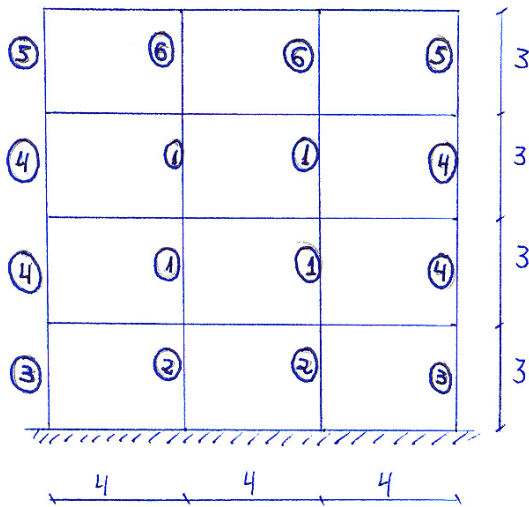
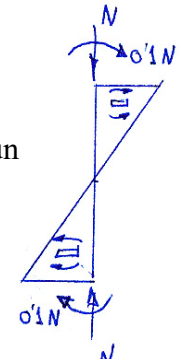


Obtener el máximo axil de cálculo en los soportes más desfavorables del edificio de la figura. La estructura es aporticada de nudos rígidos.



Datos:

- Acero S 275 JR
- La estructura dispone de un esquema resistente interno que garantiza la intraslacionalidad
- Soportes HEB 140
- Dinteles IPE 240
- Suponer, en extremos de soporte, un valor del flector $M_{Ed} = 0,10N_{Ed}$
[N_{Ed} en kN ; M_{Ed} en kNm]
- El eje fuerte del pilar soporta las flexiones en el plano del pórtico



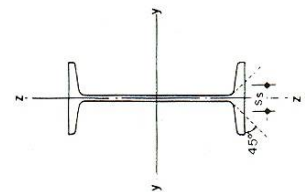
Características geométricas y mecánicas del perfil HEB 140:

$$h = 140 \text{ mm} \quad b = 140 \text{ mm} \quad t_f = 12 \text{ mm} \quad A = 4300 \text{ mm}^2$$

$$I_y = 15,1 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad I_z = 5,5 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad W_{el,y} = 216 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$W_{pl,y} = 246 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \quad i_y = 59,3 \text{ mm} \quad i_z = 35,8 \text{ mm} \quad I_T = 0,225 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\text{Inercia del perfil IPE 240} \quad I_y = 38,9 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$



Fuente: Rodríguez R et al, 1999

1. Obtención de los coeficientes de pandeo. Pandeo en el plano de la estructura

Soportes interiores (1)

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= \frac{\frac{I_c}{L_c} + \frac{I_1}{L_1}}{\frac{I_c}{L_c} + \frac{I_1}{L_1} + K_{11} + K_{12}} = \frac{\frac{15,1 \cdot 10^6}{3000} + \frac{15,1 \cdot 10^6}{3000}}{\frac{15,1 \cdot 10^6}{3000} + \frac{15,1 \cdot 10^6}{3000} + \frac{0,5 \cdot 38,9 \cdot 10^6}{4000} + \frac{0,5 \cdot 38,9 \cdot 10^6}{4000}} = 0,509 \\ \eta_2 &= 0,509 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \beta = 0,69$$

Soportes interiores de cimentación (2)

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= 0,509 \\ \eta_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \beta = 0,59$$

Soportes exteriores de cimentación (3)

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= \frac{\frac{15,1 \cdot 10^6}{3000} + \frac{15,1 \cdot 10^6}{3000}}{\frac{15,1 \cdot 10^6}{3000} + \frac{15,1 \cdot 10^6}{3000} + \frac{0,5 \cdot 38,9 \cdot 10^6}{4000}} = 0,674 \\ \eta_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \beta = 0,63$$

Soportes (4)

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= 0,674 \\ \eta_2 &= 0,674 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \beta = 0,77$$

Soportes (5)

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= \frac{\frac{15,1 \cdot 10^6}{3000}}{\frac{15,1 \cdot 10^6}{3000} + \frac{0,5 \cdot 38,9 \cdot 10^6}{4000}} = 0,509 \\ \eta_2 &= 0,674 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \beta = 0,73$$

Soportes (6)

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= \frac{\frac{15,1 \cdot 10^6}{3000}}{\frac{15,1 \cdot 10^6}{3000} + \frac{0,5 \cdot 38,9 \cdot 10^6}{4000} + \frac{0,5 \cdot 38,9 \cdot 10^6}{4000}} = 0,341 \\ \eta_2 &= 0,509 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \beta = 0,65$$

Pandeo en el plano \perp a la estructura: En la dirección transversal al pórtico no se dispone de información, por lo que se puede suponer, conservadoramente, que los soportes de la planta baja son piezas empotradas-articuladas ($\beta = 0,7$) y los del resto de plantas son piezas articuladas-articuladas ($\beta = 1$).

En resumen, el caso más desfavorable corresponde a:

Soportes (4), $\beta_y = 0,77$ en el plano de la estructura, $\beta_z = 1$ en el plano \perp a la estructura^(*).

^(*)Nota: Aunque se va a mantener la orientación de los perfiles proporcionada en el enunciado, conviene advertir que, bajo estos valores de esbeltez, no es la orientación más adecuada.

2. Comprobaciones a flexocompresión

Al ser $M_{z,Ed} = 0$, se puede suprimir el tercer sumando en las comprobaciones, resultando:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rd}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rd}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rd}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rd}} \leq 1$$

Como estas comprobaciones dependen de N_{Ed} , y este valor es la incógnita, el procedimiento de cálculo debe ser iterativo. Para proponer un valor inicial de N_{Ed} se puede emplear una primera aproximación mediante un sencillo cálculo de resistencia en tensiones:

$$\sigma_{co} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{Ed}}{W_y} = \frac{N_{Ed} \cdot 10^3}{4300} + \frac{0,1 N_{Ed} \cdot 10^6}{216 \cdot 10^3} \leq f_{yd} = \frac{275}{1,05} = 262 \Rightarrow N_{Ed} = 377 \text{ kN}$$

Se puede comenzar entonces proponiendo un valor de, por ejemplo, $N_{Ed} = 350 \text{ kN}$

2.1 Coefficientes de reducción por pandeo

Según el plano de pandeo XZ (plano de la estructura):

$$\bar{\lambda}_y = \frac{\beta L}{i_y} \frac{\sqrt{f_y/E}}{\pi} = \frac{0,77 \cdot 3000}{59,3} \frac{\sqrt{\frac{275}{210000}}}{\pi} = 38,95 \cdot 0,01152 = 0,4487$$

Según el plano de pandeo XY (plano \perp a la estructura):

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\beta L}{i_z} \frac{\sqrt{f_y/E}}{\pi} = \frac{1 \cdot 3000}{35,8} \frac{\sqrt{\frac{275}{210000}}}{\pi} = 83,80 \cdot 0,01152 = 0,9653$$

Curvas de pandeo:

$$h/b = 1 < 1,2 ; t < 100 \text{ mm} \Rightarrow \text{Curva b (eje y)} \quad \alpha = 0,34$$

$$\text{Curva c (eje z)} \quad \alpha = 0,49$$

$$\phi = 0,5 \left[1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] = \begin{cases} 0,6429 & (y) \\ 1,1534 & (z) \end{cases}$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \begin{cases} 0,906 & (y) \\ 0,560 & (z) \end{cases}$$

2.2 Términos de comprobación (CE, Tabla A22.6.7) para sección clase 1

$$A_i = A = 4300 \text{ mm}^2 \quad W_y = W_{pl,y} = 246 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \quad \Delta M_{y,Ed} = 0$$

2.3 Factores de momento flector uniforme equivalente $C_{m,i}$ (CE, Tabla A22.B.3)

Para ley lineal de flectores con relación entre momentos de extremo $\psi = -1$:

$$C_{m,i} = 0,6 + 0,4\psi \geq 0,4$$

$$C_{m,i} = 0,6 - 0,4 = 0,2 < 0,4 \Rightarrow C_{m,i} = 0,4$$

2.4 Coefficientes de interacción (k_{yy} , k_{zy})

Elementos susceptibles a deformaciones por torsión \rightarrow Tabla A22.B.2, sección Clase 1

k_{yy}

$$k_{yy} = C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rd}} \right) \leq C_{my} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rd}} \right)$$

$$(\bar{\lambda}_y - 0,2) = 0,4487 - 0,2 = 0,2487 \leq 0,8$$

$$N_{Rd} = A \cdot f_{yd} = 4300 \cdot \frac{275}{1,05} = 1126,19 \text{ kN}$$

$$k_{yy} = 0,4 \left(1 + 0,2487 \frac{350}{0,906 \cdot 1126,19} \right) = 0,4 \cdot 1,0853 = 0,4341$$

k_{zy}

$$k_{zy} = 1 - \frac{0,1\bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rd}} \geq 1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rd}}$$

$$0,1\bar{\lambda}_z = 0,1 \cdot 0,9653 = 0,09653 \leq 0,1$$

$$k_{zy} = 1 - \frac{0,09653}{0,4 - 0,25} \cdot \frac{350}{0,560 \cdot 1126,19} = 0,6431$$

2.5 Coeficiente de pandeo lateral

$$\left. \begin{aligned} M_{LTv} &= C_1 \frac{\pi}{L_c} \sqrt{GI_T EI_z} = 417,82 \text{ kNm} \\ M_{LTw} &= W_{el,y} \frac{\pi^2 E}{L_c^2} C_1 i_{f,z}^2 = 223,43 \text{ kNm} \end{aligned} \right\} \Rightarrow M_{CR} = \sqrt{M_{LTv}^2 + M_{LTw}^2} = 473,80 \text{ kNm}$$

con $L_c = 3000 \text{ mm}$ $C_1 = 2,75$ $i_{f,z} \approx [(12 \cdot 140^3 / 12) / (140 \cdot 12)]^{1/2} = 40,41 \text{ mm (*)}$

(*) Lo más preciso sería calcular la posición de la f.n. plástica (clase 1 y 2) o de la f.n. elástica (clase 3) y obtener el $i_{f,z}$ del ala y de la tercera parte de la zona comprimida del alma

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{246 \cdot 10^3 \cdot 275}{473,78 \cdot 10^6}} = 0,3779 < 0,4 \Rightarrow \text{Se puede adoptar } \chi_{LT} = 1$$

También resulta que $M_{Ed} (= 0,1 \cdot 350 = 35) \leq 0,16 M_{cr} (= 0,16 \cdot 473,80 = 75,81) \rightarrow \chi_{LT} = 1$

2.6 Comprobaciones

La primera comprobación es:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rd}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rd}} \leq 1$$

$$M_{y,Rd} = W_y \cdot f_{yd} = 246 \cdot 10^3 \cdot \frac{275}{1,05} = 64,43 \cdot 10^6 \text{ kNm}$$

$$\frac{350.000}{0,906 \cdot 1126,19 \cdot 10^3} + 0,4341 \frac{0,1 \cdot 350 \cdot 10^6}{1 \cdot 64,43 \cdot 10^6} \leq 1$$

$$0,343 + 0,236 = 0,579 \leq 1$$

La segunda comprobación es:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rd}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rd}} \leq 1$$

$$\frac{350.000}{0,560 \cdot 1126,19 \cdot 10^3} + 0,6431 \frac{0,1 \cdot 350 \cdot 10^6}{1 \cdot 64,43 \cdot 10^6} \leq 1$$

$$0,555 + 0,349 = 0,904 \leq 1$$

Tras varias iteraciones, se obtiene un valor 0,663 para la primera comprobación y 1,000 para la segunda, con un axil **$N_{Ed} = 399 \text{ kN}$** , mayor al obtenido en tensiones, lo que se debe a:

- (i) la esbeltez de este tipo de piezas es muy pequeña, y
- (ii) la comprobación elástica en tensiones, mediante el criterio de Von Mises, es una comprobación conservadora por excluir la distribución plástica de tensiones que puede desarrollarse en las Clases 1 y 2 (CE, Anejo 22, Apdo. 6.2.1).

Ejercicio 1

Determinar el máximo axil en los soportes más desfavorables de la estructura utilizada en el ejercicio de clase, suponiendo en este caso que se trata de una estructura traslacional en su plano e intraslacional en el plano perpendicular.

Ejercicio 2

Dimensionar los pilares de una nave industrial mediante perfiles IPE y HEB. La altura de los mismos es de 5,5 m. Considerar que la estructura de cubierta está resuelta mediante cerchas simplemente apoyadas en los pilares, y que éstos están completamente arriostrados en el plano de la fachada lateral al encontrarse en el interior de ésta. Utilizar acero S 275. Los esfuerzos máximos en cada pilar son $N_{Ed} = 180$ kN y $M_{Ed} = 65$ kNm.

Ejercicio 3

En la figura adjunta se ha representado un marco rectangular formado por cuatro perfiles HEB 200 enlazados rígidamente entre sí en los nudos y con una biela biarticulada que une los puntos medios de los dos pilares. Admitiendo que el movimiento transversal al plano de la figura está impedido, se pide que se determine la carga N_{Ed} máxima que puede soportar.

