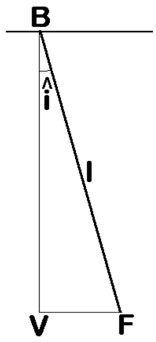
8.4.- Ejercicios.

8.4.1.-Se ha realizado un sondeo que comienza en el punto B (1.000 ; 1.000 ; 100). Su inclinación respecto a la vertical es de 5^g y su longitud es de 50m. Su acimut, en el sentido de avance del sondeo, es de $132{,}60^g$. Calcula las coordenadas del punto final F del sondeo.

$$\hat{i} = 5^g \qquad l = 50m \qquad \theta_S = 132{,}60^g$$

En la figura:



$$VF = l \; sen \; \hat{i} = 3{,}923m$$

$$BV = l \; cos \; \hat{i} = 49{,}846m$$

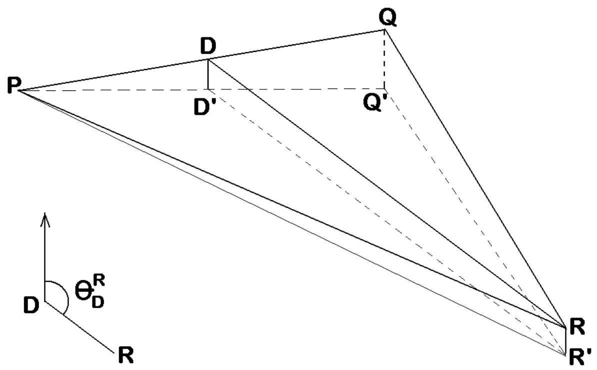
Las coordenadas del punto final *F* del sondeo se calculan:

$$X_F = X_B + VF \; sen \; \theta_S = 1.003{,}420m$$

$$Y_F = Y_B + VF \; cos \; \theta_S = 998{,}078m$$

$$Z_F = Z_B - BV = 50{,}154m$$

8.4.2.- Se conocen las coordenadas de tres puntos P, Q y R del techo de un estrato. Calcula su buzamiento y los acimutes de las rectas dirección y buzamiento. P (1.000 ; 1.000 ; 100), Q (1.100 ; 1.020 ; 120), R (1.150 ; 900 ; 110).



Se aplicará el método descrito en el apartado 8.2.3 de los apuntes. Se establece el plano horizontal que pasa por el punto de menor altitud (*P*). Se elige, como recta dirección a calcular, la que pasa por el punto de altitud intermedia (*R*). Se determinarán las coordenadas de un punto *D* situado en la recta *P-Q* y cuya altitud coincida con la de *R*. En la figura:

$$PQ' = \sqrt{(X_Q - X_P)^2 + (Y_Q - Y_P)^2} = 101{,}980m$$

$$QQ' = Z_Q - Z_P = 20m$$

$$DD' = RR' = Z_R - Z_P = 10m$$

Por semejanza de triángulos entre *PQQ'* y *PDD'*:

$$\frac{PD'}{DD'} = \frac{PQ'}{QQ'} \qquad PD' = 50{,}990m$$

$$\theta_P^D = \theta_P^Q = arc\ tg \frac{|X_Q - X_P|}{|Y_Q - Y_P|} = 87{,}433^g$$

Las coordenadas del punto *D* se calculan:

$$X_D = X_P + PD'\ sen\ \theta_P^D = 1.050{,}000 m$$

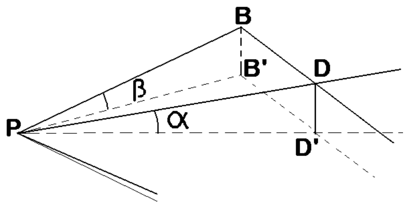
$$Y_D = Y_P + PD'\ cos\ \theta_P^D = 1.010{,}000 m$$

$$Z_D = Z_R = 110{,}000 m$$

El acimut de la recta dirección será:

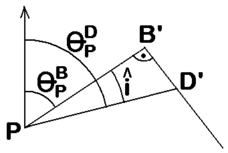
$$\theta_{dirección} = \theta_D^R = 100^g + arc\ tg \frac{|Y_R - Y_D|}{|X_R - X_D|} = 153{,}029^g$$

También puede darse el acimut recíproco $\theta_R{}^D = 353{,}029^g$. Para el buzamiento es preciso calcular el acimut que identifica el sentido descendente del estrato. En nuestro caso esa orientación es la de la recta *B-P* de la figura, que es perpendicular a la recta dirección *R-D*. Para obtener *B-B'* se ha prolongado la recta dirección *R-D'* y se ha trazado una perpendicular a esa recta desde *P.*



$$\theta_\beta = \theta_D^R + 100^g = 253{,}029^g$$

Considerando el buzamiento aparente *α*, que corresponde a la dirección *P-D'*, será:



$$tg\ \alpha = \frac{DD'}{PD'} = 0{,}1961$$

En la figura, el ángulo horizontal que forma la dirección *P-D* con la *P-B* será:

$$\hat{i} = \theta_P^D - \theta_P^B = \theta_P^D - (\theta_\beta \pm 200^g) = 34{,}404$$

Para calcular el buzamiento *β*, según se indica en el apartado 8.2 de los apuntes de la asignatura:

$$tg\ \beta = \frac{tg\ \alpha}{cos\ \hat{i}} \qquad \beta = 14{,}314^g$$

8.4.3.- Se conocen las coordenadas de los puntos T (1.000 ; 1.000 ; 100) y M (1.001 ; 995 ; 90) de intersección de un sondeo con el techo y el muro de un estrato. Sabiendo que el buzamiento es β = 30^g y que el acimut del buzamiento es de 350^g, calcula la potencia del estrato.

El acimut del sondeo será:

$$\theta_S = \theta_T^M = 100^g + arc\ tg \frac{|\Delta Y|}{|\Delta X|} = 187{,}433^g$$

Consideramos un sistema de ejes centrado en el punto *M* y siendo:

eje Y: la dirección del acimut del buzamiento

eje X: la dirección de la recta dirección

eje Z: la vertical

Proyectamos la potencia aparente *TM* sobre el plano YZ de este sistema de ejes, para obtener una nueva potencia aparente *MB*. Para ello consideramos los acimutes del sondeo y del buzamiento. Como la diferencia entre ambos valores no está entre -100^g y $+100^g$, hacemos:

$$\alpha = \left|\theta_S - \theta_\beta\right| \pm 200^g = 37{,}433^g$$

Esto significa que los acimutes θ_M^B y θ_β difieren en 200^g. Por otra parte:

$$BB' = TT' = Z_T - Z_M = 10m$$

$$MT' = D_{TM} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2} = 5{,}099m$$

$$MB' = MT' \cos\alpha = 4{,}243m$$

y la nueva potencia aparente, proyectada sobre el plano ZY, será:

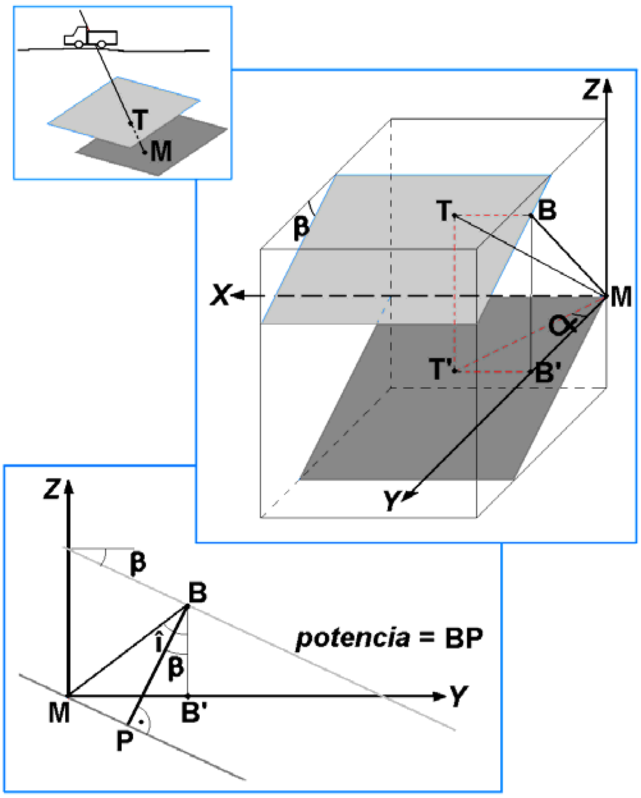
$$MB = \sqrt{(BB')^2 + (MB')^2} = 10{,}863m$$

Calculamos también el ángulo *i*:

$$tg\, i = \frac{MB'}{BB'} \qquad i = 25{,}546^g$$

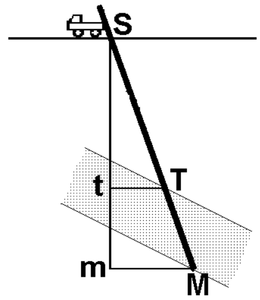
Como los acimutes θ_M^B y θ_β difieren en 200^g, calculamos la potencia real *P* de la siguiente forma:

$$P = BM \cos(\beta - i) = 10{,}836m$$



8.4.4.- Un sondeo de acimut $\theta_S = 75^g$ e inclinado 10^g respecto a la vertical ha cortado a 20m el techo de una formación estratiforme y a 30m el muro de la misma. Se conocen las coordenadas de la boca del sondeo (100 ; 100 ; 100), el buzamiento de la formación, $\beta = 30^g$, y el acimut del buzamiento $\theta_\beta = 110^g$. Calcula la potencia de la formación estratiforme.

Llamamos *T* y *M* a los puntos en que el sondeo corta al techo y al muro de la formación, respectivamente. De la figura:



$$Tt = 20 \text{ sen } 10^g = 3{,}129m$$

$$Mm = 30 \text{ sen } 10^g = 4{,}693m$$

$$St = 20 \cos 10^g = 19{,}754m$$

$$Sm = 30 \cos 10^g = 29{,}631m$$

De donde:

$$X_T = X_S + Tt \text{ sen } \theta_S = 102{,}891m$$

$$Y_T = Y_S + Tt \cos \theta_S = 101{,}197m$$

$$Z_T = Z_S - St = 80{,}246m$$

$$X_M = X_S + Mm \text{ sen } \theta_S = 104{,}336m$$

$$Y_M = Y_S + Mm \cos \theta_S = 101{,}796m$$

$$Z_M = Z_S - Sm = 70{,}369\,m$$

Consideramos un sistema de ejes centrado en el punto *M* y siendo:

eje Y: la dirección del acimut del buzamiento

eje X: la dirección de la recta dirección

eje Z: la vertical

Proyectamos la potencia aparente *TM* sobre el plano YZ de este sistema de ejes, para obtener una nueva potencia aparente *MB*. Para ello consideramos los acimutes del sondeo y del buzamiento. Como la diferencia entre ambos valores está entre -100^g y $+100^g$, hacemos:

$$\alpha = \left|\theta_S - \theta_\beta\right| = 35^g$$

Esto significa que los acimutes θ_M^B y θ_β son iguales. Por otra parte:

$$BB' = TT' = Z_T - Z_M = 9{,}877m$$

$$MT' = D_{TM} = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2} = 1{,}564m$$

(o también: $MT' = (30 - 20) \text{ sen } 10^g = 1{,}564m$)

$$MB' = MT' \cos \alpha = 1{,}334m$$

y la nueva potencia aparente, proyectada sobre el plano ZY, será:

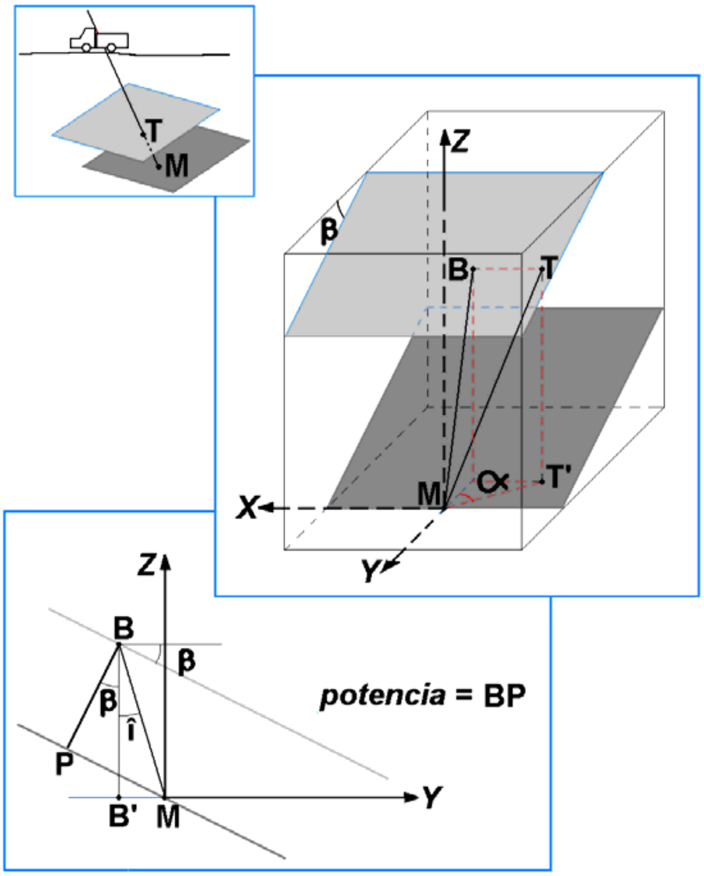
$$MB = \sqrt{(BB')^2 + (MB')^2} = 9{,}967\,m$$

Calculamos también el ángulo *i*:

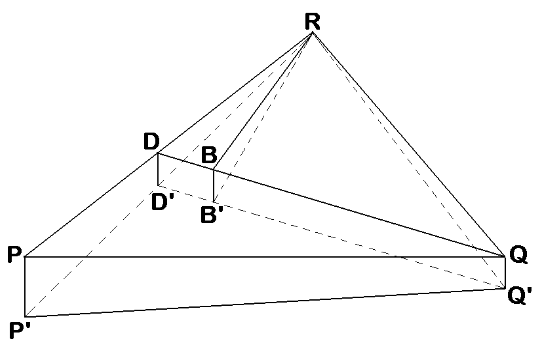
$$tg\,i = \frac{MB'}{BB'} \qquad i = 8{,}547^g$$

Como los acimutes θ_M^B y θ_β son iguales, calculamos la potencia real *P* de la siguiente forma:

$$P = BM \cos(\beta + i) = 8{,}195\,m$$



8.4.5.- Se conocen las coordenadas de tres puntos P, Q y R del techo de un estrato. Calcula su buzamiento y los acimutes de las rectas dirección y buzamiento. P (1.000 ; 1.000 ; 120), Q (1.100 ; 1.000 ; 112), R (1.060 ; 1.050 ; 100).



Se aplica el mismo método que en el ejercicio 8.4.2. En esta ocasión el punto de menor altitud es *R* y el de altitud intermedia es *Q*. Se determinarán las coordenadas de un punto *D* situado en la recta *P-R* y cuya altitud coincida con la de Q. En la figura:

$$RP' = \sqrt{(X_P - X_R)^2 + (Y_P - Y_R)^2} = 78{,}102m$$

$$PP' = Z_P - Z_R = 20m$$

$$DD' = QQ' = Z_Q - Z_R = 12m$$

Por semejanza de triángulos entre *RPP'* y *RDD'*:

$$\frac{RD'}{DD'} = \frac{RP'}{PP'} \qquad RD' = 46{,}861m$$

$$\theta_R^D = \theta_R^P = 200^g + arc\ tg \frac{|X_P - X_R|}{|Y_P - Y_R|} = 255{,}772^g$$

Las coordenadas del punto *D* se calculan:

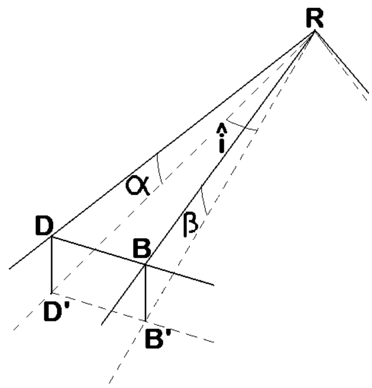
$$X_D = X_R + RD'\ sen\ \theta_R^D = 1.024{,}000m$$

$$Y_D = Y_R + RD'\ cos\ \theta_R^D = 1.020{,}000m$$

$$Z_D = Z_Q = 112{,}000m$$

El acimut de la recta dirección será:

$$\theta_{dirección} = \theta_D^Q = 100^g + arc\ tg \frac{|Y_Q - Y_D|}{|X_Q - X_D|} = 116{,}382^g$$



También puede darse el acimut recíproco θ_Q^D = $316{,}382^g$. Para el buzamiento es preciso calcular el acimut que identifica el sentido descendente del estrato. En nuestro caso esa orientación es la de la recta *B-R* de la figura, que es perpendicular a la recta dirección Q-*D*. Para obtener *B-B'* se ha trazado una perpendicular a esa recta desde *R.*

$$\theta_\beta = \theta_D^Q - 100^g = 16{,}382^g$$

Considerando el buzamiento aparente *α*, que corresponde a la dirección *R-D'*, será:

$$tg\ \alpha = \frac{DD'}{RD'} = 0{,}2561$$

En la figura, el ángulo horizontal que forma la dirección *R-D* con la *R-B* será:

$$\hat{i} = \theta_R^D - \theta_R^B = \theta_P^D - (\theta_\beta \pm 200^g) = 39{,}390$$

Para calcular el buzamiento *β*, según se indica en el apartado 8.2 de los apuntes de la asignatura:

$$tg\ \beta = \frac{tg\ \alpha}{cos\ \hat{i}} \qquad \beta = 19{,}380^g$$