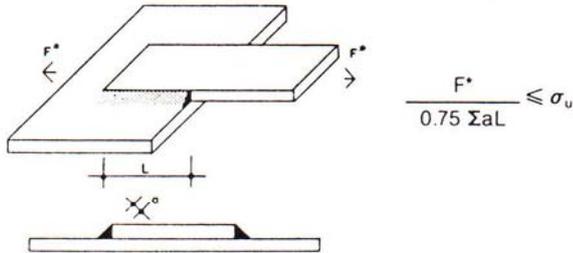


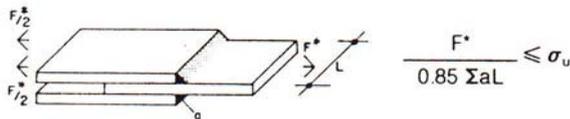
**Ejercicios resueltos. Enunciados (NBE EA-95, Anejo 3.A6)**

Unión	Expresión práctica
-------	--------------------

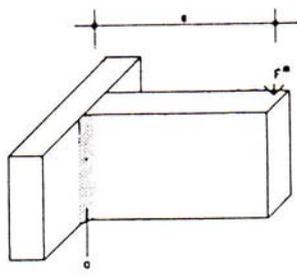
Caso 1. Tracción. Sólo soldaduras laterales



Caso 2. Tracción. Sólo soldaduras frontales



Caso 8. Flexión simple. Sólo soldaduras frontales longitudinales  
Debe cumplirse



$$\sigma_c \leq \sqrt{\sigma^2 + 1.8(\tau_n^2 + \tau_a^2)} \leq \sigma_u$$

En estas expresiones:

$$\sigma = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{F^*e}{aL^2}$$

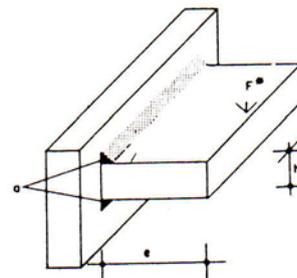
$$\tau_n = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{F^*e}{aL^2}$$

$$\tau_a = \frac{F^*}{2aL}$$

Para  $e \geq L$

$$\sigma_c = 3.55 \frac{F^*e}{aL^2} \leq \sigma_u$$

Caso 9. Flexión simple. Sólo soldaduras frontales transversales



$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{F^*e}{W}$$

$$\tau_n = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{F^*e}{W}$$

$$\sigma_c = \sqrt{\sigma^2 + 1.8\tau_n^2} = \frac{F^*e}{W} \sqrt{1.4} \approx 1.18 \frac{F^*e}{W} \leq \sigma_u$$

Siendo W el módulo resistente de las soldaduras.

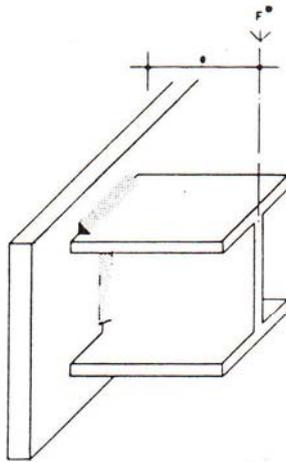
Para  $h \geq a$

$$\sigma_c \approx 1.18 \frac{F^*e}{Lha} \leq \sigma_u$$

Unión

Expresión práctica

Caso 10. Flexión simple. Soldaduras frontales, longitudinales y transversales


 Soldaduras a<sub>1</sub>:

$$\sigma_c = \sqrt{1.4} \frac{F^*e}{W} \approx 1.18 \frac{F^*e}{W} \leq \sigma_u$$

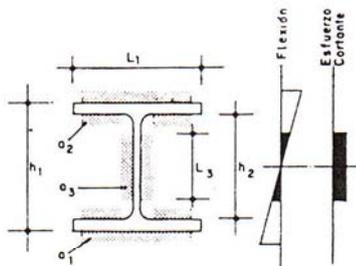
 Soldaduras a<sub>2</sub>:

$$\sigma_c \approx 1.18 \frac{h_2 - a_2}{h_1 + a_1} \cdot \frac{F^*e}{w} \leq \sigma_u$$

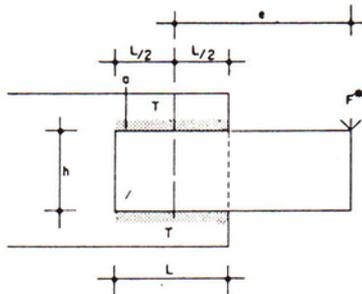
 Soldaduras a<sub>3</sub>:

$$\sigma_c = \sqrt{1.4 \left( \frac{F^*e}{W} \cdot \frac{L_3}{h_1 + a_1} \right)^2 + 1.8 \left( \frac{F^*}{2L_3a_3} \right)^2} \leq \sigma_u$$

Siendo W el módulo resistente de las soldaduras. Puede también considerarse absorbido el momento por las soldaduras a<sub>1</sub> y a<sub>2</sub> y el esfuerzo cortante por las soldaduras a<sub>3</sub>.



Caso 11. Torsión y esfuerzo cortante combinados. Sólo soldaduras laterales


 Para  $0.5h < L < 2h$ 

$$\begin{aligned} \sigma_c &= \sqrt{0.35 \left( \frac{F^*}{La} \right)^2 + 1.8 \left( \frac{F^*e}{h+a} \cdot \frac{1}{La} \right)^2} \\ &= \frac{F^*}{La} \sqrt{0.35 + 1.8 \left( \frac{e}{h+a} \right)^2} \leq \sigma_u \end{aligned}$$



① Caso 1 (EA-95). Tracción. Soldaduras laterales.

$$\tau_{II} = \frac{F}{2aL} \quad \begin{array}{c} a \text{ } \overline{\text{---}} \text{ } \overline{\text{---}} \\ \text{---} \text{ } \overline{\text{---}} \text{ } \overline{\text{---}} \\ a \\ L \end{array} \rightarrow F$$

$$\sqrt{3} \tau_{II}^2 = \sqrt{3} \cdot \tau_{II} \leq \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}} ; \quad \boxed{\frac{\sqrt{3} F}{2aL} \leq \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}}}$$

$$\Rightarrow a \geq \frac{\sqrt{3} \gamma_{M2} \beta_w}{2 f_u} \cdot \frac{F}{L} = \frac{1'08 \beta_w}{f_u} \cdot \frac{F}{L}$$

$\gamma_{M2} = 1'25$

② Caso 2 (EA-95). Tracción. Soldaduras frontales.

$$\begin{array}{c} L \\ \text{---} \\ a \\ \text{---} \\ a \end{array} \rightarrow F \quad n = \frac{F}{2aL} \Rightarrow \begin{cases} \sigma = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{F}{2aL} \\ \tau_{\perp} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{F}{2aL} \end{cases}$$

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau_{\perp}^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{F}{2aL}\right)^2 + 3\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{F}{2aL}\right)^2} =$$

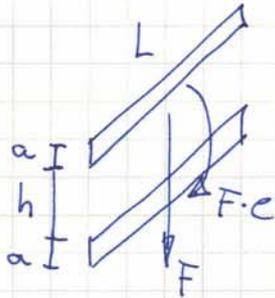
$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{F}{2aL} \sqrt{1+3} = \boxed{\frac{\sqrt{2} F}{2aL} \leq \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}}} \rightarrow$$

$$\Rightarrow a \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \gamma_{M2} \frac{\beta_w}{f_u} \cdot \frac{F}{L} = \frac{1'88 \beta_w}{f_u} \cdot \frac{F}{L}$$

$\gamma_{M2} = 1'25$



③ Caso 9 (EA-95). Flex. simple. Soldaduras frontales transversales.



Plano abati-do:

$$n = \frac{F \cdot e}{(h \cdot a) L a} \quad ; \quad t_{\perp} = \frac{F}{2aL}$$

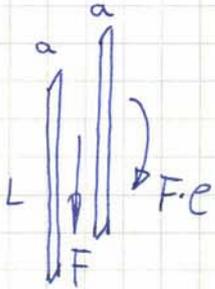
Plano perpendicular:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = \frac{\sqrt{2}}{2} n + \frac{\sqrt{2}}{2} t_{\perp} = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{F \cdot e}{(h \cdot a) L a} + \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{F}{2aL} \\ \tau_{\perp} = -\frac{\sqrt{2}}{2} n + \frac{\sqrt{2}}{2} t_{\perp} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{F \cdot e}{(h \cdot a) L a} + \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{F}{2aL} \end{array} \right.$$

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau_{\perp}^2} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{M2}}$$



4) Caso 8 (EA-95). Flex. simple. Soldaduras frontales longitudinales.



Plano abatido:

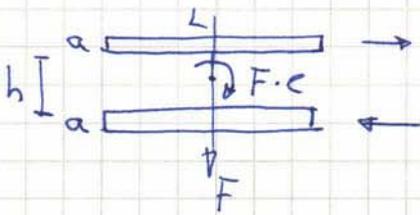
$$n = \frac{M}{F} \cdot \frac{L}{2} = \frac{F \cdot e}{2 \frac{1}{12} a L^3} \cdot \frac{L}{2} = \frac{3Fe}{aL^2}$$

$$t_{\parallel} = \frac{F}{2aL}$$

Plano garganta:

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \frac{\sqrt{2}}{2} n + \frac{\sqrt{2}}{2} t_{\perp} = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{3Fe}{aL^2} \\ \tau_{\perp} &= -\frac{\sqrt{2}}{2} n + \frac{\sqrt{2}}{2} t_{\perp} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{3Fe}{aL^2} \\ \tau_{\parallel} &= t_{\parallel} = \frac{F}{2aL} \end{aligned} \right\} \sqrt{\sigma^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)} \leq \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}}$$

5) Caso 11 (EA-95). Torsión y cortante. Soldaduras laterales.



Plano abatido

$$t_{\perp} = \frac{F}{2aL}$$

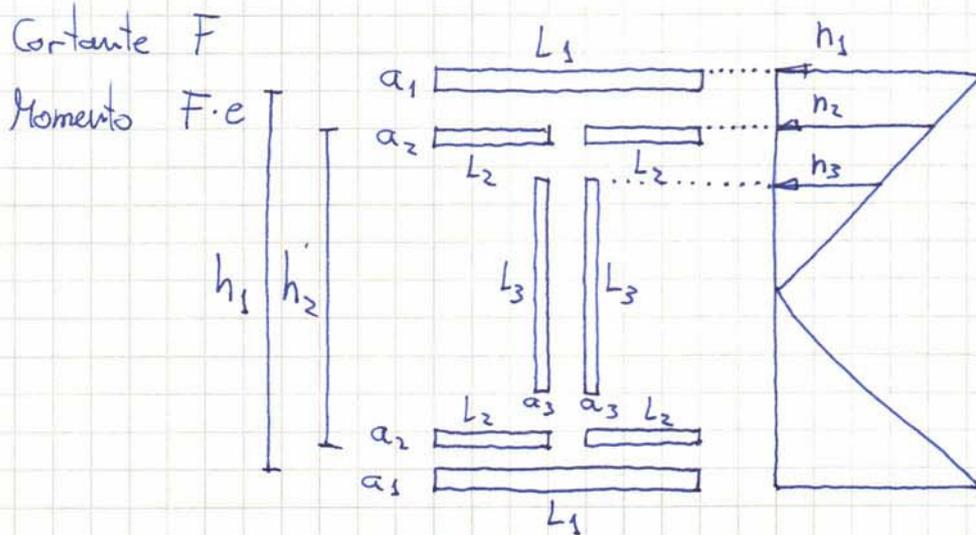
$$t_{\parallel} = \frac{F \cdot e}{(hta)La}$$

Plano garganta

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{F}{2aL} \\ \tau_{\perp} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{F}{2aL} \\ \tau_{\parallel} &= \frac{F \cdot e}{(hta)La} \end{aligned} \right\} \sqrt{\sigma^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)} \leq \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}}$$



6) Caso 10. (EA-75). Flex. simple. Sold. front., longitud. y transv.



$$n_1 = \frac{F \cdot e}{I} \left( \frac{h_1}{2} + a_1 \right); \quad n_2 = \frac{F \cdot e}{I} \cdot \frac{h_2}{2}; \quad n_3 = \frac{F \cdot e}{I} \cdot \frac{L_3}{2}$$

$I \equiv$  Inercia de la sección completa de los planos abastidos

Suponemos q. todo el cortante se absorbe por el alma:

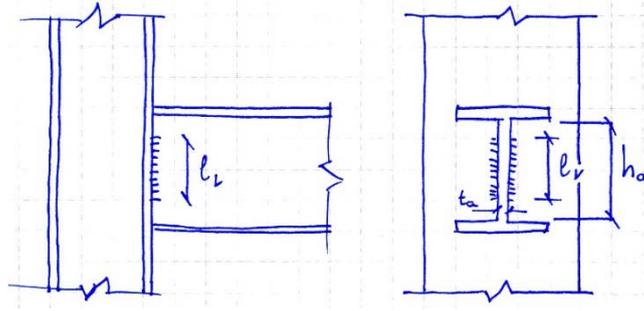
$$t_{\parallel 3} = \frac{F}{2 a_3 L_3}$$

$$\boxed{a_1} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} n_1 \\ \tau_{\perp 1} = -\frac{\sqrt{2}}{2} n_1 \end{array} \right.$$

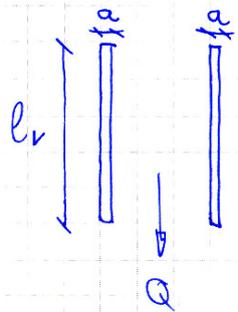
$$\boxed{a_2} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} n_2 \\ \tau_{\perp 2} = -\frac{\sqrt{2}}{2} n_2 \end{array} \right.$$

$$\boxed{a_3} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_3 = \frac{\sqrt{2}}{2} n_3 \\ \tau_{\perp 3} = -\frac{\sqrt{2}}{2} n_3 \\ \tau_{\parallel 3} = t_{\parallel 3} \end{array} \right.$$

Para cada garganta se aplica la condición de agotamiento.

**Ejercicio 7****Unión articulada viga-columna mediante cordones de alma****a) Diseño de la unión a resistencia parcial**

Una distribución de tensiones en equilibrio con el esfuerzo cortante a transmitir puede ser:



$$\tau_{\parallel} = t_{\parallel} = \frac{Q}{2al_v}$$

$$\sqrt{\sigma^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)} = \sqrt{3}\tau_{\parallel} = \frac{\sqrt{3}Q}{2al_v} \leq \frac{f_u}{\beta_W \gamma_{M2}}$$

Despejando la garganta:

$$a \geq \frac{\sqrt{3}\gamma_{M2}\beta_W Q}{2f_u l_v} = \frac{1,08\beta_W Q}{f_u l_v}$$

Si el cortante  $Q$  a transmitir es pequeño, la unión debe dimensionarse mediante un cortante de valor  $Q = \max [Q, Q_{\max}/3]$ , siendo  $Q_{\max}$  el cortante máximo resistente del perfil de la viga.

**b) Diseño de la unión a resistencia total**

Los cordones de soldadura tienen que dimensionarse frente al cortante máximo que es capaz de resistir el perfil de la viga:

$$Q_{\max} = V_{c,Rd} = V_{pl,Rd} = A_V \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}} = ht_w \frac{f_y/1,05}{\sqrt{3}}$$

siendo  $h$  el canto del perfil y  $t_w = t_a$  el espesor del alma

Sustituyendo en la expresión de la garganta:

$$a \geq \frac{1,08\beta_W Q_{\max}}{f_u l_v} = 0,595 \frac{\beta_W f_y}{f_u} \frac{h t_w}{l_v} = 0,32 h t_w / l_v$$

Para acero S-275  
y perfil IPE

Se recomienda un valor de  $l_v \in [h/2, 2h/3]$

Si  $l_v = h/2$ :

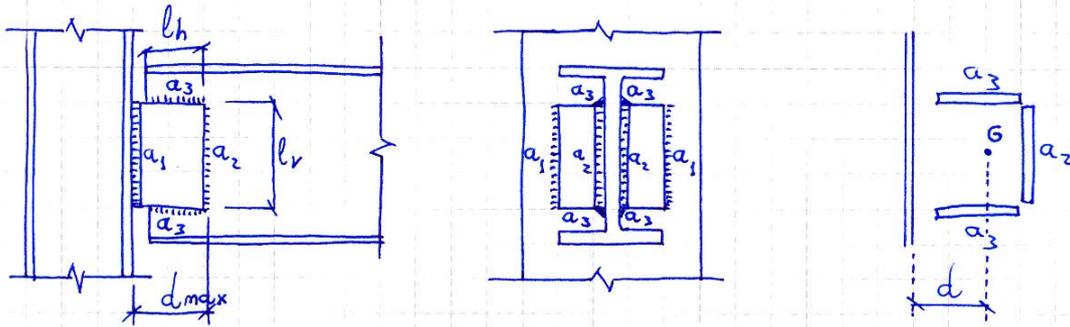
$$a \geq 0,595 \frac{\beta_W f_y}{f_u} \frac{h t_w}{l_v} = 1,19 \frac{\beta_W f_y}{f_u} t_w = 0,65 t_w$$

Para acero S-275  
y perfil IPE

Si  $l_v = 2h/3$ :

$$a \geq 0,595 \frac{\beta_W f_y}{f_u} \frac{h t_w}{l_v} = 0,893 \frac{\beta_W f_y}{f_u} t_w = 0,49 t_w$$

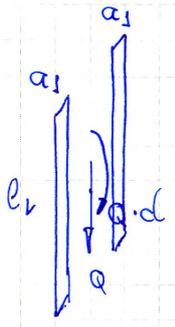
Para acero S-275  
y perfil IPE

**Ejercicio 8 (resolución paramétrica)****Unión articulada viga-columna mediante angulares**

Por la viga se transmite un cortante  $Q$  a la columna, existiendo una excentricidad  $d$  al c.d.g. de los cordones 2 y 3, por lo que aparece un momento  $M = Q d$ .

**1. Cordones  $a_1$** 

Una distribución de tensiones en equilibrio con  $Q$  y con  $M$  puede ser:



$$n = \frac{M}{I} \frac{l_v}{2} = \frac{Qd}{2 \frac{1}{12} a_1 l_v^3} \frac{l_v}{2} = \frac{3Qd}{a_1 l_v^2}$$

$$t_{\parallel} = \frac{Q}{2l_v a_1}$$

Las tensiones en el plano de la garganta resultan:

$$\sigma = \frac{\sqrt{2}}{2} n + \frac{\sqrt{2}}{2} t_{\perp} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{Qd}{a_1 l_v^2}$$

$$\tau_{\perp} = -\frac{\sqrt{2}}{2} n + \frac{\sqrt{2}}{2} t_{\perp} = -\frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{Qd}{a_1 l_v^2}$$

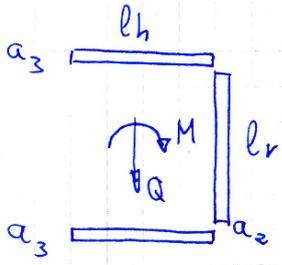
$$\tau_{\parallel} = t_{\parallel} = \frac{Q}{2l_v a_1}$$

Aplicándose, a continuación, el criterio de agotamiento:

$$\sqrt{\sigma^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)} \leq \frac{f_u}{\beta_W \gamma_{M2}}$$

$$\sigma \leq \frac{0,9f_u}{\gamma_{M2}}$$

## 2. Cordones $a_2$ y $a_3$



Podemos suponer que el cortante  $Q$  (ahora sería igual a la mitad del cortante total) lo absorbe el cordón vertical

$$t_{\parallel} = \frac{Q}{l_v a_2}$$

y que el momento  $M$  se reparte mediante un par de fuerzas en los cordones horizontales de valor  $F \approx M/l_v = Qd/l_v$ :

$$t_{\parallel} = \frac{Qd}{l_v l_h a_3}$$

Por tanto, para  $a_2$  resulta:

$$\sqrt{\sigma^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)} = \sqrt{3}\tau_{\parallel} = \frac{\sqrt{3}Q}{l_v a_2} \leq \frac{f_u}{\beta_W \gamma_{M2}}$$

$$a_2 \geq \frac{\sqrt{3}\gamma_{M2}\beta_W Q}{f_u l_v} = \frac{2,165\beta_W Q}{f_u l_v}$$

Y para  $a_3$ :

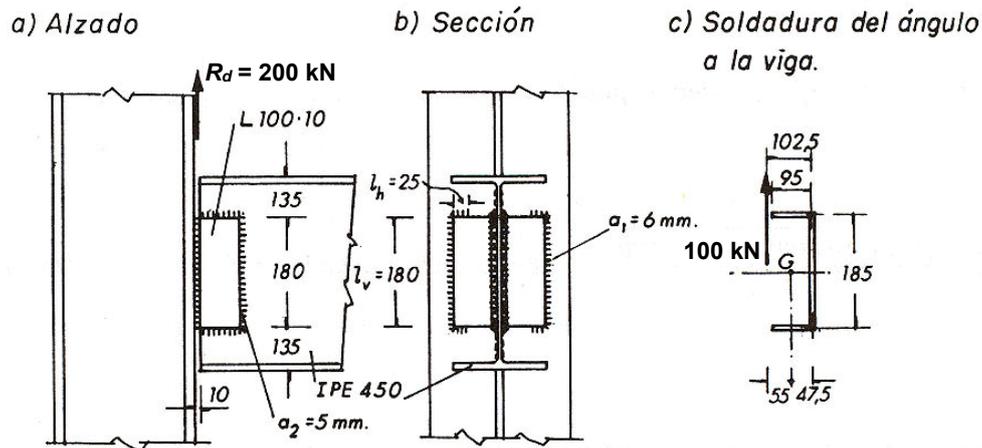
$$\sqrt{\sigma^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)} = \sqrt{3}\tau_{\parallel} = \frac{\sqrt{3}Qd}{l_v l_h a_3} \leq \frac{f_u}{\beta_W \gamma_{M2}}$$

$$a_3 \geq \frac{\sqrt{3}\gamma_{M2}\beta_W Qd}{f_u l_v l_h} = \frac{2,165\beta_W Qd}{f_u l_v l_h}$$

**Ejercicio 8 (aplicación numérica)**

Comprobar la unión viga columna articulada de la figura, utilizando casquillos de angular L 100×10, que ha de soportar una reacción de cálculo  $R_d = 200$  kN.

Acero S 275 JR. Cordones:  $a_1 = 6$  mm;  $a_2 = a_3 = 5$  mm.



Fuente: Argüelles R et al, 2001

**1. Cordones  $a_1$** 

Datos:  $Q = 2 \cdot 10^5$  N       $d = 55$  mm       $a_1 = 6$  mm  
 $l_v = 180$  mm       $f_u = 430$  MPa       $\beta_w = 0,85$        $\gamma_{M2} = 1,25$

Resultados:

$$\sigma = \frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{Qd}{a_1 l_v^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 55}{6 \cdot 180^2} = 120,03 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\perp} = -\frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{Qd}{a_1 l_v^2} = -120,03 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\parallel} = \frac{Q}{2l_v a_1} = \frac{2 \cdot 10^5}{2 \cdot 180 \cdot 6} = 92,59 \text{ MPa}$$

Al aplicar a continuación el criterio de agotamiento resulta:

$$\sqrt{\sigma^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)} = 288,70 \text{ MPa} \leq \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}} = 404,71 \text{ MPa}$$

$$\sigma = 120,03 \text{ MPa} \leq \frac{0,9f_u}{\gamma_{M2}} = 309,60 \text{ MPa}$$

✓

**2. Cordones  $a_2$  y  $a_3$** 

Datos:  $Q = 10^5 \text{ N}$        $d = 55 \text{ mm}$        $a_2 = a_3 = 5 \text{ mm}$        $l_v = 180 \text{ mm}$   
 $l_h = 90 \text{ mm}$        $f_u = 430 \text{ MPa}$        $\beta_w = 0,85$        $\gamma_{M2} = 1,25$

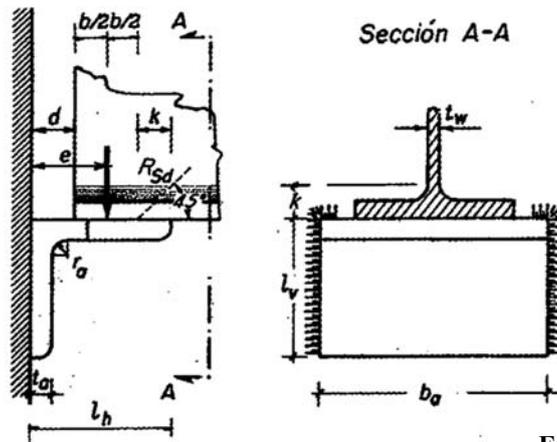
Resultados:

Para  $a_2$ :

$$\sqrt{\sigma^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)} = \sqrt{3}\tau_{\parallel} = \frac{\sqrt{3}Q}{l_v a_2} = 192,45 \text{ MPa} \leq \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}} = 404,71 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

Para  $a_3$ :

$$\sqrt{\sigma^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)} = \sqrt{3}\tau_{\parallel} = \frac{\sqrt{3}Qd}{l_v l_h a_3} = 117,61 \text{ MPa} \leq \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}} = 404,71 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

**Ejercicio 9 (resolución paramétrica)**

Fuente: Argüelles R et al, 2007

**Unión articulada viga-columna mediante apoyo sobre casquillo no rigidizado****a) Punto de aplicación de la reacción  $R_{Sd}$** 

a1) Según las especificaciones del AISC, la reacción  $R_{Sd}$  se propaga con un ángulo de  $45^\circ$  a través del ala de la viga y hacia la sección del alma donde termina el radio de acuerdo. En esta sección la tensión es uniforme de valor  $f_y$ , extendiéndose en una longitud

$$L = b/2 + b/2 + k = b + k$$

con  $k = t_f$  (espesor ala de la viga) +  $r$  (radio de acuerdo de la transición ala-alma de la viga).

Por tanto, se debe cumplir que  $R_{Sd} = (b + k) t_w f_y$

Despejando  $b$  (ancho de la distribución de tensiones de reacción en el angular) se obtiene

$$b = \frac{R_{Sd}}{t_w f_y} - k$$

Al distribuirse estas tensiones a través del ala de la viga y concentrarse sobre el angular, el punto de aplicación de  $R_{Sd}$  se sitúa en

$$e = d + b/2$$

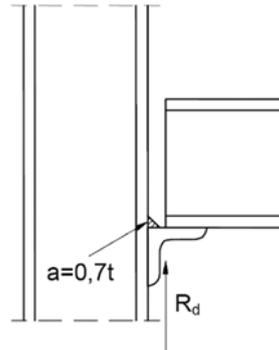
y al sustituir dentro de esta ecuación la expresión de  $b$  se obtiene

$$e = d + \frac{R_{Sd}}{2t_w f_y} - \frac{k}{2}$$

Para evitar que la reacción  $R_{sd}$  provoque una plastificación del alma de la viga bajo tensiones normales, el angular debe contar con un lado mínimo

$$l_b \geq d + b = d + \frac{R_{sd}}{t_w f_y} - k$$

a2) Según el CTE DB SE-A, el punto de aplicación de  $R_{sd}$  actúa sobre el extremo de la viga



### b) Comprobación a flexión del angular

El cortante  $R_{sd}$  transmitido por la viga produce un momento en la sección del angular donde empieza el radio de acuerdo igual a

$$M = R_{sd}(e - t_a - r_a)$$

El módulo resistente de esa sección es

$$W = \frac{I}{t_a/2} = \frac{\frac{1}{12} b_a t_a^3}{t_a/2} = \frac{b_a t_a^2}{6}$$

La comprobación a resistencia será

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{6R_{sd}(e - t_a - r_a)}{b_a t_a^2} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

**c) Comprobación a cortante del angular**

El cortante transmitido por la viga  $R_{Sd}$  produce una tensión tangencial máxima en la sección del angular donde empieza el radio de acuerdo que debe cumplir

$$\tau_{\max} = 1,5 \frac{R_{Sd}}{b_a t_a} \leq \frac{(f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M0}}$$

**d) Comprobación de los cordones de soldadura**

d1) Como distribución de tensiones en equilibrio con el cortante  $R_{Sd}$  y con el momento  $M = R_{Sd}e$  se puede emplear la misma del problema 2 para los cordones  $a_1$ :

$$n = \frac{M}{I} \frac{l_v}{2} = \frac{R_{Sd}e}{2 \frac{1}{12} a l_v^3} \frac{l_v}{2} = \frac{3 R_{Sd}e}{a l_v^2}$$

$$t_{\parallel} = \frac{R_{Sd}}{2 l_v a}$$

Las tensiones en el plano de la garganta resultan

$$\sigma = \frac{\sqrt{2}}{2} n + \frac{\sqrt{2}}{2} t_{\perp} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{R_{Sd}e}{a l_v^2}$$

$$\tau_{\perp} = -\frac{\sqrt{2}}{2} n + \frac{\sqrt{2}}{2} t_{\perp} = -\frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{R_{Sd}e}{a l_v^2}$$

$$\tau_{\parallel} = t_{\parallel} = \frac{R_{Sd}}{2 l_v a}$$

Aplicándose, a continuación, el criterio de agotamiento

$$\sqrt{\sigma^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)} \leq \frac{f_u}{\beta_W \gamma_{M2}}$$

$$\sigma \leq \frac{f_u}{\gamma_{M2}}$$

d2) CTE DB SE-A: Se considerará válido el cordón de soldadura si tiene una anchura de garganta de 0,7 veces el espesor del ala del angular.

**Caso particular: Diseño de la unión a resistencia total**

El cortante máximo  $R_{Sd,max}$  transmitido por la viga será el cortante resistente de la sección:

$$R_{Sd,max} = V_{c,Rd} = V_{pl,Rd} = A_V \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}} = ht_w \frac{f_y/1,05}{\sqrt{3}} = \frac{ht_w f_y}{1,82}$$

siendo  $h$  el canto de la sección de la viga y  $t_w$  el espesor del alma.

Sustituyendo en las expresiones de comprobación anteriores se tiene:

Ancho de la distribución de tensiones de reacción en el angular  $b = \frac{R_{Sd,max}}{t_w f_y} - k = \frac{h}{1,82} - k$

Punto de aplicación de  $R_{Sd,max}$   $e = d + \frac{b}{2} = d + \frac{h}{3,64} - \frac{k}{2}$

Lado mínimo del angular  $l_b \geq d + b = d + \frac{h}{1,82} - k$

Comprobación a flexión del angular  $3,46ht_w(e - t_a - r_a) \leq b_a t_a^2$

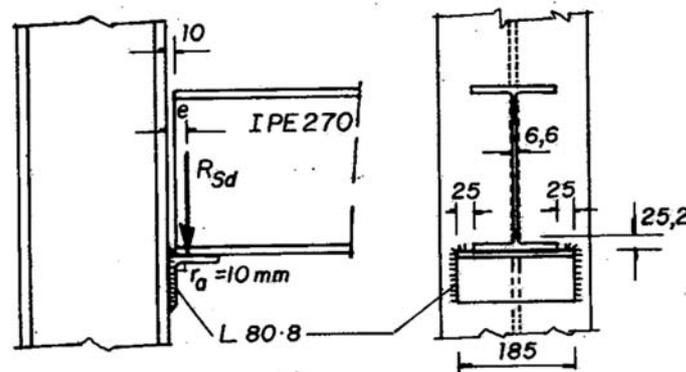
Comprobación a cortante del angular  $1,5ht_w \leq b_a t_a$

Comprobación de los cordones de soldadura

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{\sqrt{2}}{2}n + \frac{\sqrt{2}}{2}t_{\perp} = 1,17 \frac{ht_w e}{a l_v^2} f_y \\ \tau_{\perp} &= -\frac{\sqrt{2}}{2}n + \frac{\sqrt{2}}{2}t_{\perp} = -1,17 \frac{ht_w e}{a l_v^2} f_y \\ \tau_{\parallel} &= t_{\parallel} = 0,275 \frac{ht_w}{l_v a} f_y \end{aligned} \quad \begin{aligned} \sqrt{\sigma^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)} &\leq \frac{f_u}{\beta_W \gamma_{M2}} \\ \sigma &\leq \frac{f_u}{\gamma_{M2}} \end{aligned}$$

**Ejercicio 9 (aplicación numérica)**

Comprobar el apoyo de una viga IPE 270 sobre un casquillo de angular 80×8 sin rigidizar, que ha de resistir una reacción de cálculo  $R_{Sd} = 70$  kN. Acero S 275 JR. Cordones de soldadura con garganta de 5 mm.



Fuente: Argüelles R et al, 2007

**a) Punto de aplicación de la reacción  $R_{Sd}$** 

Según las especificaciones del AISC, el ancho de la distribución de tensiones de reacción en el angular es

$$b = \frac{R_{Sd}}{t_w f_y} - k = \frac{70000}{6,6 \cdot 275} - 25,2 = 13,37 \text{ mm}$$

El punto de aplicación de  $R_{Sd}$  se sitúa en

$$e = d + b/2 = 10 + 13,37/2 = 16,68 \text{ mm}$$

Para evitar que la reacción  $R_{Sd}$  provoque una plastificación del alma de la viga bajo tensiones normales, el angular debe contar con un lado mínimo

$$l_b = 80 \text{ mm} \geq d + b = 10 + 13,37 = 23,37 \text{ mm}$$

**b) Comprobación a flexión del angular**

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{6R_{Sd}(e - t_a - r_a)}{b_a t_a^2} = \frac{6 \cdot 70000(16,68 - 8 - 10)}{185 \cdot 8^2} = -46,82 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

No es necesaria la comprobación al resultar  $\sigma$  negativa, lo que significa que la sección de comprobación (donde empieza el radio de acuerdo) se sitúa por detrás (a la derecha) de  $R_{Sd}$ .

**c) Comprobación a cortante del angular**

$$\tau_{\max} = 1,5 \frac{R_{Sd}}{b_a t_a} = 1,5 \frac{70000}{185 \cdot 8} = 70,95 \text{ MPa} \leq \frac{(f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M0}} = \frac{(275 / \sqrt{3})}{1,05} = 151,21 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

**d) Comprobación de los cordones de soldadura**

Las tensiones en el plano de la garganta resultan

$$\sigma = \frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{R_{Sd} e}{a l_v^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{70000 \cdot 16,68}{5 \cdot 80^2} = 77,40 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\perp} = -\frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{R_{Sd} e}{a l_v^2} = -77,40 \text{ MPa}$$

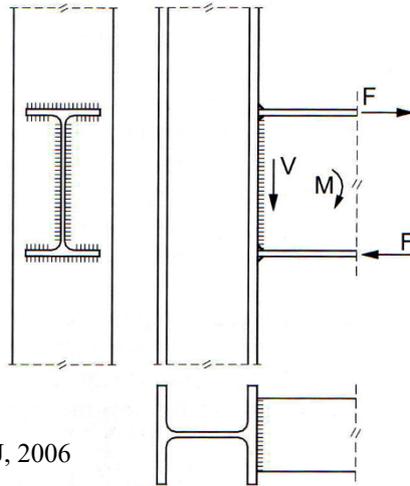
$$\tau_{\parallel} = t_{\parallel} = \frac{R_{Sd}}{2 l_v a} = \frac{70000}{2 \cdot 80 \cdot 5} = 87,5 \text{ MPa}$$

Y al aplicar el criterio de agotamiento se tiene

$$\sqrt{\sigma^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)} = \sqrt{77,40^2 + 3[(-77,40)^2 + 87,5^2]} = 216,64 \leq \frac{f_u}{\beta_w \gamma_{M2}} = 404,71 \text{ MPa}$$

$$\sigma = 77,40 \text{ MPa} \leq \frac{0,9 f_u}{\gamma_{M2}} = 309,60 \text{ MPa} \quad \checkmark$$

**Ejercicio 10 (resolución paramétrica)**



Fuente: Monfort J, 2006

**Unión rígida no reforzada**

Subíndices:

- b* viga
- c* pilar
- f* ala
- w* alma

**a) Zona solicitada a tracción**

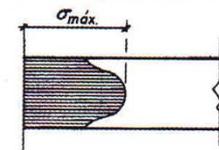
a1) *Comprobación del ala del pilar*

El ala traccionada de la viga presenta una distribución de

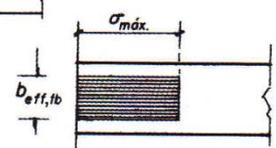
tensiones no uniforme. Para abordar el problema

se considera una distribución uniforme con un ancho eficaz  $b_{ef,fb}$

Distribución real de tensiones en el ala superior de la viga.



Distribución uniforme de tensiones en el ancho eficaz



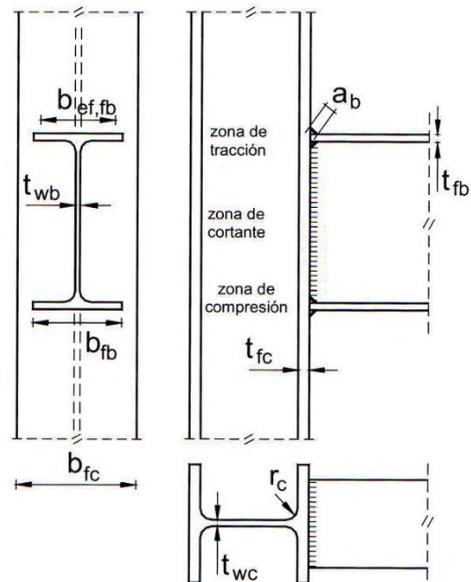
$$b_{ef,fb} = t_{wc} + 2r_c + 7 \frac{f_{yc} t_{fc}^2}{f_{yb} t_{fb}} \leq t_{wc} + 2r_c + 7t_{fc} \quad (\text{en pilares armados } \Rightarrow r_c = \sqrt{2a_c})$$

La resistencia a tracción de cálculo que, como máximo, puede admitir el ala del pilar sin rigidizar, para perfiles laminados, es

$$F_{t,fc,Rd} = \frac{f_{yb} t_{fb} b_{ef,fb}}{\gamma_{M0}}$$

Si  $F_{t,fc,Rd} < 0,7 f_{yb} t_{fb} b_{fb} / \gamma_{M0}$  (70% de la resistencia completa del ala de la viga), es decir, si

$$b_{ef,fb} < 0,7 b_{fb} \Rightarrow \text{La unión debe rigidizarse}$$



Fuente: Monfort J, 2006

a2) *Soldadura unión ala viga-pilar*  $\Rightarrow$  Dimensionarla para la resistencia completa del ala viga

a3) *Comprobación a tracción transversal del alma del pilar*

La comprobación de resistencia a la tracción transversal del alma del pilar sin rigidizar es

$$F_{t,wc,Rd} = \frac{f_{yc} t_{wc} b_{ef,wc}}{\gamma_{M0}} \geq F_{t,Ed} \cong \frac{M_{b,Ed}}{z_b}$$

siendo  $b_{ef,wc} = t_{fb} + 2\sqrt{2}a_b + 5(t_{fc} + r_c)$  (en pilares armados  $\Rightarrow r_c = \sqrt{2}a_c$ )

$M_{b,Ed}$  momento de cálculo en la viga

$z_b$  distancia entre centros de las alas de la viga

El alma se puede reforzar mediante una chapa de alma o rigidizadores.

**b) Zona solicitada a compresión (aplastamiento plástico del alma del pilar)**

La resistencia de cálculo al aplastamiento del alma del pilar sin rigidizar es

$$F_{c,wc,Rd} = \frac{f_{yc} t_{wc} b_{ef,wc}}{\gamma_{M0}} \left( 1,25 - 0,5 \frac{\gamma_{M0} \sigma_{n,Ed}}{f_{yc}} \right) \leq \frac{f_{yc} t_{wc} b_{ef,wc}}{\gamma_{M0}}$$

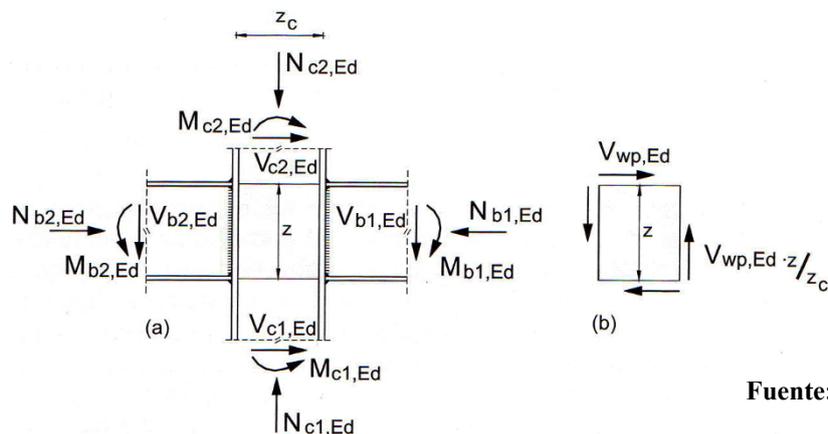
La comprobación de resistencia al aplastamiento del alma del pilar sin rigidizar es

$$F_{c,wc,Rd} \geq F_{c,Ed} \cong \frac{M_{b,Ed}}{z_b}$$

con  $\sigma_{n,Ed}$  tensión normal de compresión en el alma del pilar debida a la flexocompresión actuante sobre él

**c) Zona solicitada a esfuerzo cortante**

La zona de cortante corresponde al recuadro del alma del soporte limitado por las cabezas de las vigas, en cuyos lados actúan las solicitaciones obtenidas al calcular la estructura



Fuente: Monfort J, 2006

c1) *Comprobación a cortante*

Por equilibrio resultan los esf. cortantes de nudo  $V_{wp,Ed}$  que, para vigas de igual canto, son

$$V_{wp,Ed} = \frac{M_{b1,Ed} - M_{b2,Ed}}{z_b} - \frac{V_{c1,Ed} - V_{c2,Ed}}{2} \leq V_{wp,Rd} = \frac{0,9 f_y A_{vc}}{\sqrt{3} \gamma_{M0}}$$

con  $V_{wp,Rd}$  resistencia a cortante del alma no rigidizada del pilar

$A_{vc}$  área de cortante del pilar

Si no se cumple la comprobación, puede adosarse una chapa que aumente  $A_{vc}$  en el valor  $b_{stwc}$  (no se contará con más aumento aunque se coloque otra chapa al otro lado del alma).

c2) *Abolladura*

No se producirá abolladura si

$$\frac{d_c}{t_{wc}} < 60 \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

**d) Interacciones con el esfuerzo cortante**

Cuando el cortante de nudo es importante (uniones con viga a un sólo lado, o con diferencia apreciable entre los momentos de las vigas), debe considerarse la interacción entre el cortante y los demás esfuerzos de tracción o compresión sobre el nudo, por medio de un factor  $\omega$  de reducción de las resistencias  $F_{t,wc,Rd}$  y  $F_{c,wc,Rd}$ , obtenido para cada lado de la unión mediante:

$$\begin{array}{l} 0,5 < \beta < 1 \quad ; \quad \omega = \omega_1 + 2(1 - \beta)(1 - \omega_1) \\ \beta = 1 \quad ; \quad \omega = \omega_1 \\ 1 < \beta < 2 \quad ; \quad \omega_1 + (\beta - 1)(\omega_2 - \omega_1) \\ \beta = 2 \quad ; \quad \omega = \omega_2 \end{array}$$

con

$$\beta_1 = \left| \frac{M_{j,b1,Ed} - M_{j,b2,Ed}}{M_{j,b1,Ed}} \right| \leq 2, \quad \beta_2 = \left| \frac{M_{j,b2,Ed} - M_{j,b1,Ed}}{M_{j,b2,Ed}} \right| \leq 2$$

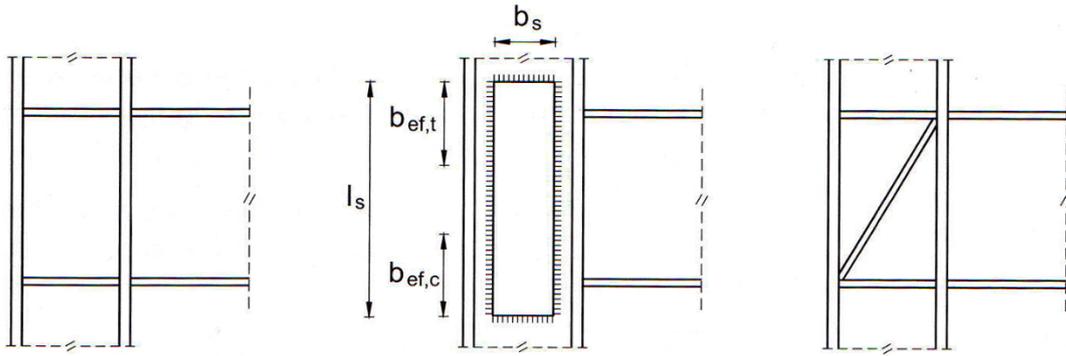
$\beta_1$  (lado dcho. del nudo)

$\beta_2$  (lado izqdo. del nudo)

y siendo

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + 1,3 \left( \frac{b_{ef,wc} t_{wc}}{A_{vc}} \right)^2}}; \quad \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + 5,2 \left( \frac{b_{ef,wc} t_{wc}}{A_{vc}} \right)^2}}$$

Fuente: CTE DB SE-A, 2006

**Tipos de refuerzos:****Fuente:** Monfort J, 2006

**Ejercicio 10 (aplicación numérica)**

En el nudo del pórtico representado en la figura se presentan los siguientes esfuerzos:

**Viga:**

$$N_{b,Ed} = -65 \text{ kN}$$

$$V_{b,Ed} = 277 \text{ kN}$$

$$M_{b,Ed} = 174 \text{ kNm}$$

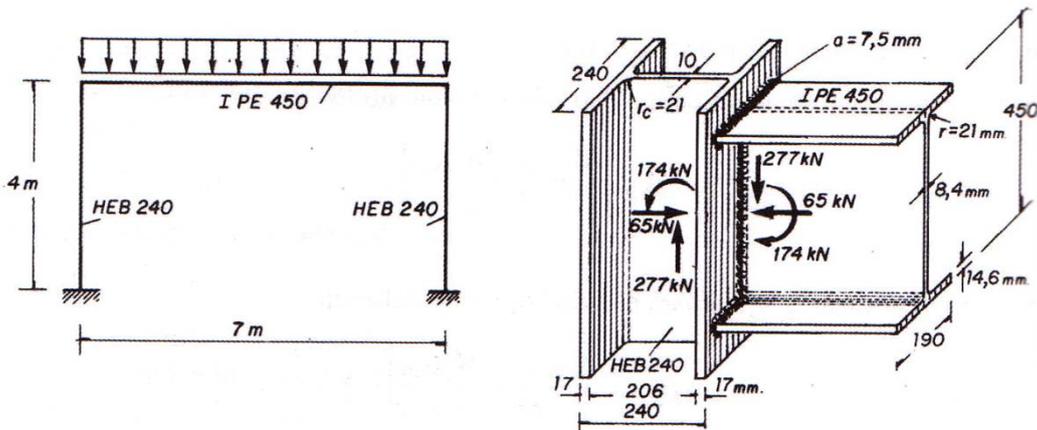
**Pilar:**

$$N_{c,Ed} = -277 \text{ kN}$$

$$V_{c,Ed} = 65 \text{ kN}$$

$$M_{c,Ed} = 174 \text{ kNm}$$

Se pide estudiar la posibilidad de realizar la unión rígida sin refuerzos. Acero S 275 JR.



Fuente: Argüelles R et al, 2007

a) **Zona solicitada a tracción**

a1) *Comprobación del ala del pilar*

Ancho eficaz del ala de la viga

$$b_{ef,fb} = t_{wc} + 2r_c + 7 \frac{f_{yc} t_{fc}^2}{f_{yb} t_{fb}} = 10 + 2 \cdot 21 + 7 \frac{275 \cdot 17^2}{275 \cdot 14,6} = 190,56 \text{ mm}$$

pero  $b_{ef,fb} \leq t_{wc} + 2r_c + 7t_{fc} = 10 + 2 \cdot 21 + 7 \cdot 17 = 171 \text{ mm}$

luego  $b_{ef,fb} = 171 \text{ mm}$

Al ser  $b_{ef,fb} = 171 > 0,7b_{fb} = 0,7 \cdot 190 = 133 \text{ mm} \Rightarrow$  No es necesario rigidizar la unión

a2) *Soldadura unión ala viga-ala pilar*

Se dimensiona para asegurar la resistencia completa del ala de la viga que, por unidad de anchura, es

$$275 \cdot 14,6 / 1,05 = 3823,81 \text{ N/mm}$$

La tensión normal en el plano abatido de la garganta es

$$n = 3823,81/2/7,5 = 254,92 \text{ MPa}$$

Las tensiones en el plano de la garganta resultan

$$\sigma = \frac{\sqrt{2}}{2} n = 180,26 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\perp} = -\frac{\sqrt{2}}{2} n = -180,26 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\parallel} = t_{\parallel} = 0$$

Y al aplicar el criterio de agotamiento se tiene

$$\sqrt{\sigma^2 + 3(\tau_{\perp}^2 + \tau_{\parallel}^2)} = \sqrt{180,26^2 + 3(-180,26)^2} = 360,51 \text{ MPa} \leq \frac{f_u}{\beta_W \gamma_{M2}} = 404,71 \text{ MPa}$$

$$\sigma = 180,26 \text{ MPa} \leq \frac{0,9f_u}{\gamma_{M2}} = 309,60 \text{ MPa}$$

√

a3) *Comprobación a tracción transversal del alma del pilar*

La comprobación de resistencia a la tracción transversal del alma del pilar sin rigidizar es

$$F_{t,wc,Rd} = \frac{f_{yc} t_{wc} b_{ef,wc}}{\gamma_{M0}} = \frac{275 \cdot 10 \cdot 225,81}{1,05} = 591,41 \text{ kN} \geq$$

$$\geq F_{t,Ed} \cong \frac{M_{b,Ed}}{z_b} = \frac{174}{(0,45 - 0,0146)} = 399,63 \text{ kN}$$

√

$$\text{con } b_{ef,wc} = t_{fb} + 2\sqrt{2}a_b + 5(t_{fc} + r_c) = 14,6 + 2\sqrt{2} \cdot 7,5 + 5(17 + 21) = 225,81 \text{ mm}$$

**b) Zona solicitada a compresión (aplastamiento plástico del alma del pilar)**

La tensión normal de compresión en el alma del pilar debida a la flexocompresión actuante sobre él es

$$\sigma_{n,Ed} = \frac{N_{c,Ed}}{A} + \frac{M_{c,Ed}}{I_y} y = \frac{277000}{10600} + \frac{174 \cdot 10^6}{113 \cdot 10^6} (120 - 21 - 17) = 26,13 + 126,27 = 152,40 \text{ MPa}$$

La resistencia de cálculo al aplastamiento del alma del pilar sin rigidizar es

$$F_{c,wc,Rd} = \frac{f_{yc} t_{wc} b_{ef,wc}}{\gamma_{M0}} \left( 1,25 - 0,5 \frac{\gamma_{M0} \sigma_{n,Ed}}{f_{yc}} \right) = \frac{275 \cdot 10 \cdot 225,81}{1,05} \left( 1,25 - 0,5 \frac{1,05 \cdot 152,40}{275} \right) =$$

$$= 591407 \cdot 0,959 = 567,16 \text{ kN}$$

$$F_{c,wc,Rd} = \frac{f_{yc} t_{wc} b_{ef,wc}}{\gamma_{M0}} \cdot 0,959 = 567,16 \text{ kN} \leq \frac{f_{yc} t_{wc} b_{ef,wc}}{\gamma_{M0}}$$

La comprobación de resistencia al aplastamiento del alma del pilar sin rigidizar es

$$F_{c,wc,Rd} = 567,16 \geq F_{c,Ed} \cong \frac{M_{b,Ed}}{z_b} = 399,63 \text{ kN} \quad \checkmark$$

### c) Zona solicitada a esfuerzo cortante

c1) *Comprobación a cortante*

$$V_{wp,Ed} = \frac{M_{b,Ed}}{z_b} = \frac{174}{0,45 - 0,0146} = 399,63 \text{ kN} \leq$$

$$\leq V_{wp,Rd} = \frac{0,9 f_y A_{vc}}{\sqrt{3} \gamma_{M0}} = \frac{0,9 \cdot 275 \cdot 3320}{\sqrt{3} \cdot 1,05} = 451,82 \text{ kN} \quad \checkmark$$

con  $A_{vc} = 3320 \text{ mm}^2$  (HEB 240)

c2) *Abolladura*

No se producirá abolladura si

$$\frac{d_c}{t_{wc}} = \frac{164}{10} = 16,4 < 60 \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 60 \sqrt{\frac{235}{275}} = 55,46$$

### d) Interacciones con el esfuerzo cortante

En uniones con viga a un sólo lado debe considerarse la interacción entre el cortante y los demás esfuerzos sobre el nudo, por medio de un factor  $w$  de reducción de las resistencias:

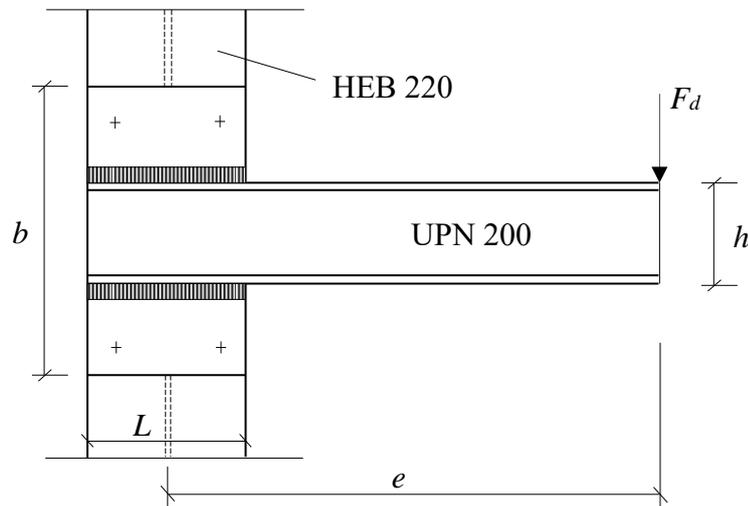
$$\text{Al ser } \beta_1 = 1 \Rightarrow \omega = \omega_1 \quad \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + 1,3 \left( \frac{b_{ef,wc} t_{wc}}{A_{vc}} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 1,3 \left( \frac{225,81 \cdot 10}{3320} \right)^2}} = 0,79$$

$$F_{t,wc,Rd} = 0,79 \cdot 591,41 = 467,21 \geq F_{t,Ed} = 399,63 \text{ kN} \quad \checkmark$$

$$F_{c,wc,Rd} = 0,79 \cdot 567,16 = 448,06 \geq F_{c,Ed} = 399,63 \text{ kN}$$

**Uniones soldadas. Ejercicios propuestos****Ejercicio 1**

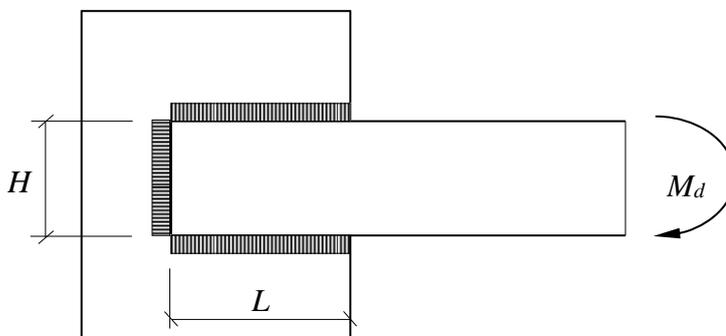
Dimensionar la unión soldada UPN-cartela de la figura.

**Datos:**

- $F_d = 50 \text{ kN}$
- $e = 0,80 \text{ m}$
- Acero S 275 JR

**Ejercicio 2**

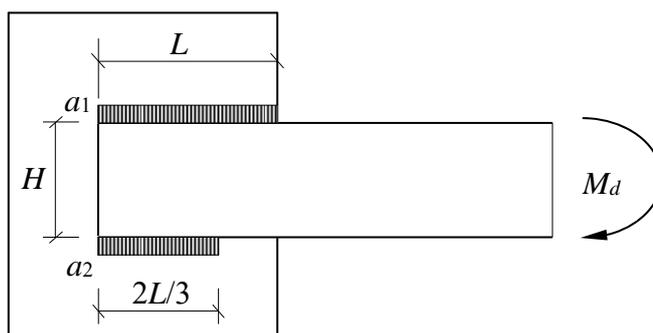
Dimensionar la unión soldada representada en la figura adjunta, con la condición de que el cordón vertical se encuentre solicitado.

**Datos:**

- $M_d = 50 \text{ kNm}$
- $H = 200 \text{ mm}$
- $L = 300 \text{ mm}$
- Acero S 275 JR
- Utilizar un único valor de garganta ( $a$ )

**Ejercicio 3**

Dimensionar la unión soldada representada en la figura adjunta.

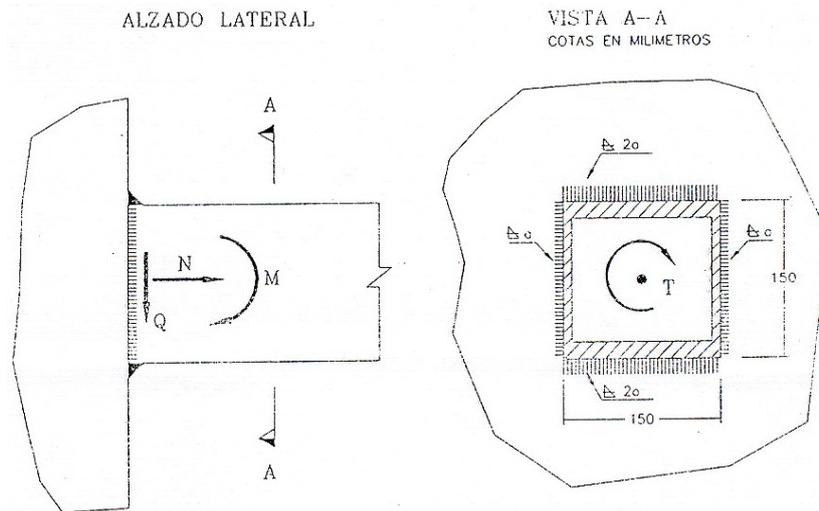
**Datos:**

- $M_d = 50 \text{ kNm}$
- $H = 200 \text{ mm}$
- $L = 300 \text{ mm}$
- Acero S 275 JR

### Ejercicio 4

Obtener una fórmula de dimensionamiento de la unión plana de la figura.

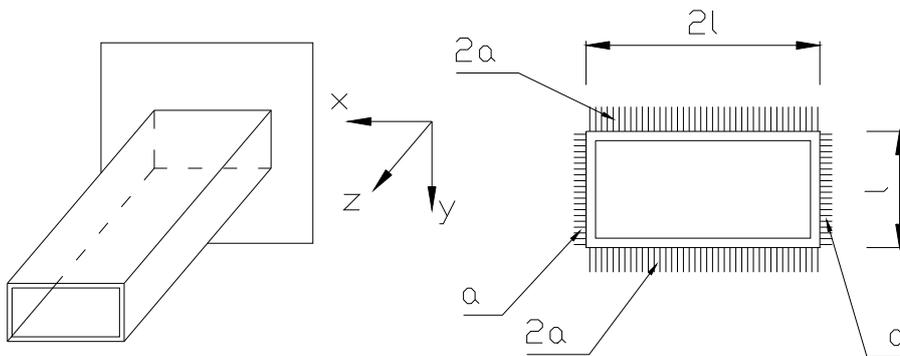
Utilizar acero S 275 JR.



Fuente: Atienza JR, 1994

### Ejercicio 5

Deducir la expresión que permite dimensionar  $a$  para la unión soldada de la figura.



Los esfuerzos de cálculo en la sección de empotramiento son:  $N$ ,  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_T$

Utilizar acero S 275 JR.