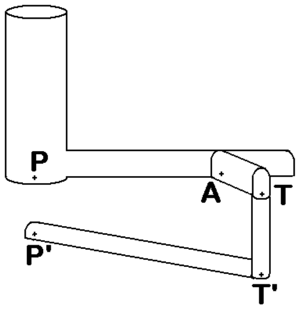
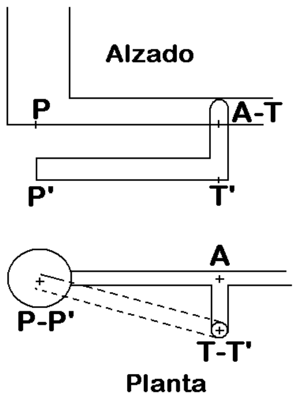
6.5.- Ejercicios.

6.5.1.-Sea P (100 ; 100 ; 100) el punto central del fondo de un pozo que se pretende reprofundizar, dejando un macizo de protección. Del fondo del pozo parte una galería horizontal P-A, de acimut 55^g. Desde el punto A, situado a 20m de P, se excavará una traviesa de 5m, de orientación 155^g. Desde el punto final de ésta se excavará un pocillo de 10m de profundidad y, finalmente, del fondo del pocillo partirá otra galería horizontal en dirección al centro del pozo. Calcula las coordenadas de los dos extremos de esta última labor y su orientación.



Sea *P* el punto central del fondo del pozo, *A* y *T* los puntos extremos de la traviesa, *T'* el punto central del fondo del pocillo y *P'* el punto final de la galería trazada desde *T'* en dirección al centro del pozo. Se trata del caso descrito en el apartado 6.2.1 de los apuntes de esta asignatura. Calcularemos sucesivamente las coordenadas de los puntos hasta llegar a *T'* y *P'*.



Coordenadas de *P*:

$X_P = 100{,}000$ $\quad Y_P = 100{,}000$ $\quad Z_P = 100{,}000$

Coordenadas de *A*:

$D_{PA} = 20m$ $\quad \theta_P{}^A = 55^g$

$$X_A = X_P + D_{PA}\ sen\ \theta_P^A = 115{,}208m$$

$$Y_A = Y_P + D_{PA}\ cos\ \theta_P^A = 112{,}989m$$

$$Z_A = Z_P = 100{,}000m$$

Coordenadas de *T*:

$D_{AT} = 5m$ $\quad \theta_A{}^T = 155^g$

$$X_T = X_A + D_{AT}\ sen\ \theta_A^T = 118{,}455m$$

$$Y_T = Y_A + D_{AT}\ cos\ \theta_A^T = 109{,}187m$$

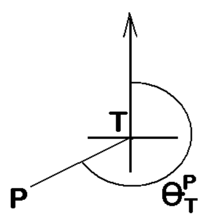
$$Z_T = Z_A = 100{,}000m$$

Las coordenadas de *T'* coinciden con las de *T*, salvo la Z, que será:

$$Z_{T'} = Z_T\ -10m = 90{,}000m$$

Las coordenadas de *P'* coinciden con las de *P*, salvo la Z, que será:

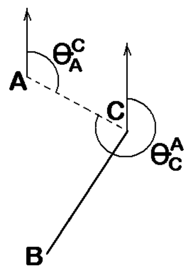
$$Z_{P'} = Z_P\ -10m = 90{,}000m$$



Para calcular la orientación de la labor *T'-P'* se sitúan los dos puntos en un croquis en función de sus coordenadas planas X e Y. De la figura:

$$\theta_{T'}^{P'} = \theta_T^P = 200^g + arc\ tg \frac{\left| X_P - X_T \right|}{\left| Y_P - Y_T \right|} = 270{,}595^g$$

6.5.2.-Desde un punto A, de coordenadas planas (80 ; 170) se va a trazar una galería horizontal, perpendicular a otra galería que pasa por B (100 ; 100) y tiene un acimut de 25^g. Calcula las coordenadas del punto C de intersección de las dos galerías, la orientación de la labor a excavar y su longitud.



Es uno de los casos descritos en el apartado 6.3.1 de los apuntes de esta asignatura.

$$\theta_B^{\ C} = 25^g \qquad \theta_C^{\ B} = \theta_B^{\ C} \pm 200^g = 225^g$$

Como la galería *A-C* es perpendicular a la *B-C*:

$$\theta_C^{\ A} = \theta_C^{\ B} + 100^g = 325^g \qquad \theta_A^{\ C} = \theta_C^{\ A} \pm 200^g = 125^g$$

Para calcular las coordenadas de *C* se plantea un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

$$X_C = X_A + D_{AC}\ sen\ \theta_A^C = X_B + D_{BC}\ sen\ \theta_B^C$$

$$Y_C = Y_A + D_{AC}\ cos\ \theta_A^C = Y_B + D_{BC}\ cos\ \theta_B^C$$

Las incógnitas son las dos distancias D_{AC} y D_{BC}. Resolviendo el sistema:

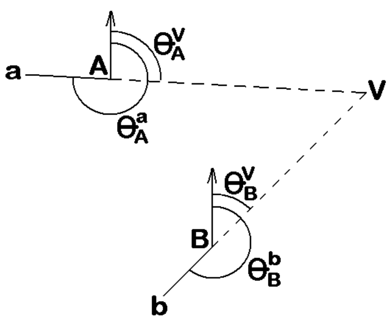
$$D_{AC} = 45{,}265m \qquad D_{BC} = 57{,}018$$

$$X_C = 121{,}820m$$

$$Y_C = 152{,}678m$$

La distancia D_{AC} es la longitud a perforar. La orientación será $\theta_A^{\ C} = 125^g$.

6.5.3.-Por el punto A (100 ; 100) pasa una galería de acimut $\theta_A^{\ a} = 310^g$ y por B (120 ; 30) pasa otra de acimut $\theta_B^{\ b} = 250^g$. Se desea enlazar las dos galerías con un tramo circular de radio 20m. Calcula las coordenadas de los puntos de tangencia, las del centro de curvatura y la longitud de la alineación curva.



Se trata del caso descrito en el apartado 6.4.1 de los apuntes de esta asignatura. Si V es el vértice de la curva circular, de la figura:

$$\theta_A^{\ V} = \theta_A^{\ a} - 200^g = 110^g \qquad \theta_B^{\ V} = \theta_B^{\ b} - 200^g = 50^g$$

$$\theta_V^{\ A} = \theta_A^{\ V} \pm 200^g = 310^g \qquad \theta_V^{\ B} = \theta_B^{\ V} \pm 200^g = 250^g$$

Para calcular sus coordenadas resolvemos el sistema formado por las dos ecuaciones siguientes, cuyas incógnitas son las distancias D_{AV} y D_{BV}:

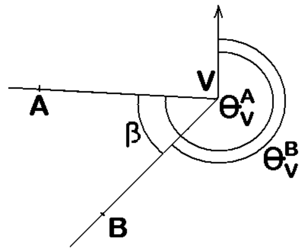
$$X_V = X_A + D_{AV}\ sen\ \theta_A^V = X_B + D_{BV}\ sen\ \theta_B^V$$

$$Y_V = Y_A + D_{AV}\ cos\ \theta_A^V = Y_B + D_{BV}\ cos\ \theta_B^V$$

Resolviendo el sistema:

$$D_{BV} = 81{,}592m$$
$$X_V = 177{,}694m$$
$$Y_V = 87{,}694m$$

Sean *A'* y *B'* los puntos de entrada y de salida, respectivamente, de la curva y *T* la tangente, es decir la distancia entre uno de estos puntos y el vértice *V*. De la figura:

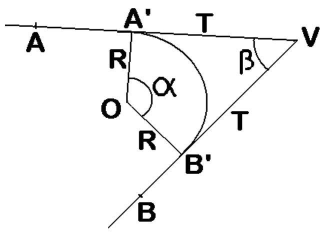


$$\beta = \theta_V^A - \theta_V^B = 310^g - 250^g = 60^g$$
$$\alpha = 200^g - \beta = 140^g$$

Para calcular la tangente *T* hacemos:

$$T = D_{VA'} = D_{VB'} = R\ \ tg\ \alpha/2 = 39{,}252m$$

Las coordenadas planas de *A'* y de *B'* serán:



$$X_{A'} = X_V + T\ sen\ \theta_V^A = 138{,}925m$$

$$Y_{A'} = Y_V + T\ cos\ \theta_V^A = 93{,}834m$$

$$X_{B'} = X_V + T\ sen\ \theta_V^B = 149{,}939m$$

$$Y_{B'} = Y_V + T\ cos\ \theta_V^B = 59{,}939m$$

Para calcular las coordenadas del centro *O* de la curva tenemos en cuenta que el radio y la tangente son perpendiculares. En la figura:

$$\theta_{A'}^O = \theta_{A'}^A - 100^g = \theta_V^A - 100^g = 210^g \qquad D_{A'O} = D_{B'O} = R$$

$$X_O = X_{A'} + R\ sen\ \theta_{A'}^O = 135{,}796m$$

$$Y_O = Y_{A'} + R\ cos\ \theta_{A'}^O = 74{,}080m$$

Conviene comprobar los resultados calculando también las coordenadas de *O* a partir de las del punto de salida *B'*:

$$X_O = X_{B'} + R\ sen\ \theta_{B'}^O = 135{,}796m$$

$$Y_O = Y_{B'} + R\ cos\ \theta_{B'}^O = 74{,}080m$$

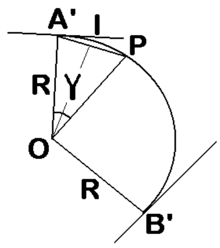
Para calcular la longitud de la alineación curva hacemos:

$$l_C = \frac{2\ \pi\ R\ \alpha}{400} = 43{,}982m$$

6.5.4.-Con los datos del ejercicio anterior, y suponiendo que el desnivel entre A' y B', puntos de tangencia del tramo curvo, es $Z_{A'}^{B'}$ = -7m, se pretende enlazar las dos galerías con una curva helicoidal de pendiente uniforme. Calcula los datos necesarios (acimut y pendiente) para replantear un punto de la curva situado a 5m, en distancia reducida, del punto de ataque.

El desnivel entre los puntos de entrada y de salida es *-7m* y la longitud de la curva l_C se obtiene del ejercicio anterior. La pendiente de la alineación curva será:

$$p = \frac{Z_{A'}^{B'}}{l_C} = \frac{-7}{43,982} = -0,159 = -15,9\%$$



En la figura, a una distancia reducida *l = 5m* le corresponde un ángulo γ:

$$sen\,\frac{\gamma}{2} = \frac{l}{2\,R} \qquad \gamma = 15,957^g$$

En la figura:

$$\theta_{A'}^{P} = \theta_{A'}^{V} + \gamma/2 = 117,978^g \qquad D_{A'P} = l = 5m$$

La longitud del arco entre *A'* y *P* será:

$$l_{A'P} = \frac{2\,\pi\,R\,\gamma}{400} = 5,013m$$

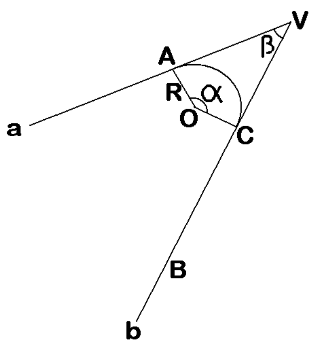
El desnivel entre *A'* y *P* será:

$$Z_{A'}^{P} = p\;\; l_{A'P} = -0,798m$$

La pendiente de la recta a replantear será:

$$p' = \frac{Z_{A'}^{P}}{l} = 0,160 = 16\%$$

6.5.5.- En un punto A (200, 200, 100) termina una galería horizontal, de orientación $\theta_a^A = 75^g$. Por otro punto B (200,100, 100) pasa otra galería horizontal, de orientación $\theta_b^B = 30^g$. Se desea enlazar las dos galerías mediante una curva circular, de forma que A sea el punto de entrada de la curva. Calcula: coordenadas del punto de salida, radio de curvatura, coordenadas del centro de curvatura y longitud del tramo curvo.



Sea *V* el vértice de la alineación curva. Los acimutes de las alineaciones rectas son:

$$\theta_A^V = \theta_a^A = 75^g \qquad \theta_V^A = \theta_A^V \pm 200^g = 275^g$$

$$\theta_B^V = \theta_b^B = 30^g \qquad \theta_V^B = \theta_B^V \pm 200^g = 230^g$$

Para calcular las coordenadas de *V* resolvemos el sistema formado por las dos ecuaciones siguientes:

$$X_V = X_A + D_{AV}\;sen\;\theta_A^V = X_B + D_{BV}\;sen\;\theta_B^V$$

$$Y_V = Y_A + D_{AV}\;cos\;\theta_A^V = Y_B + D_{BV}\;cos\;\theta_B^V$$

Resolviendo el sistema:

$$D_{BV} = 142,256m \qquad D_{AV} = T = 69,904$$

$$X_V = 264,583m$$

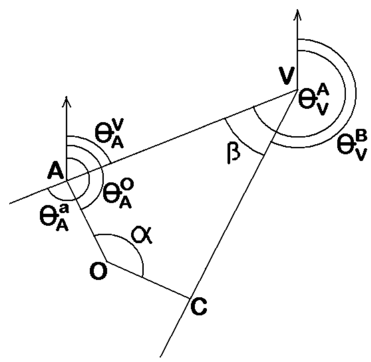
$$Y_V = 226,751m$$

A es el punto de entrada de la curva. Por tanto, la distancia entre *A* y *V* es la tangente *T*. Si *C* es el punto de salida, sus coordenadas se calculan:

$$\theta_V{}^C = \theta_V{}^B = 230^g$$

$$X_C = X_V + T\ sen\ \theta_V^C = 232{,}847 m$$

$$Y_C = Y_V + T\ cos\ \theta_V^C = 164{,}466 m$$



En la figura:

$$\beta = \theta_V{}^A - \theta_V{}^C = 45^g$$

$$\alpha = 200^g - \beta = 155^g$$

$$R = T\ tg\ \beta/2 = 25{,}789 m$$

Coordenadas del centro de curvatura *O*:

$$\theta_A{}^O = \theta_A{}^V + 100^g = 175^g \qquad D_{AO} = R$$

$$X_O = X_A + R\ sen\ \theta_A^O = 209{,}869 m$$

$$Y_O = Y_A + R\ cos\ \theta_A^O = 176{,}174 m$$

Conviene comprobar los resultados calculando también las coordenadas de *O* a partir de las del punto de salida *C*.

Longitud del tramo curvo:

$$l_C = \frac{2\ \pi\ R\ \alpha}{400} = 62{,}789 m$$