

1.4.- Ejercicios.

1.4.1.-Calcula la pendiente, la longitud y la orientación de una galería cuyos extremos A y B tienen las siguientes coordenadas: A (1.000 ; 1.000 ; 100) B (970 ; 1.100 ; 101,5)

La longitud D_N total de la galería es la distancia natural entre los puntos A y B:

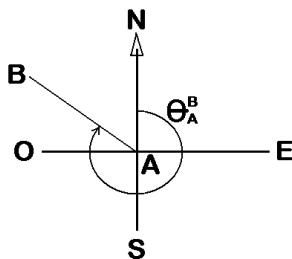
$$D_N = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2 + (Z_B - Z_A)^2} = 104,414m$$

La longitud horizontal D_R de la galería es la distancia reducida entre los puntos A y B:

$$D_R = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2} = 104,403m$$

La pendiente es la relación entre el desnivel existente entre los puntos extremos A y B de la galería y la distancia reducida entre ellos:

$$p = \frac{Z_B - Z_A}{D_R} = 0,0144 = 1,44\%$$

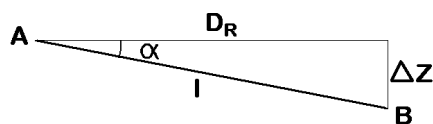


La orientación de la galería es el acimut de la alineación formada por los dos puntos extremos. Las posiciones relativas aproximadas de los puntos A y B, deducidas de sus coordenadas planas, se muestran en la figura. Por tanto, el acimut se calcula:

$$\theta_A^B = 400^g - \text{arc tg} \frac{|X_B - X_A|}{|Y_B - Y_A|} = 381,445^g$$

1.4.2.-De un punto A, de coordenadas (1.000 ; 1.000 ; 100), parte una galería de 25m de longitud (en distancia natural) y con una pendiente descendente del 3%. Calcula las coordenadas del otro extremo B de la galería, sabiendo que su orientación corresponde a un acimut de 130^g .

La pendiente de la galería es igual a la tangente del ángulo α que forma la galería con su proyección horizontal:



$$p = \frac{\Delta Z}{D_R} = \text{tg } \alpha = 3\% = 0,03$$

$$\alpha = \text{arc tg } 0,03 = 1,909^g\%$$

De la figura:

$$D_R = l \cos \alpha = 24,989m$$

$$\Delta Z = -l \text{ sen } \alpha = -0,750 = Z_A^B$$

Como el acimut de la galería es $\theta_A^B = 130^g$,

$$X_B = X_A + D_R \operatorname{sen} \theta_A^B = 1.022,265m$$

$$Y_B = Y_A + D_R \operatorname{cos} \theta_A^B = 988,655m$$

$$Z_B = Z_A + Z_A^B = 99,250m$$

1.4.3.- Desde un punto A (1.000 ; 1.000 ; 100) de la superficie se ha excavado un pozo vertical de 50m de profundidad. Del extremo inferior B de este pozo parte una galería horizontal, en dirección S-30^g-O, de 30m de longitud. Esta galería acaba en una chimenea, con la misma orientación, inclinada 5^g respecto a la vertical y con una longitud de 5m. Calcula las coordenadas del extremo inferior B del pozo, del extremo C de la galería y del fondo D de la chimenea.

Coordenadas de A:

$$X_A = 1.000m \quad Y_A = 1.000m \quad Z_A = 100m$$

Coordenadas de B:

Como el pozo es vertical,

$$X_B = X_A \quad Y_B = Y_A \quad Z_B = Z_A - 50 = 50m$$

$$X_B = 1.000m \quad Y_B = 1.000m \quad Z_B = 50m$$

Coordenadas de C. La distancia reducida entre B y C, D_{BC} , es la longitud de la galería (30m), ya que ésta es horizontal:

$$\theta_B^C = S - 30^g - O = 230^g$$

$$X_C = X_B + D_{BC} \operatorname{sen} \theta_B^C = 986,380m$$

$$Y_C = X_B + D_{BC} \operatorname{cos} \theta_B^C = 973,270m$$

$Z_C = Z_B = 50m$, ya que la galería es horizontal

Coordenadas de D. De la figura se deduce que:

$$\text{Distancia reducida} \quad D_{CD} = l \operatorname{sen} 5^g = 0,392m$$

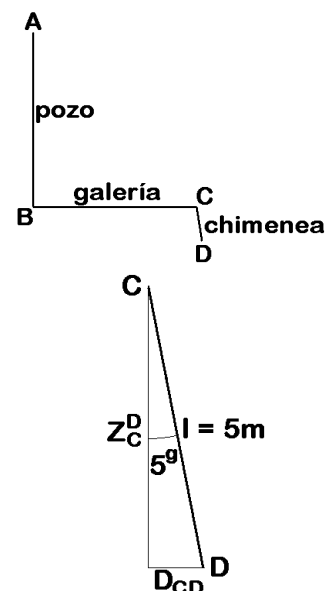
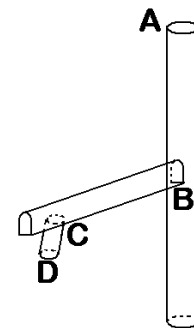
$$\text{Desnivel} \quad Z_C^D = -l \operatorname{cos} 5^g = -4,985m$$

Además, sabemos que: $\theta_C^D = \theta_B^C = 230^g$

$$X_D = X_C + D_{CD} \operatorname{sen} \theta_C^D = 986,202m$$

$$Y_D = Y_C + D_{CD} \operatorname{cos} \theta_C^D = 972,920m$$

$$Z_D = Z_C + Z_C^D = 45,015m$$



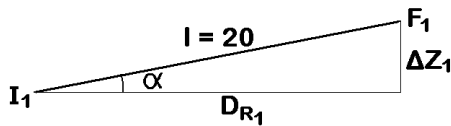
1.4.4.- De un pozo vertical parten dos galerías. La primera empieza a 30m de profundidad, tiene una longitud de 20m y una pendiente ascendente del 2% y su orientación (acimut) es de 40^g. La segunda empieza a 50m de profundidad, tiene una longitud de 25m y una pendiente descendente del 3% y su orientación es de 45^g. Si se quisieran conectar los extremos de

las dos galerías, calcula la inclinación, la orientación y la longitud de la labor a perforar.

Vamos a suponer que las coordenadas del punto inicial de la primera galería son:

$$X_{I1} = 0 \quad Y_{I1} = 0 \quad Z_{I1} = 0$$

Si llamamos p_1 a la pendiente de la primera galería, de la figura se deduce que:



$$p_1 = \text{tg } \alpha = 2\% = 0,02$$

$$\alpha = \text{arc tg } 0,02 = 1,273^\circ$$

$$D_{R1} = l \cos \alpha = 19,996\text{m}$$

$$\Delta Z_1 = l \text{ sen } \alpha = 0,400\text{m}$$

Conocido el acimut de la primera galería, las coordenadas del punto final $F1$ de ésta se calculan:

$$X_{F1} = X_{I1} + D_{R1} \text{ sen } \theta_{I1}^{F1} = 11,753\text{m}$$

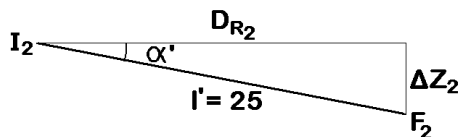
$$Y_{F1} = Y_{I1} + D_{R1} \cos \theta_{I1}^{F1} = 16,177\text{m}$$

$$Z_{F1} = Z_{I1} + \Delta Z_1 = 0,400\text{m}$$

Las coordenadas planas (X e Y) del punto inicial $I2$ de la segunda galería coinciden con las de $I1$. Respecto a la coordenada Z, como la primera galería empieza a 30m de profundidad y la segunda a 50m, tenemos:

$$X_{I2} = 0 \quad Y_{I2} = 0 \quad Z_{I2} = 30 - 50 = -20\text{m}$$

Si llamamos p_2 a la pendiente de la segunda galería, de la figura se deduce que:



$$p_2 = \text{tg } \alpha' = 3\% = 0,03$$

$$\alpha' = \text{arc tg } 0,03 = 1,909^\circ$$

$$D_{R2} = l' \cos \alpha' = 24,989\text{m}$$

$$\Delta Z_2 = -l' \text{ sen } \alpha' = -0,750\text{m}$$

Conocido el acimut de la segunda galería, las coordenadas del punto final $F2$ de ésta se calculan:

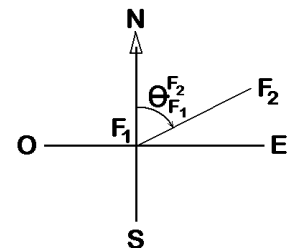
$$X_{F2} = X_{I2} + D_{R2} \text{ sen } \theta_{I2}^{F2} = 16,229\text{m}$$

$$Y_{F2} = Y_{I1} + D_{R2} \cos \theta_{I2}^{F2} = 19,002\text{m}$$

$$Z_{F2} = Z_{I2} + \Delta Z_2 = -20,750\text{m}$$

Para calcular la orientación de la labor que conectará los extremos de las dos galerías dibujamos en un croquis las posiciones relativas aproximadas de $F1$ y $F2$, según sus coordenadas planas. De la figura obtenida se deduce que:

$$\theta_{F1}^{F2} = \text{arc tg } \frac{|X_{F2} - X_{F1}|}{|Y_{F2} - Y_{F1}|} = 64,158^\circ$$

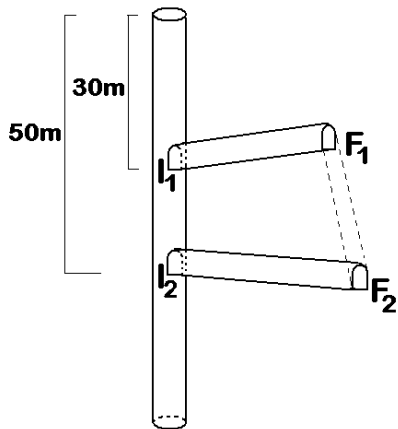


Para calcular la longitud total a perforar (D_N) y la pendiente (p_3) hacemos:

$$D_N = \sqrt{(X_{F_2} - X_{F_1})^2 + (Y_{F_2} - Y_{F_1})^2 + (Z_{F_2} - Z_{F_1})^2} = 21,802m$$

$$D_R = \sqrt{(X_{F_2} - X_{F_1})^2 + (Y_{F_2} - Y_{F_1})^2} = 5,293m$$

Siendo D_R la distancia reducida entre los puntos F_1 y F_2 y D_N la distancia natural entre ellos, que será la longitud a perforar. Para calcular la pendiente hacemos:



$$Z_{F_1}^{F_2} = Z_{F_2} - Z_{F_1} = - 21,150m$$

$$p_3 = \frac{Z_{F_1}^{F_2}}{D_R} = - 4,000$$