

## **TEMA 6**

# **PANDEO LATERAL**

CE, Anejo 22, Apdo. 6.3.2 “Elementos de canto constante a flexión”

1. INTRODUCCIÓN

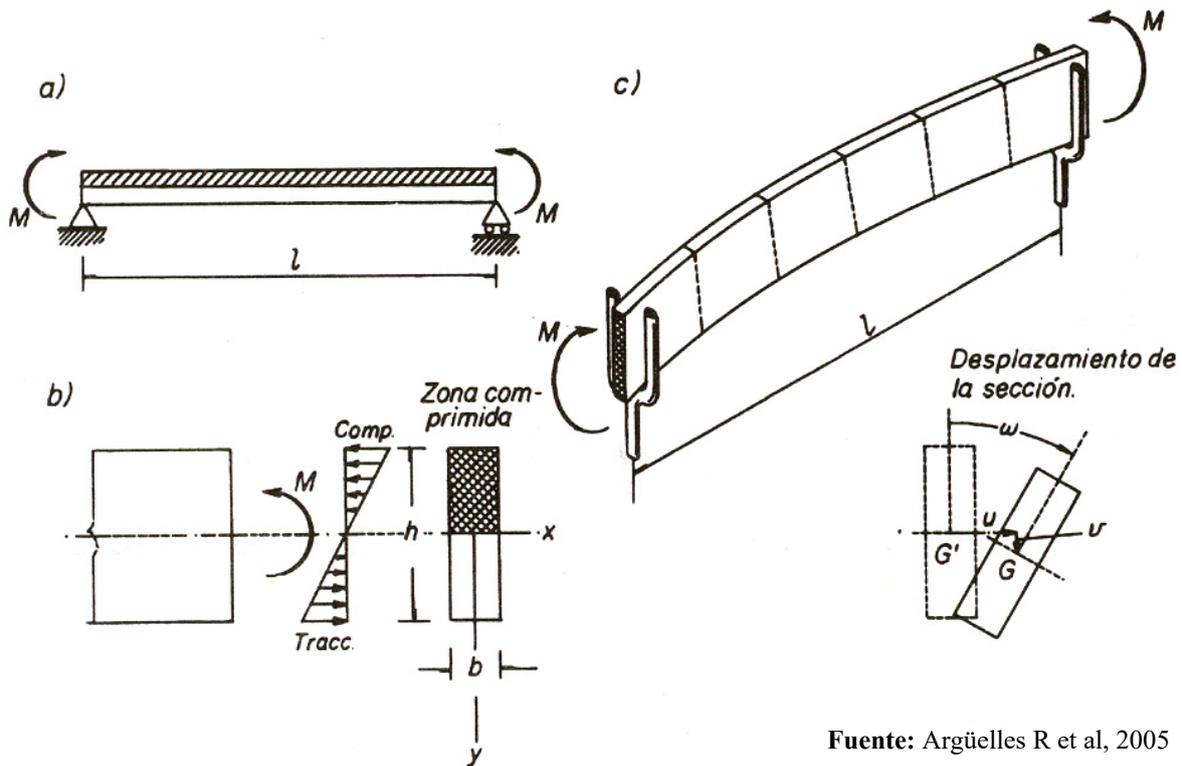
2. MOMENTO CRÍTICO ELÁSTICO DE PANDEO LATERAL

3. MOMENTO RESISTENTE A PANDEO LATERAL

4. CONSIDERACIONES DE DISEÑO Y ARRIOSTRAMIENTOS

# 1. INTRODUCCIÓN

Se puede presentar en aquellas vigas cuyo cordón comprimido no esté inmovilizado transversalmente  $\Rightarrow$  La cabeza sometida a esfuerzos de compresión vuelca, saliéndose de su plano.



Fuente: Argüelles R et al, 2005

Existe un MOMENTO CRÍTICO ( $M_{cr}$ ) para el que la posición de la viga deja de ser estable, originándose un vuelco lateral (flexión acompañada de torsión).

$M_{cr}$  depende de:

- Tipo de coacción en extremos
- Cargas
- Rigidez a la flexión ( $EI_z$ ) y a la torsión ( $GI_T$ )

Para el caso tipo de la figura, se tiene 
$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{GI_T EI_z}$$

El valor de  $M_{cr}$  así obtenido es el menor valor posible en cualquier caso.

## **2. MOMENTO CRÍTICO ELÁSTICO DE PANDEO LATERAL $M_{cr}$ (CTE, 2006)**

$$M_{cr} = \sqrt{M_{LTv}^2 + M_{LTw}^2}$$

$M_{LTv}$  representa la resistencia por torsión de Saint-Venant de la barra  
(= 0 para secciones esbeltas: Clase 4)

$$M_{LTv} = C_1 \frac{\pi}{L_C} \sqrt{GI_T EI_z}$$

$L_C$  distancia entre apoyos transversales que impidan el pandeo lateral  
(que impidan el giro a torsión de la sección transversal)

$C_1$  factor que depende de las condiciones de apoyo y de la ley de momentos flectores que soliciten a la viga

$M_{LTw}$  representa la resistencia de torsión por alabeo de la barra

$$M_{LTw} = W_{el,y} \left( \frac{\pi}{L_C} \right)^2 EC_1 i_{f,z}^2$$

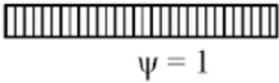
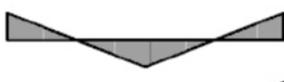
$i_{f,z}$  radio de giro, respecto del eje débil de la sección, del ala comprimida más 1/3 de la zona comprimida del alma

•  $C_1$  en sección I, apoyos horquilla y flector variable

Conforme a los comentarios del Apdo. 35.2.2 de la EAE (2012),  $C_1$  adopta la expresión:

$$C_1 = \frac{1}{(k_c)^2}$$

Tabla A22.6.6 Coeficientes de corrección  $k_c$

Distribución de momentos	$k_c$
 $\psi = 1$	1,0
 $-1 \leq \psi \leq 1$	$\frac{1}{1,33 - 0,33\psi}$
	0,94
	0,90
	0,91
	0,86
	0,77
	0,82

Fuente: CE, Anejo 22, 2021

$k_c$	$C_1$
1,00	1,00
0,94	1,13
0,90	1,23
0,91	1,21
0,86	1,35
0,77	1,69
0,82	1,49

•  $M_{cr}$  para SECCIÓN I y CARGA ESTABILIZADORA (Argüelles, 2016)

Expresión válida sólo para **sección I**, con **carga provocando un momento que estabiliza** el vuelco de pandeo lat. (suele ser una carga aplicada en ala inferior):

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi}{k_\phi L_C} \sqrt{GI_T EI_z} \left[ \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{k^2} (1 + c_2^2)} + c_2 \frac{\pi}{k} \right]$$

$k_\phi = 1,0$  voladizos y piezas con apoyos de horquilla (apoyos que permiten el giro de la pieza en su plano -giro de flexión- pero impiden el desplazamiento lateral y el giro alrededor del eje longitudinal de la pieza -giro torsional-)

= 0,5 piezas con apoyos empotrados (los que impiden, además de lo anterior, el giro de la pieza en su plano -giro de flexión-)

$$k = k_\phi L_C \sqrt{\frac{GI_T}{EI_w}} = k_\phi L_C \sqrt{\frac{I_T}{2,6I_w}} \quad \text{con } I_w = I_z h^2/4 \text{ (módulo de alabeo)}$$

$C_2$  = valores de la Tabla 7.1, excepto para carga aplicada en el c.d.g. de la viga o si sólo existen momentos flectores en sus extremos ( $C_2 = 0,0$ ).  
(si  $C_2 = 0,0$  y  $k_\phi = 1,0$  se obtiene el mismo resultado que con EAE)

Tipo de carga y condiciones de apoyo	Diagrama de momentos flectores	Valor de $k_\phi$	Valores de coeficientes	
			$c_1$	$c_2$
		1,0 0,5	1,132 0,972	0,459 0,304
		1,0 0,5	1,285 0,712	1,562 0,652
		1,0 0,5	1,365 1,070	0,553 0,432
		1,0 0,5	1,565 0,938	1,257 0,715
		1,0 0,5	1,046 1,010	0,430 0,410
		1,0	$1,28/\alpha$	0,64
		1,0	2,05	

Tabla 7.1 Valores de los coeficientes  $k_\phi$  (1,0 y 0,5),  $C_1$  y  $C_2$

Fuente: Argüelles et al, 2016

### 3. MOM. RESISTENTE A PANDEO LATERAL $M_{b,Rd}$

$$M_{Ed} \leq M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

$W_y = W_{pl,y}$  (Clases 1 y 2) o  $W_{el,y}$  (Clase 3) o  $W_{eff,y}$  (Clase 4)

$\chi_{LT}$  coef. reducción para pandeo lateral (CE, Apdo. 6.3.2.2 caso general):

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1$$

$$\phi_{LT} = 0,5 \left[ 1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} \quad \text{esbeltez relativa frente al pandeo lateral}$$

Si  $\bar{\lambda}_{LT} \leq 0,4$  o  $M_{Ed} \leq 0,16 M_{cr} \rightarrow$  Pand. lat. despreciable ( $\chi_{LT} = 1$ )

$\alpha_{LT}$  coeficiente de imperfección (Tablas A22.6.4 y 3)

Tabla A22.6.4 Valores recomendados para la curva de pandeo lateral de secciones según ecuación (6.56)

Sección transversal	Límites	Curva de pandeo
Secciones laminadas en I	$h/b \leq 2$	a
	$h/b > 2$	b
Secciones soldadas en I	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d
Otras secciones	-	d

Tabla A22.6.3 Valores recomendados para el factor de imperfección para las curvas de pandeo lateral por torsión

Curva de pandeo	a	b	c	d
Coefficiente de imperfección $\alpha_{LT}$	0,21	0,34	0,49	0,76

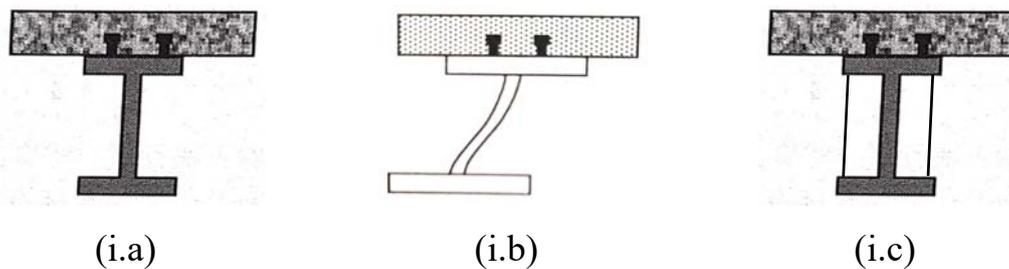
Fuente: CE, Anejo 22, 2021

## 4. CONSIDERACIONES DE DISEÑO Y ARRIOSTRAMIENTOS (CE, Anejo 22, Apdo. 6.3.2.4)

No es necesaria la comprobación a pandeo lateral:

- (i) **SECCIONES CERRADAS HUECAS** (cuadradas, circulares, prefabricadas tubulares, cajón). En definitiva, secciones con gran resistencia torsional.

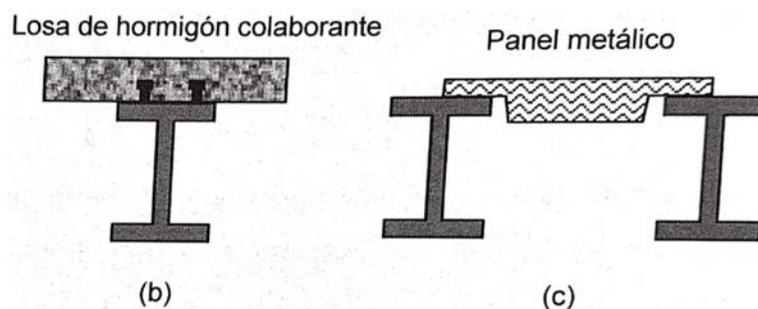
Comentario para secciones abiertas: se estaría evitando su giro torsional con un arriostramiento transversal del ala mediante unión rígida (Fig. i.a), pero en este caso, para evitar que la distorsión del alma originara un desplazamiento relativo entre las alas (Fig. i.b), habría que rigidizar el alma (Fig. i.c):



Fuente: Gil LM, Hernández E, 2020

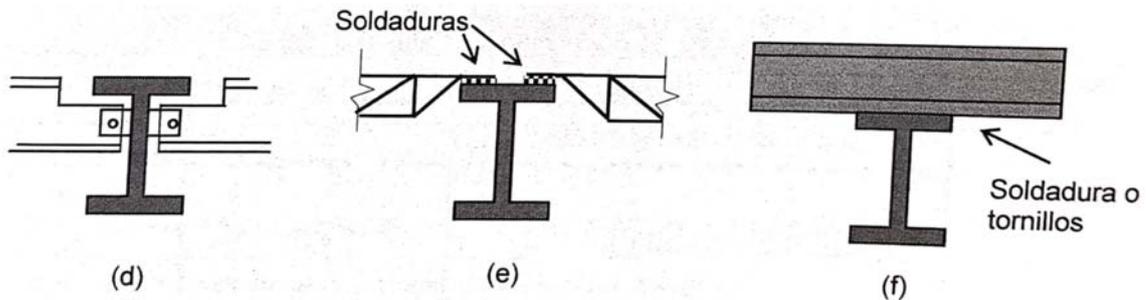
- (ii) **ARRIOSTRAMIENTO DEL ALA COMPRIMIDA** de modo:

- **Continuo**, p.ej. si la viga está unida a un forjado o cubierta



Fuente: Gil LM, Hernández E, 2020

- **Puntual** con una longitud  $L_c$  máxima entre arriostramientos que ha de cumplir la siguiente condición:  $\bar{\lambda}_{LT} = \frac{k_c L_c}{i_{f,z} \lambda_1} \leq 0,5 \frac{M_{c,Rd}}{M_{y,Ed}}$



Fuente: Gil LM, Hernández E, 2020

Despejando se obtiene dicha longitud  $L_c$  máxima:

$$L_c \leq 0,5 \frac{M_{c,Rd}}{M_{y,Ed}} \frac{\lambda_1}{k_c} i_{f,z}$$

siendo:

$$M_{c,Rd} = W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

$M_{y,Ed}$  flector máximo de cálculo entre arriostramientos

$i_{f,z}$  radio de giro, respecto del eje débil de la sección, del ala comprimida más 1/3 de la zona comprimida del alma

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \varepsilon = 93,9 \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (f_y \text{ en N/mm}^2)$$

$$\lambda_1 = 86,8 \quad (\text{S 275}) \quad \lambda_1 = 76,4 \quad (\text{S 355})$$

$k_c$  coeficiente corrección de la esbeltez para una distribución del momento entre arriostramientos (Tabla A22.6.6)

Valores simplificados de  $L_c$ :

- 1) Caso más desfavorable: igualando  $M_{c,Rd}$  a  $M_{y,Ed}$  y adoptando distribución uniforme de momentos ( $k_c = 1,0$ ):

$$L_c \leq 43i_{f,z} \text{ (S 275)} \quad L_c \leq 38i_{f,z} \text{ (S 355)} \quad L_c \leq 40i_{f,z} \text{ (valor intermedio)}$$

En este caso podría simplificarse  $i_{f,z}$  considerando solo el ala comprimida

- 2) Caso conservador: suponiendo  $M_{y,Ed} = 0,9M_{c,Rd}$  y adoptando distribución parabólica de momentos ( $k_c = 0,94$ ):

$$L_c \leq 51i_{f,z} \text{ (S 275)} \quad L_c \leq 45i_{f,z} \text{ (S 355)} \quad L_c \leq 48i_{f,z} \text{ (valor intermedio)}$$

Si la longitud  $L_c$  entre arriostramientos no cumple la condición anterior y, no obstante, se desea conocer el momento resistente a pandeo lateral, se puede obtener mediante el procedimiento del CE, Apdo. 6.3.2.4, puntos 2(B) y 3(B).