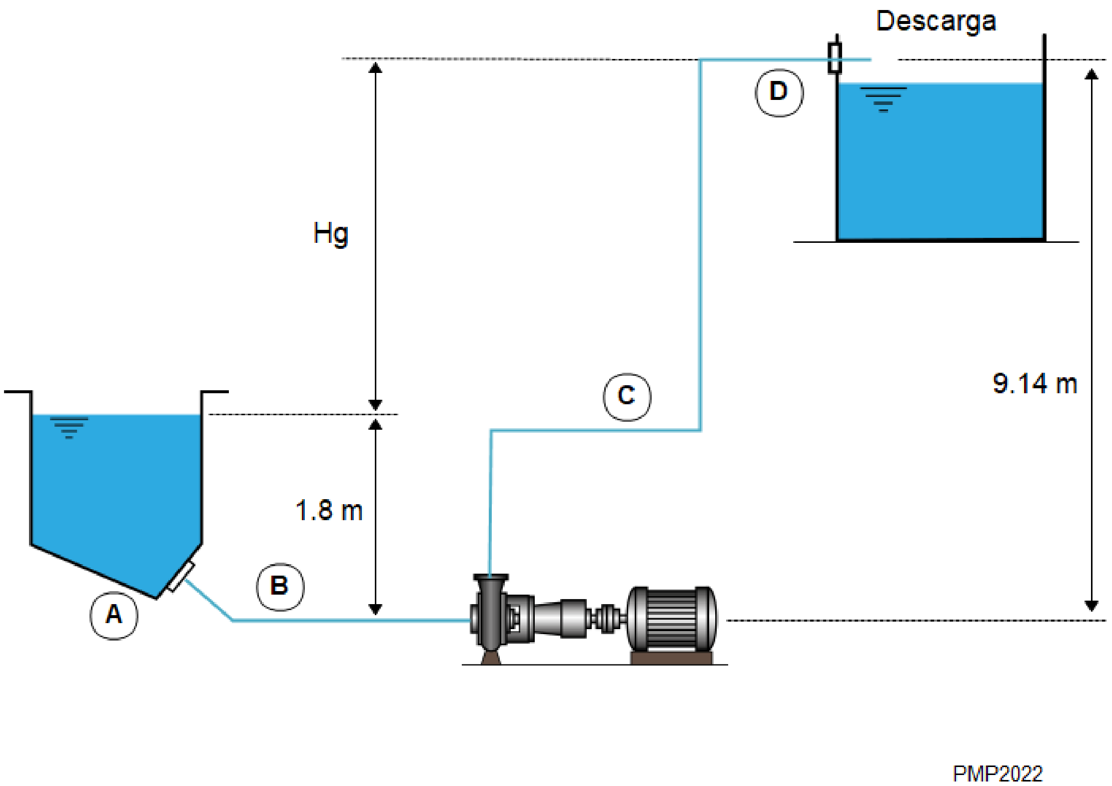
EJERCICIO SOBRE TRANSPORTE HIDRÁULICO

1. Se dispone el siguiente sistema de bombeo de pulpas que bombea una pulpa compuesta por arena silícea con densidad específica de 2.7 t/m^3 (ρ_s) y agua. Los sólidos tienen una granulometría característica media de K_{50} de 250 micras, la concentración de sólidos en peso, C_W, es del 25%. El tonelaje de sólidos es de 75 t/h. La longitud de la tubería es de 150 metros lineales con 3 codos o curvas de radio amplio (R=3D). La tubería de descarga alimenta un depósito que se encuentra a 9.14 metros (eje de la tubería de descarga). Considerar un diámetro, D, de tubería de 150 mm. Se pide calcular la tubería idónea para bombear la pulpa silícea, la altura dinámica total (TDH), y la selección de la bomba idónea para dicha instalación.



Solución:

1. <u>Cálculo del caudal a bombear, Q, concentración de sólidos en volumen, C_V, y peso específico de la pulpa, ρ_p.</u>

Para el cálculo de la concentración de sólidos en volumen hacemos uso de la siguiente expresión:

$$C_V = \frac{\frac{C_W}{100}\times\rho_l}{\rho_s - \frac{C_W}{100}\times(\rho_s-\rho_l)}\times 100 \qquad (1)$$

Por lo que, sustituyendo:

$$C_V = \frac{0.25\times 1.0}{2.7-0.25\times(2.7-1.0)}\times 100 = 10.99\,\% \tag{2}$$

Para el cálculo de la densidad de la pulpa empleamos la siguiente expresión:

$$\frac{C_V}{100} = \frac{(\rho_p-\rho_l)}{(\rho_s-\rho_l)} \tag{3}$$

Por lo que, sustituyendo:

$$\rho_p = \frac{10.99}{100}\times(2.7-1.0)+1.0 = 1.19\ \mathrm{t/m^3} \tag{4}$$

Para el cálculo del caudal de pulpa se establece que:

$$\left.\begin{array}{l} 75\ \mathrm{t_{solidos}/h} \rightarrow 25\%(C_W) \\ y \quad\ \rightarrow 100\% \end{array}\right| \quad y = 300\ \mathrm{t_{pulpa}/h} \tag{5}$$

Sabiendo que la densidad de la pulpa es 1.19 t/m^3, entonces:

$$Q_{pulpa} = \frac{300\ \mathrm{t/h}}{1.19\ \mathrm{t/m^3}} = 252.10\ \mathrm{m^3/h} \tag{6}$$

También se puede emplear la siguiente expresión para el cálculo del caudal de pulpa, Q_{pulpa} (m^3/h)(Metso:Outotec, 2020):

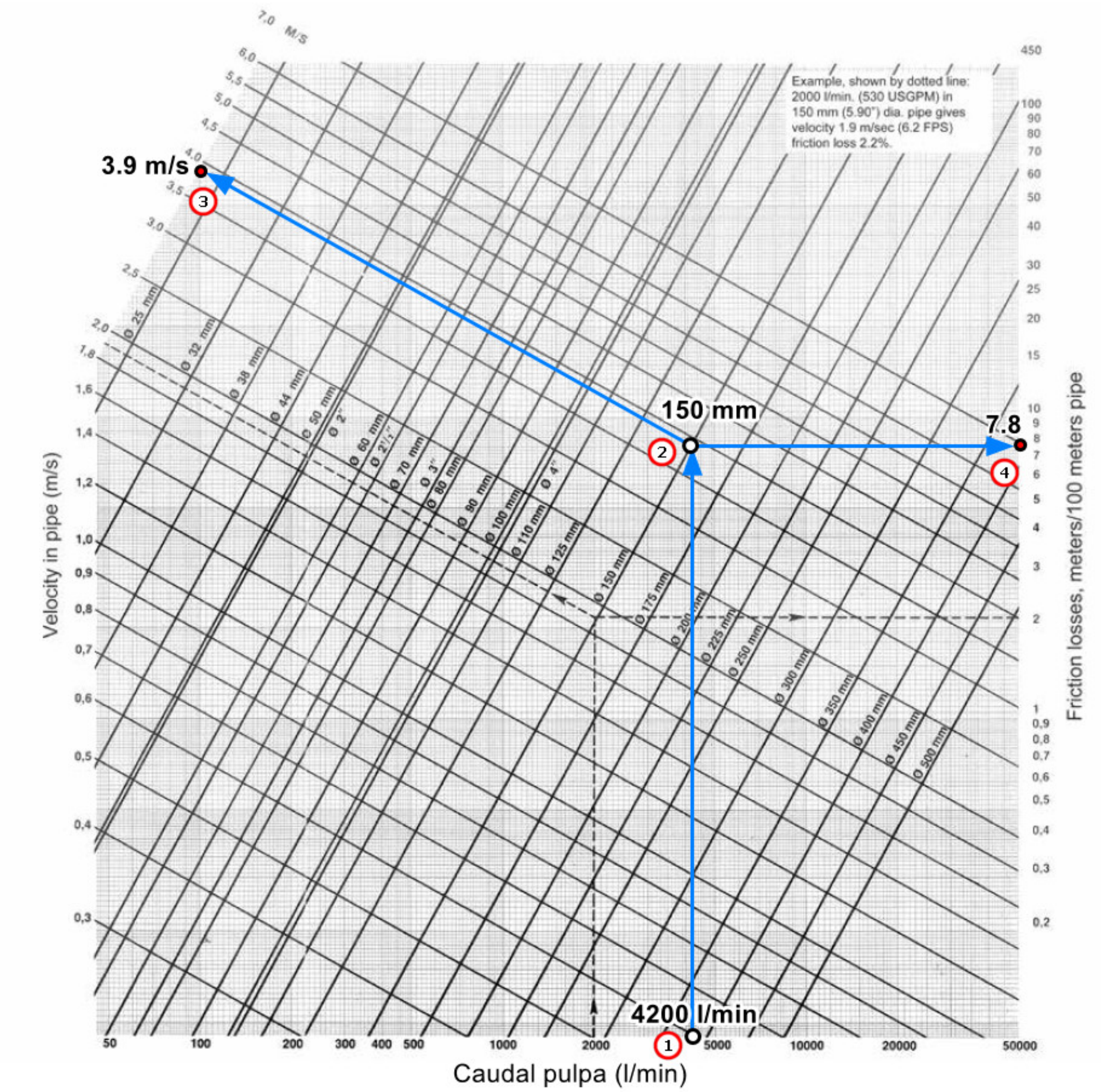
$$\begin{gathered} Q_{pulpa} = tph_{sólidos}\times\left(\frac{1}{\rho_s}+\left(\frac{100}{C_W\,\%}-1\right)\right) \\ Q_{pulpa} = 75\times\left(\frac{1}{2.7}+\left(\frac{100}{25}-1\right)\right) = 252.78\ \mathrm{m^3/h} \end{gathered} \tag{7}$$

2. <u>Cálculo del diámetro óptimo de la tubería, la velocidad recomendada y la velocidad real de transporte.</u>

Para estos cálculos vamos a utilizar el ábaco proporcionado por la fórmula de Williams y Hazen para obtener velocidades recomendadas y pérdidas de carga en tuberías de acero (Metso:Outotec, 2020).

Nota: Para transporte de pulpas donde las partículas sólidas se encuentran en concentraciones en volumen inferiores al 15% se puede asumir que la pulpa se comporta como agua. Para concentraciones superiores al 15%

(Cv), las pérdidas de carga deben ser corregidas por un factor (Metso:Outotec, 2020).



La velocidad recomendable para la tubería de 150 mm y un caudal de pulpa de 4200 l/min sería de unos 3.9 m/s.

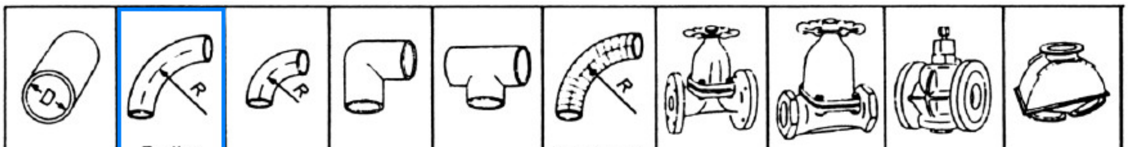
Ahora se comprueba que la velocidad real de transporte es ligeramente superior a la velocidad recomendable:

$$V = \frac{Q}{\left(\frac{\pi \times D^2}{4}\right)} = \frac{252.10 \text{ m}^3/\text{h}}{\left(\frac{\pi \times 0.150^2}{4}\right)} = 3.96 \text{ m/s} \tag{8}$$

Por lo tanto, el diámetro seleccionado de 150 mm es adecuado.

3. Cálculo de las pérdidas de carga en la conducción.

Lo primero es calcular la longitud equivalente de los accesorios y singularidades que en este ejemplo se trata de 3 curvas de gran diámetro (R=3D), y que entrando en la tabla adjunta se obtiene una longitud equivalente de 2.13 m.



	Radius More Than 3 x N.B.	Radius is 2 x N B.			Minimum Radius 10 x N.B.				
INTERNAL DIAMETER or N.B.	90° Long Radius Bend	90° Short Radius Bend	Elbow	Tee	Rubber Hose	Diaphragm Valve Full Open	Full Bore Valve Round Way	Plug-Lub Valve Rect. Way	*"Tech-Taylor" Valve Ball Type
mm	EQUIV. LENGTH IN m OF STRAIGHT PIPE GIVING EQUIVALENT RESISTANCE TO FLOW								
25	0·52	0·70	0·82	1·77	0·30	2·56	—	0·37	—
32	0·73	0·91	1·13	2·38	0·40	3·29	—	0·49	—
40	0·85	1·10	1·31	2·74	0·49	3·44	1·19	0·58	—
50	1·07	1·40	1·68	3·35	0·55	3·66	1·43	0·73	—
65	1·28	1·65	1·98	4·27	0·70	4·60	1·52	0·85	—
80	1·55	2·07	2·47	5·18	0·85	4·88	1·92	1·04	0·20
90	1·83	2·44	2·90	5·79	1·01	—	—	1·22	—
100	2·13	2·77	3·35	6·71	1·16	7·62	2·19	1·40	0·23
115	2·41	3·05	3·66	7·32	1·28	—	—	1·58	—
125	2·71	3·66	4·27	8·23	1·43	13·11	3·05	1·77	0·30
150	3·35	4·27	4·88	10·06	1·55	18·29	3·11	2·13	0·37
200	4·27	5·49	6·40	13·11	2·41	19·81	7·92	2·74	0·82
250	5·18	6·71	7·92	17·07	2·99	21·34	10·67	3·47	0·61
300	6·10	7·92	9·75	20·12	3·35	28·96	15·85	4·08	0·76
350	7·01	9·45	10·97	23·16	4·27	28·96	—	4·88	0·91
400	8·23	10·67	12·80	26·52	4·88	—	—	5·49	1·04
450	9·14	12·19	14·02	30·48	5·49	—	—	6·22	1·16
500	10·36	13·11	15·85	33·53	6·10	—	—	7·32	1·25

La longitud equivalente de la tubería considerando las singularidades será:

$$L = 100\text{ m} + 3 \times 2.13\text{ m} = 106.39\text{ m} \tag{9}$$

Ahora se empleará el valor de pérdidas por fricción cada 100 metros de tubería equivalente obtenido anteriormente que tiene por valor 7.8 m/100 m de tubería equivalente (Metso:Outotec, 2020). También se puede aplicar la siguiente fórmula de Williams y Hazen:

$$H_f = \frac{5.6028}{10^8} \times \left(\frac{100}{C}\right)^{1.85} \times \frac{Q^{1.85}}{D^{4.8655}} \tag{10}$$

$$H_f = \frac{5.6028}{10^8} \times \left(\frac{100}{140}\right)^{1.85} \times \frac{252.10^{1.85}}{0.150^{4.8655}} = 8.51\ \text{m/100 m tubería} \tag{11}$$

Con el valor de H_f = 8.51 m/100m de tubería y sabiendo que entre codos y tubería total se dispone de 106.39 metros de tubería equivalente, entonces se tendrá:

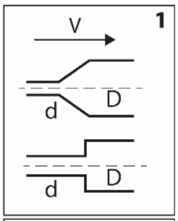
$$H_{fd} = \frac{106.39}{100} \times 8.51 = 9.054 \text{ m.c.l.} \tag{12}$$

4. Pérdidas de carga a la salida del depósito, H_i (punto A).

Considerando una conexión normal con arista viva ("*flush connection*"), según la siguiente tabla, se toma un valore de K_i = 0.5.

Pérdidas de carga expresadas como proporción de la velocidad, V: $H_i = K_i \times \frac{V^2}{2 \times g} \, (m)$

GRUPO 1 — **SINGULARIDAD: AMPLIACIONES**



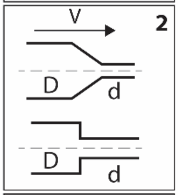
d/D	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
	0.03	0.09	0.17	0.28	0.38	0.48	0.56	0.62	0.66
	0.04	0.13	0.26	0.41	0.56	0.71	0.83	0.92	0.98

Coeficiente K_i:

$$K_i = 2.6 \times \sin\frac{\theta}{2} \times \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)^2$$

$$K_i = \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)^2$$

GRUPO 2 — **SINGULARIDAD: REDUCCIONES**



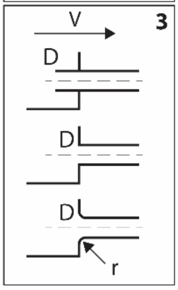
d/D	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
	0.04	0.07	0.11	0.13	0.16	0.17	0.19	0.20	0.20
	0.10	0.18	0.26	0.32	0.38	0.42	0.46	0.48	0.50

Coeficiente K_i:

$$K_i = 0.8 - \sin\frac{\theta}{2} \times \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)$$

$$K_i = 0.5 - \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)$$

GRUPO 3 — **SINGULARIDAD: ENTRADAS DESDE DEPÓSITOS A TUBERÍAS**



Conexión con tubo interior — $K_i = 0.78$

Conexión con arista viva — $K_i = 0.50$

Conexión redondeada — $K_i = 0.05$

r/D	0.02	0.04	0.06	0.10	0.15
K_i	0.28	0.24	0.15	0.09	0.04

Por lo que la pérdida de carga debido a la conexión al depósito (punto A) será:

$$H_i = K_i \times \frac{V^2}{2 \times g} = 0.5 \times \frac{3.96^2}{2 \times 9.81} = 0.40 \text{ m.c.l.} \tag{13}$$

5. Pérdidas de carga a la descarga, H_d (punto D).

Al ser una descarga a presión atmosférica, sólo se tiene en cuenta la pérdida de carga debido a la velocidad de descarga en dicho punto, y cuya expresión general es:

$$H_d = \frac{V^2}{2 \times g} = \frac{3.96^2}{2 \times 9.81} = 0.80 \text{ m.c.l.} \tag{14}$$

La pérdida de carga total (H_t), será:

$$H_t = H_{fd} + H_i + H_d = 9.054 + 0.40 + 0.80 = 10.25 \text{ m.c.l.} \tag{15}$$

6. <u>Cálculo de la altura dinámica o manométrica total, o TDH ("*Total Dynamic Head*").</u>

El valor de TDH para este sistema hidráulico viene dado por:

$$TDH = (9.14 \text{ m} - 1.8 \text{ m}) + H_t = 7.34 + 10.25 = 17.6 \text{ m.c.l.} \tag{16}$$

Para seleccionar la bomba adecuada, debido a que los fabricantes proporcionan la información en base al empleo de agua como principal fluido, debemos corregir los 17.6 metros de columna de pulpa (m.c.l.) a metros de columna de agua (m.c.a.)(ANEFA, 2020; Volk, 2013; Warman, 2000). Para ello se emplea la gráfica siguiente entrando con los datos proporcionado por el enunciado del problema, como es la densidad de las partículas sólidas (2.7 g/cm^3), el tamaño medio de partícula (K_{50} = 250 micras) y la concentración de sólidos en peso (C_W = 25%).

Con estos datos, entrando en dicha gráfica se obtiene un HR (o ER) igual 0.90, lo que se puede expresar como:

$$HR = \frac{TDH_{pulpa}}{TDH_{agua}} \tag{17}$$

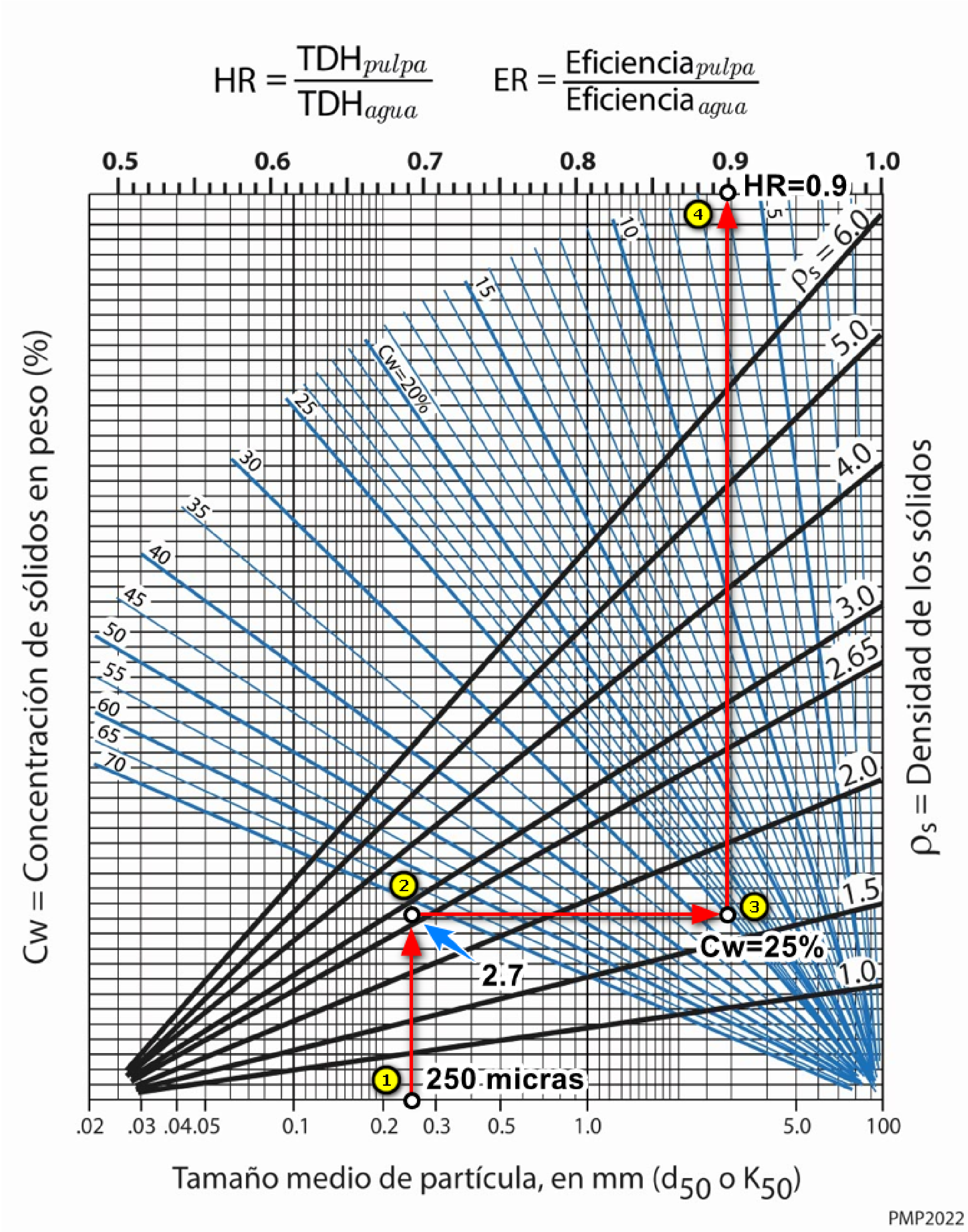
Para nuestro caso, la altura manométrica total expresada en columna de agua valdrá:

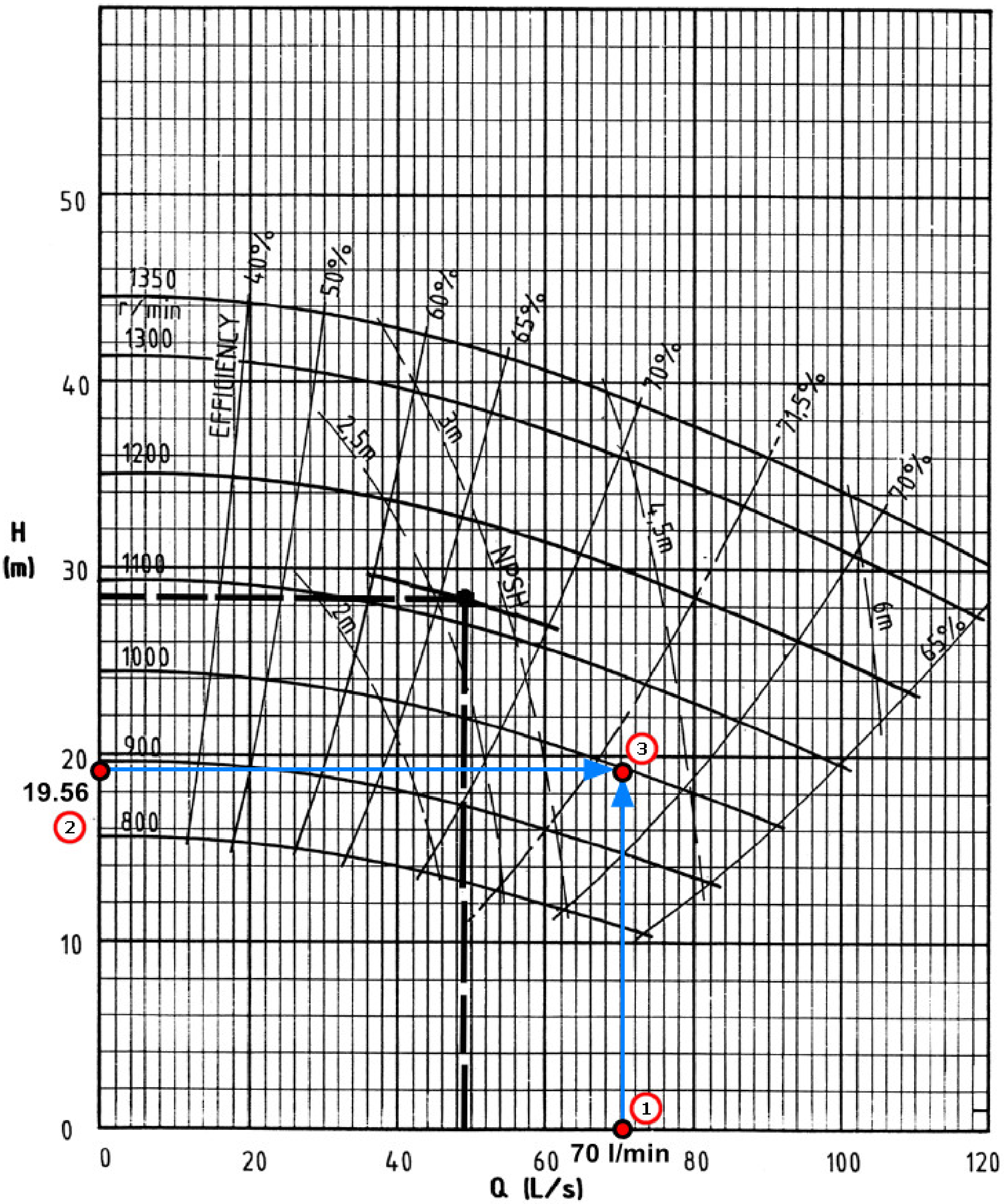
$$TDH_{agua} = \frac{TDH_{pulpa}}{HR} = \frac{17.6 \text{ m.c.l.}}{0.9} = 19.56 \text{ m.c.a.} \tag{18}$$

7. <u>Selección de la bomba centrífuga.</u>

Con el valor calculado de TDH_{agua} de 19.56 m.c.a. y con el caudal calculado anteriormente de Q = 252.10 m^3/h (o aprox. 70 l/s), se puede entrar en las curvas características Q-H de los fabricantes de bombas y seleccionar la bomba adecuada a nuestra instalación de bombeo de pulpas.

Por ejemplo, para la curva característica Q-H que se facilita (Warman, 2000), la bomba sería una bomba trabajando a un rendimiento del 71%, a 1000 rpm y con un NPSHr de 3.7 m.c.a.





8. <u>Cálculo de la potencia de la bomba.</u>

Con el valor calculado de TDH_{agua} de 19.56 m.c.a., el caudal calculado de Q = 252.10 m^3/h, el rendimiento obtenido del 71%, la densidad de la pulpa de 1.19 t/m^3 podemos calcular la potencia en kW que necesitará la bomba a través de la siguiente expresión:

$$N_{kW} = \frac{Q \times TDH_{agua} \times \rho_{pulpa}}{\frac{\eta}{100} \times 360} = \frac{252.10 \times 19.56 \times 1.19}{0.71 \times 360} = 22.96\ kW \qquad (19)$$

Se recomienda incrementar esta cantidad en un 25% debido a pérdidas en la transmisión y pérdidas en el rendimiento por causas de desgastes en las partes hidráulicas a medio plazo. Por lo que la potencia a instalar serían 28.69 kW.

Referencias:

ANEFA. (2020). *Manual de Áridos para el Siglo XXI* (ANEFA, Ed.).

Metso:Outotec. (2020). *Guidelines in slurry pumping. Slurry Pump Handbook* (8th ed.). Metso Minerals (Sala) AB. www.metso.com/pumps

Volk, M. (2013). *Pump Characteristics and Applications* (C. Press, Ed. 3rd ed.). https://doi.org/https://doi.org/10.1201/b15559

Warman, L. (2000). *Warman Slurry Pumping Handbook*. Warman Slurry Pumping Handbook.