Universidad Politécnica de Cartagena

Cinemática
Movimiento relativo

Juan Francisco Sánchez Pérez

Ejercicio

El vector de posición de un móvil en función del tiempo t es **r**=10ti+4t²j-3k m. Calcula: a) la velocidad media entre los instantes $t_1=0$ y $t_2=4$ s, b) la velocidad instantánea en función de t, c) el módulo de la velocidad instantánea y d) el vector unitario tangencial a la trayectoria

Ejercicio

El vector de posición de un móvil en función del tiempo t es **r**=10ti+4t²j-3k m. Calcula: a) la velocidad media entre los instantes t_1=0 y t_2=4 s, b) la velocidad instantánea en función de t, c) el módulo de la velocidad instantánea y d) el vector unitario tangencial a la trayectoria

a) $\vec{r}(0) = (10 \cdot 0)i + (4 \cdot 0^2)j - 3k = -3k$ m

$\vec{r}(4) = (10 \cdot 4)i + (4 \cdot 4^2)j - 3k = 40i + 64j - 3k$ m

$$\vec{v}_M = \frac{\vec{r}(4) - \vec{r}(0)}{4-0} = \frac{40i + 64j - 3k - (-3k)}{4} = 10i + 16j \text{ m/s}$$

b) $$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 10i + 8tj \text{ m/s}$$

c) $$v = |\vec{v}| = \sqrt{10^2 + (8t)^2} = \sqrt{100 + 64t^2} \text{ m/s}$$

d) $$\hat{u}_t = \frac{\vec{v}}{v} = \frac{10i + 8tj}{\sqrt{100 + 64t^2}}$$

Ejercicio

El vector de posición de un móvil es **r**=3sen(ωt)i+3cos(ωt)j m, siendo ω una constante. Calcula: a) la aceleración instantánea y b) el módulo de la aceleración instantánea

Ejercicio

El vector de posición de un móvil es **r**=3sen(ωt)i+3cos(ωt)j m, siendo ω una constante. Calcula: a) la aceleración instantánea y b) el módulo de la aceleración instantánea

a) $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = 3\omega\cos(\omega t)\,i - 3\omega\,\mathrm{sen}(\omega t)\,j$ m/s

$\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = -3\omega^2\,\mathrm{sen}(\omega t)\,i - 3\omega^2\cos(\omega t)\,j$ m/s^2 $= -\omega^2\,\vec{r}$ m/s^2

b) $a = \sqrt{9\omega^4\,\mathrm{sen}^2(\omega t) + 9\omega^4\cos^2(\omega t)} = \sqrt{9\omega^2(\mathrm{sen}^2(\omega t) + \cos^2(\omega t))} =$

$a = \sqrt{9\omega^2} = 3\omega$ m/s^2

Ejercicio

El vector de posición de un móvil es $\mathbf{r}=4\,\mathrm{sen}(\omega t^2)\mathbf{i}+4\cos(\omega t^2)\mathbf{j}$ m, siendo ω una constante. Calcula: a) vector velocidad, b) vector aceleración, c) módulo de la velocidad, d) aceleración tangencial, e) aceleración normal y f) radio de curvatura

Ejercicio

El vector de posición de un móvil es **r**=4sen(ωt²)i+4cos(ωt²)j m, siendo ω una constante. Calcula: a) vector velocidad, b) vector aceleración, c) módulo de la velocidad, d) aceleración tangencial, e) aceleración normal y f) radio de curvatura

a) $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = 8\omega t \cos(\omega t^2) i - 8\omega t \,\text{sen}(\omega t^2) j$ m/s

b) $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = (8\omega \cos(\omega t^2) - 16\omega^2 t^2 \text{sen}(\omega t^2)) i + (-8\omega \,\text{sen}(\omega t^2) - 16\omega^2 t^2 \cos(\omega t^2)) j$

c) $v = \sqrt{64\omega^2 t^2 \cos^2(\omega t^2) + 64\omega^2 t^2 \text{sen}^2(\omega t^2)} = \sqrt{64\omega^2 t^2}$

$v = 8\omega t$ m/s

Ejercicio

El vector de posición de un móvil es **r**=4sen(ωt²)i+4cos(ωt²)j m, siendo ω una constante. Calcula: a) vector velocidad, b) vector aceleración, c) módulo de la velocidad, d) aceleración tangencial, e) aceleración normal y f) radio de curvatura

d) $\vec{a}_t = \frac{dv}{dt}\hat{u}_t = \frac{d(8\omega t)}{dt} \cdot \frac{8\omega t\cos(\omega t^2)i - 8\omega t\,\text{sen}(\omega t^2)j}{8\omega t}$

$\vec{a}_t = 8\omega\left(\cos(\omega t^2)i - \text{sen}(\omega t^2)j\right) = 8\omega\cos(\omega t^2)i - 8\omega\,\text{sen}(\omega t^2)j$ m/s²

e) $\vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t = -16\omega^2t^2\,\text{sen}(\omega t^2)i - 16\omega^2t^2\cos(\omega t^2)j$ m/s²

f) $R = \frac{v^2}{a_n} = \frac{64\omega^2t^2}{\sqrt{256\omega^4t^4\,\text{sen}^2(\omega t^2) + 256\omega^4t^4\cos^2(\omega t^2)}} =$

$R = \frac{64\omega^2t^2}{16\omega^2t^2} = 4$ m

Ejercicio

Una bola recorre 80 m tras ser golpeada por un jugador de golf, invirtiendo 4s en el recorrido. Calcula a) el módulo de la velocidad inicial de la bola, b) la inclinación inicial de la trayectoria y c) la altura máxima que alcanza la bola

Ejercicio

Una bola recorre 80 m tras ser golpeada por un jugador de golf, invirtiendo 4s en el recorrido. Calcula a) el módulo de la velocidad inicial de la bola, b) la inclinación inicial de la trayectoria y c) la altura máxima que alcanza la bola

a) $v_x = \frac{x}{t} = \frac{80}{4} = 20\ m/s$ $\quad V_{ox} = 20\ m/s$

$t_{1/2} = \frac{4}{2} = 2s \longrightarrow V_y(2) = 0\ m/s$

$V_{oy} = g\, t_{1/2} = 9'8 \cdot 2 = 19'6\ m/s$

$V_o = \sqrt{20^2 + 19'6^2} = 28\ m/s$

b) $\cos\theta = \frac{V_{ox}}{V_o} \rightarrow \theta = \arccos\left(\frac{V_{ox}}{V_o}\right) = \arccos\left(\frac{20}{28}\right) = 44'4^\circ$

Ejercicio

Una bola recorre 80 m tras ser golpeada por un jugador de golf, invirtiendo 4s en el recorrido. Calcula a) el módulo de la velocidad inicial de la bola, b) la inclinación inicial de la trayectoria y c) la altura máxima que alcanza la bola

c) $y_{MAX} \longrightarrow t_{1/2} = 2\,s$

$$y_{MAX} = V_{0y}\, t_{1/2} - \frac{1}{2} g\, t_{1/2}^2 = 19'6 \cdot 2 - \frac{1}{2} 9'8 \cdot 2^2 = 19'6\ m$$

OTRA FORMA:

$$y_{MAX} = V_{0y}\, t_{1/2} - \frac{1}{2} g\, t_{1/2}^2 = g\, t_{1/2}^2 - \frac{1}{2} g\, t_{1/2}^2 = \frac{1}{2} g\, t_{1/2}^2$$

$$y_{MAX} = \frac{1}{2} \cdot 9'8 \cdot 2^2 = 19'6\ m$$

Ejercicio

El vector de posición de un móvil en función del tiempo t es **r**=3sen(2t²)j+ 3cos(2t²)j k m describe un movimiento circular centrado en el origen. Calcula en función del tiempo: a) el arco de circunferencia recorrido, b) la velocidad angular, c) la aceleración angular y d) el vector velocidad angular

Ejercicio

El vector de posición de un móvil en función del tiempo t es **r**=3sen(2t²)j+ 3cos(2t²)j k m describe un movimiento circular centrado en el origen. Calcula en función del tiempo: a) el arco de circunferencia recorrido, b) la velocidad angular, c) la aceleración angular y d) el vector velocidad angular

a) $S = \theta R = 2t^2 \cdot 3 = 6t^2 \text{ m}$

b) $\omega = \dfrac{d\theta}{dt} = \dfrac{d(2t^2)}{dt} = 4t \text{ rad/s}$

c) $\alpha = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{d(4t)}{dt} = 4 \text{ rad/s}^2$

Ejercicio

El vector de posición de un móvil en función del tiempo t es **r**=3sen(2t²)j+ 3cos(2t²)j k m describe un movimiento circular centrado en el origen. Calcula en función del tiempo: a) el arco de circunferencia recorrido, b) la velocidad angular, c) la aceleración angular y d) el vector velocidad angular

d) $\vec{v} = \vec{w} \wedge \vec{r}$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 12t\cos(2t^2)\,\vec{j} - 12t\,\mathrm{sen}(2t^2)\,k \ \mathrm{m/s}$$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ a & b & c \\ 0 & 3\,\mathrm{sen}(2t^2) & 3\cos(2t^2) \end{vmatrix} = 12t\cos(2t^2)\,j - 12t\,\mathrm{sen}(2t^2)\,k$$

Ejercicio

El vector de posición de un móvil en función del tiempo t es **r**=3sen($2t^2$)j+ 3cos($2t^2$)j k m describe un movimiento circular centrado en el origen. Calcula en función del tiempo: a) el arco de circunferencia recorrido, b) la velocidad angular, c) la aceleración angular y d) el vector velocidad angular

$$\left(3b\cos(2t^2) - 3c\,\text{sen}(2t^2)\right) i - 3a\cos(2t^2)\, j + 3a\,\text{sen}(2t^2)\, k$$

Igualando: $3b\cos(2t^2) - 3c\,\text{sen}(2t^2) = 0$

$$-3a\cos(2t^2) = 12t\cos(2t^2)$$

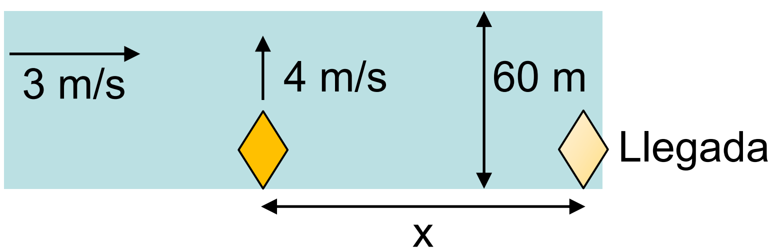
$$3a\,\text{sen}(2t^2) = -12t\,\text{sen}(2t^2)$$

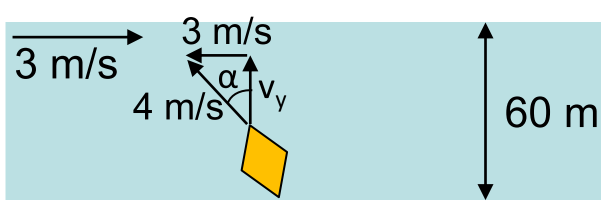
Ejercicio

En un río de 60 m de ancho, el agua fluye con una velocidad de 4 m/s, y por él navega una barca a una velocidad de 3 m/s. La barca atraviesa el río y regresa a la orilla inicial, viajando siempre perpendicular al río. Determina a) el tiempo invertido, b) la distancia del punto de partida al de llegada, c) la dirección que debería haber llevado para volver al punto de partida y d) el tiempo que invertiría en ese caso

Ejercicio

En un río de 60 m de ancho, el agua fluye con una velocidad de 4 m/s, y por él navega una barca a una velocidad de 3 m/s. La barca atraviesa el río y regresa a la orilla inicial, viajando siempre perpendicular al río. Determina a) el tiempo invertido, b) la distancia del punto de partida al de llegada, c) la dirección que debería haber llevado para volver al punto de partida y d) el tiempo que invertiría en ese caso





a) $t = \frac{y}{v_y} = \frac{2 \cdot 60}{4} = 30\,s$

b) $x = v_x \cdot t = 3 \cdot 30 = 90\,m$

c) $\alpha = \text{arcsen}\left(\frac{3}{4}\right) = 48'6^\circ$

$v_y = V \cdot \cos\alpha = 4 \cdot \cos(48'6) = 2'65\,m/s$

d) $t = \frac{y}{v_y} = \frac{2 \cdot 60}{2'65} = 45'3\,s$

Bibliografía

Autor: Sánchez Pérez, Juan Francisco y Alhama, Francisco

Título: PROBLEMAS DE FÍSICA PARA INGENIEROS. Tomo 1. Análisis dimensional, Cálculo vectorial, Cinemática y Movimiento relativo.

Editorial: Crai UPCT Ediciones

Fecha Publicación: 2014

ISBN: 978-84-942562-8-8

Autor: Tipler, Paul Allen

Título: Física para la ciencia y la tecnología. Mecánica, oscilaciones y ondas, termodinámica

Editorial: Reverté

Fecha Publicación: 2012

ISBN: 9788429144291