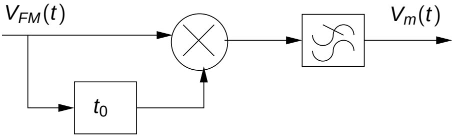
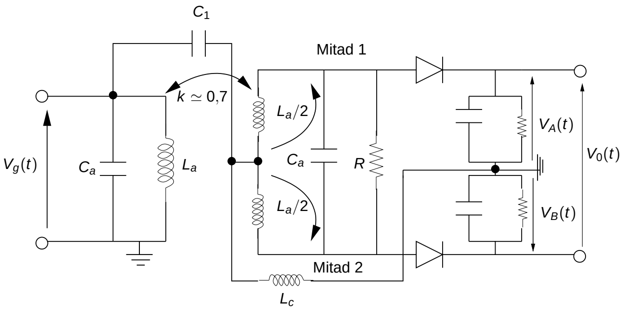


Figura: Detector FM de cuadratura.

Discriminador Foster-Seely

Características

- El transformador está doblemente sintonizado a la frecuencia de resonancia con acoplamiento débil ($k = 0{,}7$).
- El secundario está desfasado $\pi/2$ respecto al primario (a la frecuencia de resonancia).
- La tensión en el primario se introduce por el divisor (C_1,L_c).
- La tensión entre las dos mitades del secundario están con desfase 180^o.



Discriminador Foster-Seely

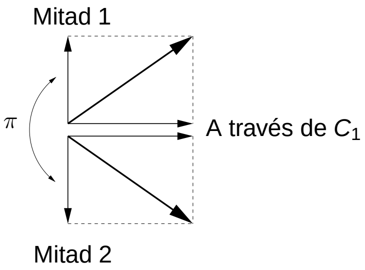


Figura: Fasores a la frecuencia de resonancia.

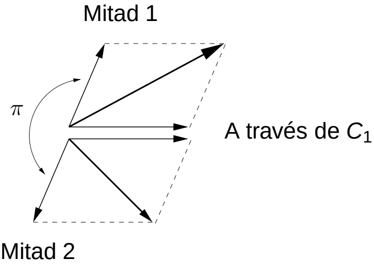


Figura: Fasores a frecuencia distinta de la de resonancia.

Las tensiones tienen la misma amplitud y se cancelan después del diodo.

El desfasaje del transformador ya no es $\pi/2$. Las tensiones de salida tienen amplitud diferente y no se cancelan.

En relación al proceso de demodulación FM:

1. Explique la base teoría de los discriminadores de FM. ¿Qué diferencias existen entre los basados en derivación en frecuencia y en el tiempo?. Diga cuáles son las ventajas e inconvenientes de cada tipo.
2. Describa el funcionamiento del discriminador por derivada en el tiempo Foster-Seely de la figura. Identifique la función de cada una de sus partes.
3. Dibuje los diagramas fasoriales entre los puntos A-C y B-C, suponiendo que no existe señal moduladora, y se tiene una portadora a $f_p = 200\,KHz$ (frecuencia de sintonía del circuito). Repita la misma operación para una portadora de valor $f_p = 170\,KHz$ y $f_p = 230\,KHz$. Represente en cada caso la tensión de salida V_{sal}.
4. Para una señal moduladora constituida por un tono de frecuencia $f_m = 5\,KHz$, represente las señales en los puntos A, B, D y E, y la evolución de la tensión de salida V_{sal}.
5. ¿Cómo implementaría un discriminador de sintonía escalonada que realice la misma función?. Dibuje el esquema resultante.

Ejercicio Propuesto

Foster-Seely (II)

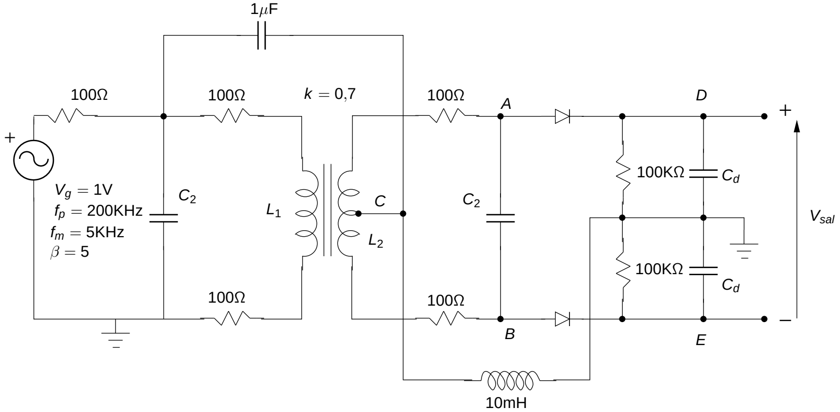


Figura: Esquema del discriminador de Foster-Seeley.