

## **TEMA 13**

### **APOYOS Y BASES**

CE, Anejo 26, Apdo. 6.2 “Resistencia de cálculo” y

CE, Anejo 19, Apdo. 6.7 “Zonas parcialmente cargadas”

1. APOYOS DE VIGAS

2. BASES DE PILARES

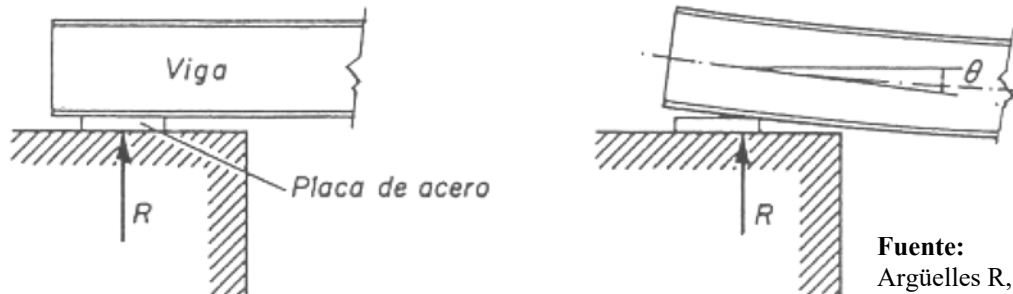
# 1. APOYOS DE VIGAS

Los tipos de apoyo dependen de:

- Hipótesis de cálculo utilizada
- Intensidad de las fuerzas
- Material del estribo (macizo de apoyo)

## 1) Placa de apoyo (dimensiones $a \times b$ )

- Concentración de tensiones en el borde de la placa
- Solo para cargas pequeñas



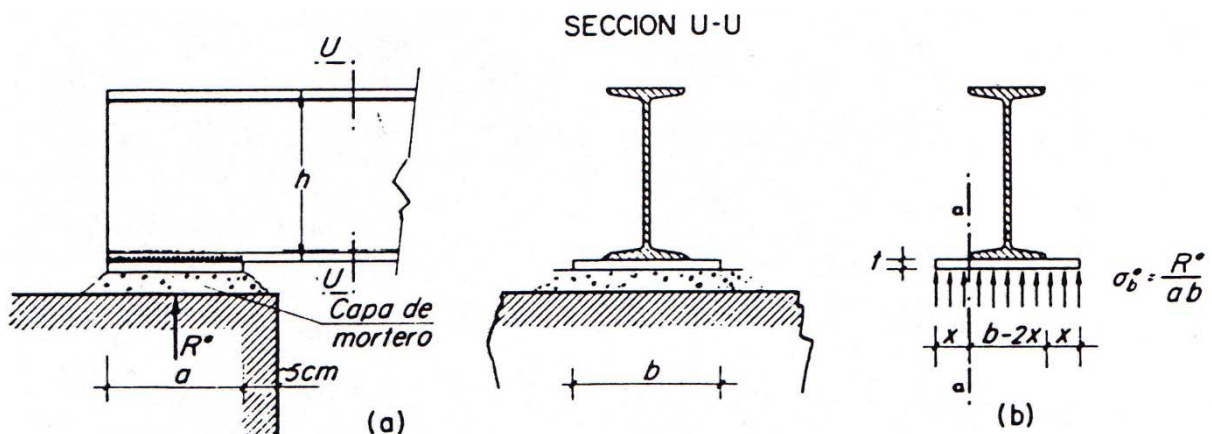
Fuente:  
Argüelles R, 2007

- Capa mortero cemento (10-20 mm) para un reparto más uniforme
- $200 \text{ mm} < \text{Longitud placa} < 150 + h/2 \text{ mm}$  ( $h$  canto viga)

- $a, b$  deben cumplir:  $\sigma_{b,Ed} = \frac{R_{Ed}}{ab} \leq \sigma_{b,adm,estribo}$

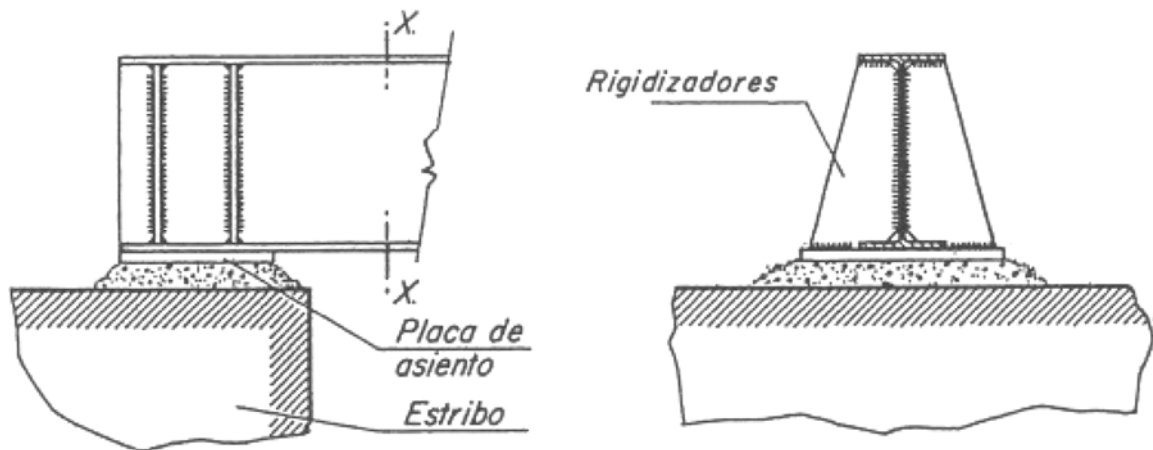
- Espesor placa, cálculo en tensiones (cl. 3), secc.  $\alpha\text{-}\alpha$ :  $t \geq x \sqrt{\frac{3\sigma_{b,Ed}}{f_{yd}}}$

- Espesor placa, cálculo en esfuerzos (cl. 1), secc.  $\alpha\text{-}\alpha$ :  $t \geq x \sqrt{\frac{2\sigma_{b,Ed}}{f_{yd}}}$



Fuente: Argüelles R, 1975

Si vuelos ( $x$ ) grandes, espesores ( $t$ ) excesivos  $\Rightarrow$  Disponer refuerzos

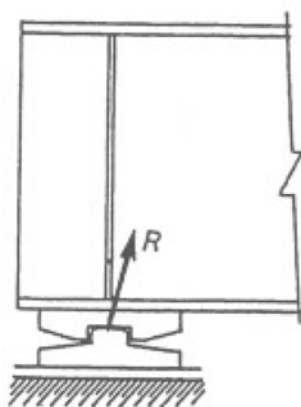


Fuente: Argüelles R, 2007

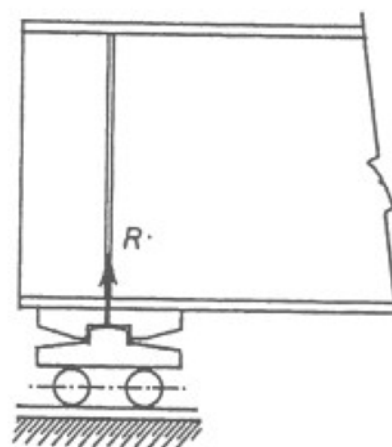
## 2) Piezas de acero moldeado (placas de asiento curvas)

- Para cargas mayores
- No varía el punto de aplicación de la carga (reacción)
- Se permite el giro del extremo de la viga
  - Articulación  $\Rightarrow$  Punto aplicación de la reacción invariable
  - Deslizadera  $\Rightarrow$  Punto aplicación y dirección de reacción invariables
- Ejecución complicada y costo elevado

a) Articulación

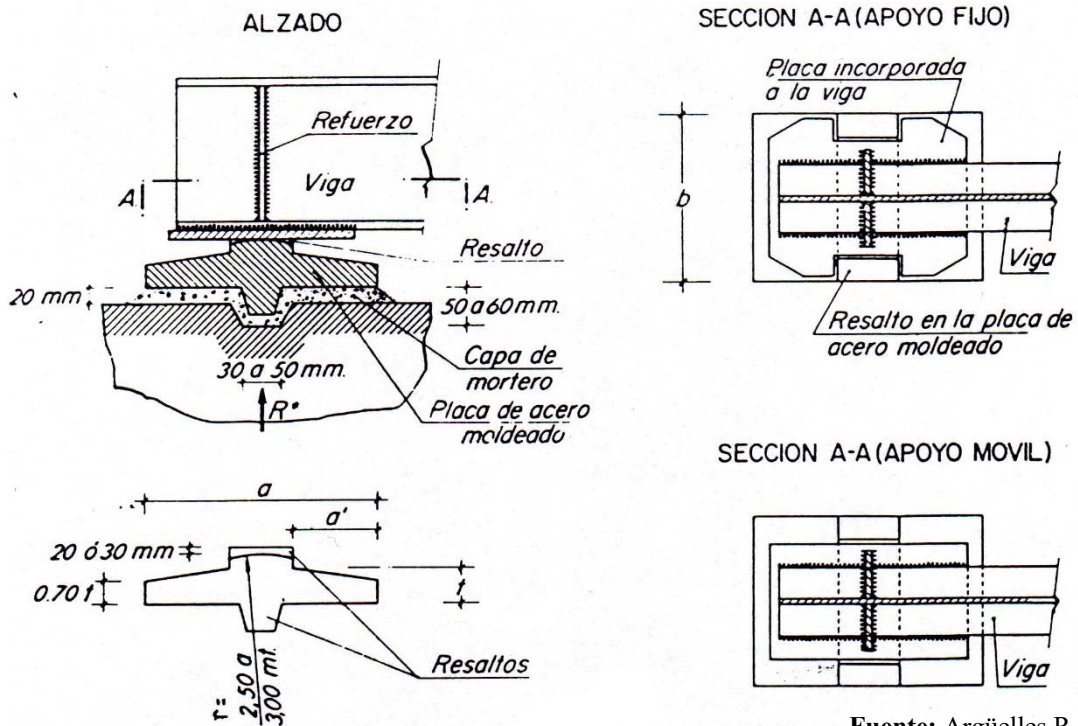


b) Deslizadera



Fuente: Argüelles R, 2007

• Para luces  $l < 20-25$  m y  $R < 400$  kN



Fuente: Argüelles R, 1975

Dos resaltos superiores en la placa de asiento hacen de tope transversal

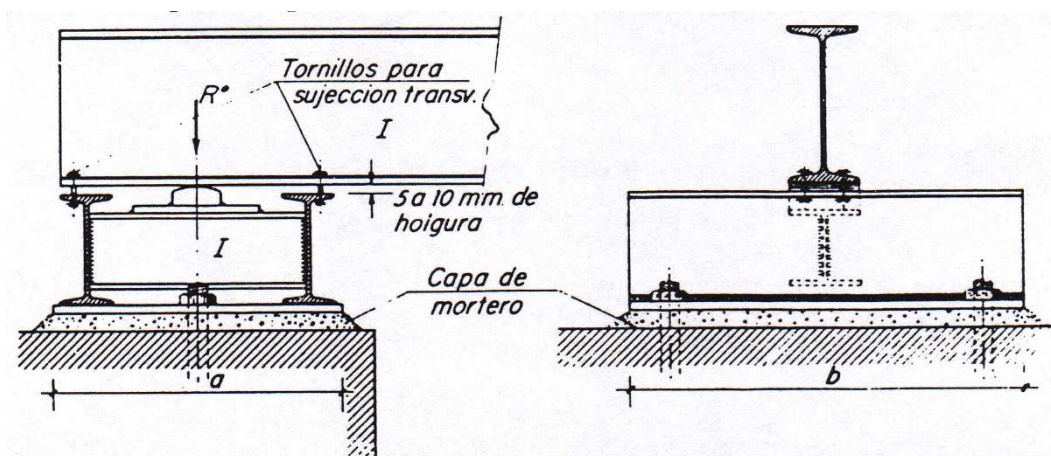
Apoyo fijo → Muecas en la placa de la viga que encajen en los resaltos de la placa de asiento

Apoyo móvil → Proporciona libertad de movimiento a dicha placa de la viga

Un resalto inferior en la placa de asiento evita el deslizamiento en el muro

Espesor placa, en tensiones:  $t \geq a' \sqrt{\frac{3 \left( \frac{R_{Ed}}{ab} \right)}{f_{yd}}}$  En esfuerzos:  $t \geq a' \sqrt{\frac{2 \left( \frac{R_{Ed}}{ab} \right)}{f_{yd}}}$

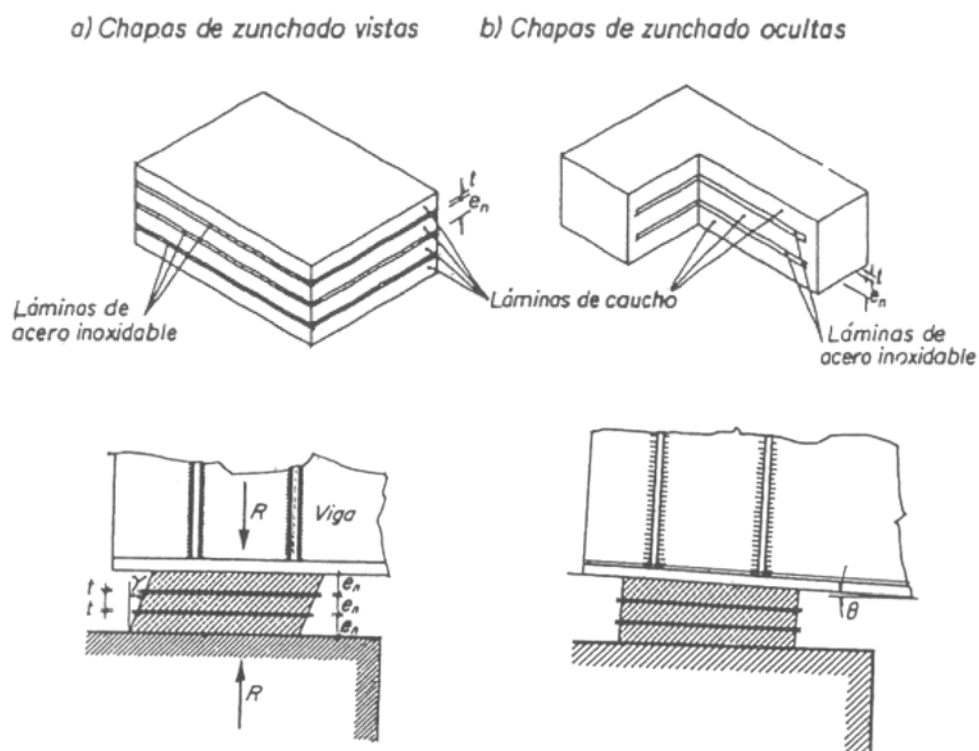
• Otro dispositivo para efectuar un apoyo fijo



Fuente: Argüelles R, 2001

### 3) Apoyos elastoméricos (o de neopreno)

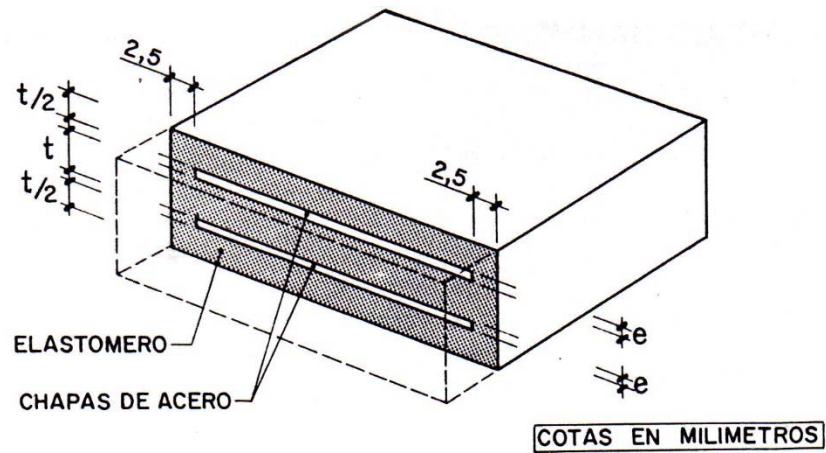
- Ventajas técnicas y económicas sobre apoyos tradicionales
- Neopreno o caucho sintético:
  - Propiedades elásticas del caucho natural
  - Resistencia a la corrosión y al envejecimiento
- Neopreno zunchado con láminas de acero  $\Rightarrow$  Disminuye la dilatación transversal y aumenta la carga
- Permiten desplazamientos horizontales (apoyo semifijo)
- Se debe permitir un desplazamiento  $\delta \approx 1 \text{ mm/m}$ , debido a las cargas exteriores y variaciones de temperatura, sin incluir las fuerzas horizontales (frenado, sismo)
- $\sigma_{placa} \leq \sigma_{adm, \text{estribo}}$



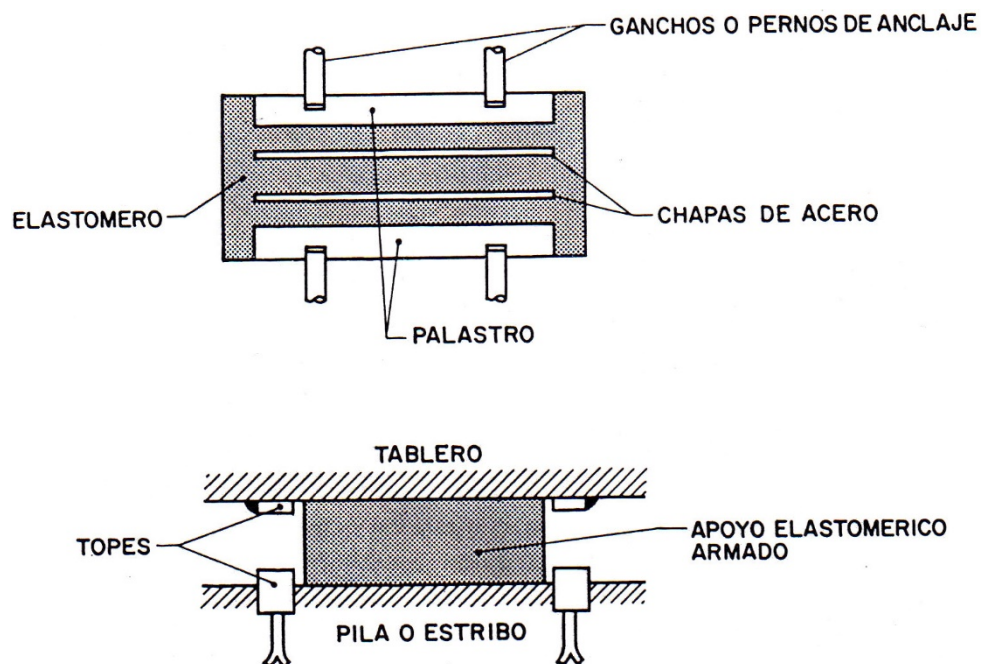
Fuente: Argüelles R, 2007

## TIPOS:

### - Apoyos elastoméricos armados o zunchados (apoyo semifijo)

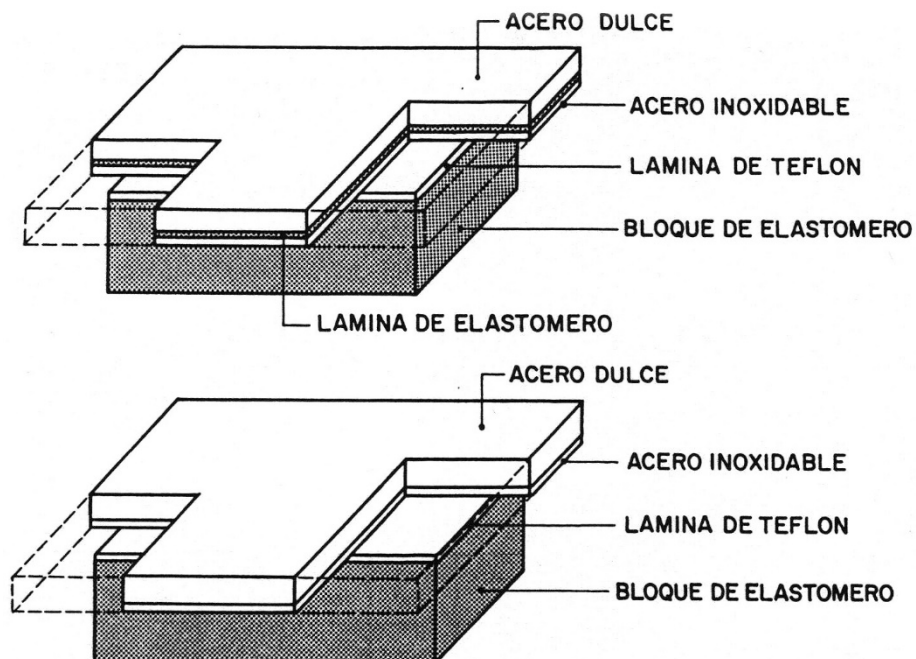


### - Apoyos elastoméricos armados anclados (apoyo fijo)



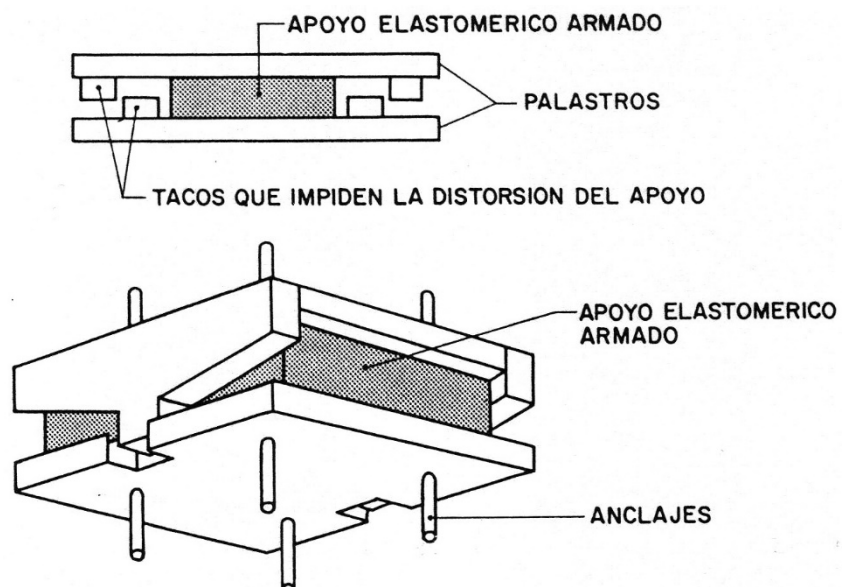
Fuente: MOPU, 1982

### - Apoyos elastoméricos armados deslizantes (apoyo móvil)



### - Apoyos elastoméricos armados especiales

La distorsión angular está limitada



Fuente: MOPU, 1982

## **CÁLCULO:**

- “Recomendaciones para el proyecto y puesta en obra de los apoyos elastoméricos para puentes de carretera” (MOPU, 1982)
- “Nota técnica sobre aparatos de apoyo para puentes de carretera” (Ministerio de Fomento, 1997)

### **Datos fundamentales para el cálculo:**

#### a) Referidos a las solicitudes exteriores

Por apoyo, se necesita:

- Carga máxima y mínima
- Fuerza horizontal
- Desplazamientos máximos
- Giro

#### b) El fabricante debe suministrar, como mínimo:

- Módulo de elasticidad del neopreno ( $E$ ,  $G$ )
- Límite elástico y tensión de rotura del acero de los zunchos

Interesante también:

- Distorsión admisible máxima
- Tensión de compresión admisible máxima
- Capacidad de rotación de cada lámina de neopreno
- Compresibilidad del apoyo

### **Comprobaciones:**

- Altura total del apoyo
- Deslizamientos
- Estabilidad frente a desplazamiento excesivo de la reacción
- Tensiones de compresión
- Tensiones tangenciales



## 2. BASES DE PILARES

- ARTICULADAS ( $N, Q$ )

Interesa reducir al máximo las flexiones a transmitir a la cimentación (p.ej. caso de terreno deficiente)

- Base articulada *con pasador* ( $N, Q$  elevados)
- Base articulada *con placa base no rigidizada* ( $N, Q$  moderados)

- EMPOTRADAS ( $N, Q, M$ )

- Base empotrada *con placa base no rigidizada* ( $N, Q, M$  moderados)
- Base empotrada *con placa base rigidizada* ( $N, Q, M$  elevados)

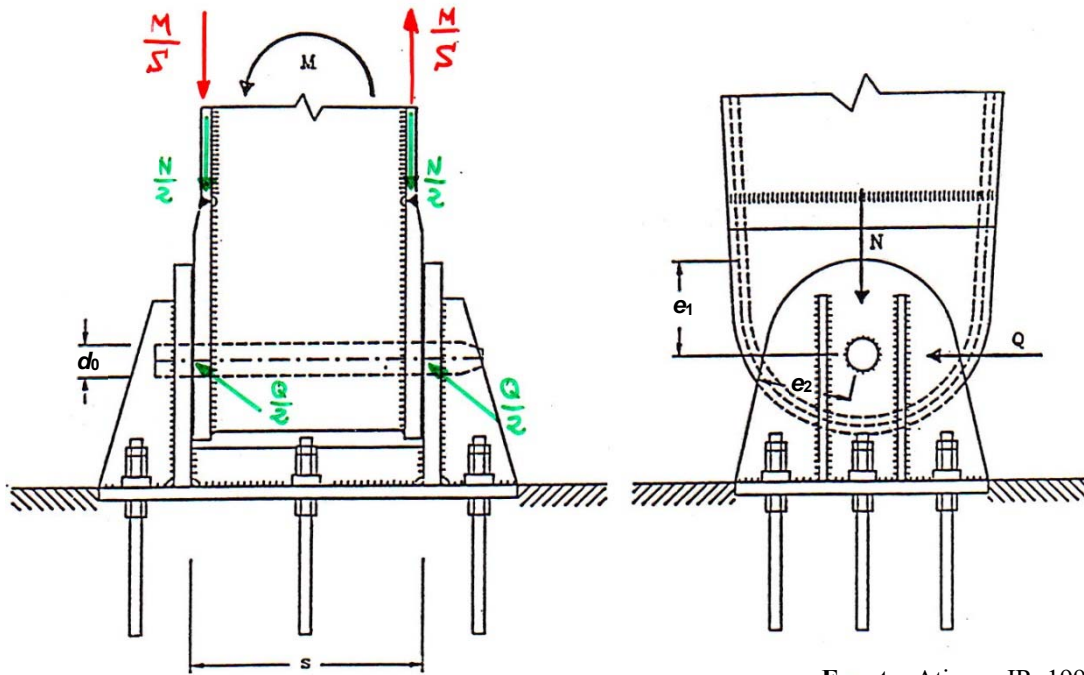
- TIPOS DE BASES ANALIZADAS

2.1) Base *con pasador* (articulada)

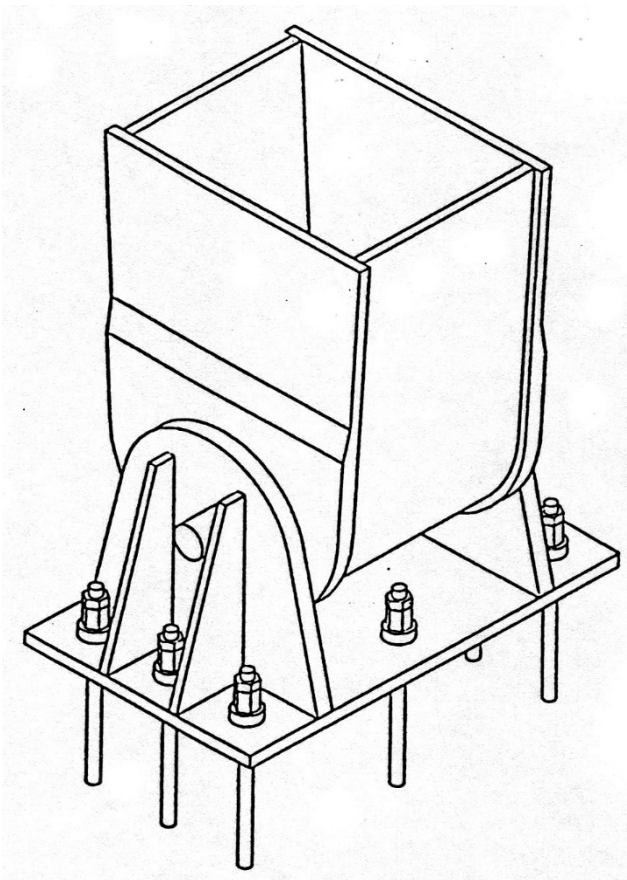
2.2) Base *con placa base no rigidizada* (se puede diseñar articulada o empotrada)

2.3) Base *con placa base rigidizada* (empotrada)

## 2.1 BASE ARTICULADA CON PASADOR



Fuente: Atienza JR, 1995



Fuente: Atienza JR, 1995

### Cortante en el pasador

$$F_{v,Ed} \leq F_{v,Rd}$$

$$F_{v,Ed} = \sqrt{\left(\frac{M}{S} + \frac{N}{2}\right)^2 + \left(\frac{Q}{2}\right)^2}$$

$$F_{v,Rd} = 0,6 A_f u / \gamma_{M2}$$

### Aplastamiento chapa

$$F_{b,Ed} \leq F_{b,Rd}$$

$$F_{b,Ed} = \sqrt{\left(\frac{M}{S} + \frac{N}{2}\right)^2 + \left(\frac{Q}{2}\right)^2}$$

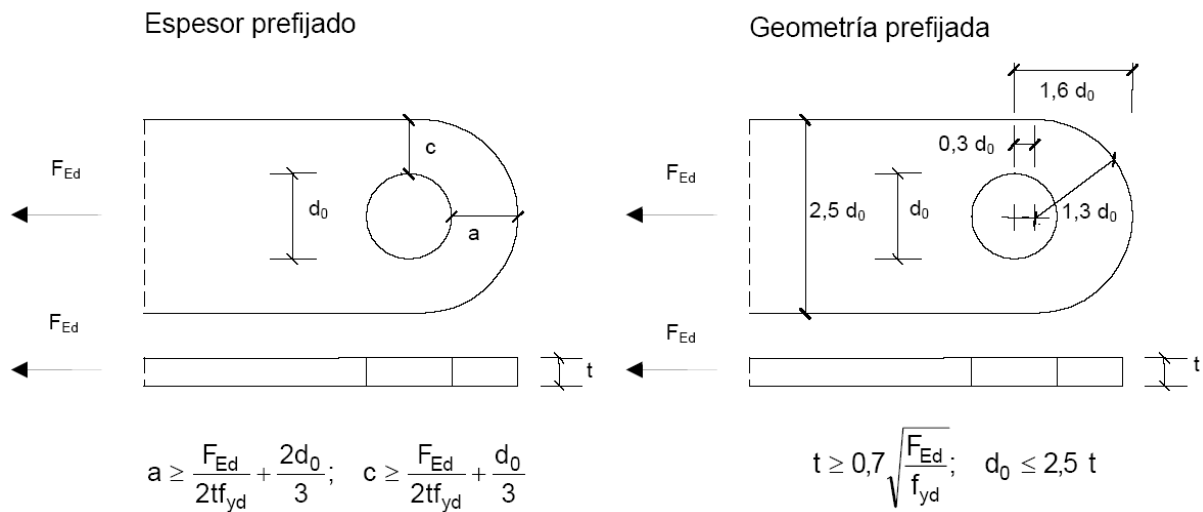
$$F_{b,Rd} = k_1 \alpha_b f_u d t / \gamma_{M2}$$

### Disposiciones constructivas

$$1,2 d_0 \leq e_1, e_2 \leq 4 t + 40 \text{ mm}$$

## Uniones con bulones o pasadores

- **Requisitos geométricos** (CE, Anejo 26, Tabla A26.3.8)



$f_{yd} = f_y / \gamma_{M0}$  resistencia de cálculo del acero de la chapa

- En caso de no necesitar que exista giro, y la longitud de los bulones sea menor que 3 veces su diámetro, podrá comprobarse como si fuese una unión atornillada de un solo tornillo

- **Criterios de cálculo** (CE, Anejo 26, Tabla A26.3.9)

Modo de fallo	Requisitos de cálculo
Resistencia a cortante del bulón	$F_{v,Rd} = 0,6 A f_{up} / \gamma_{M2} \geq F_{v,Ed}$
Capacidad resistente de la chapa y del bulón	$F_{b,Rd} = 1,5 t d f_y / \gamma_{M0} \geq F_{b,Ed}$
Si el bulón ha de ser desmontable también deberá cumplirse este requisito	$F_{b,Rd,ser} = 0,6 t d f_y / \gamma_{M6,ser} \geq F_{b,Ed,ser}$
Flexión resistida por el bulón	$M_{Rd} = 1,5 W_{el} f_{yp} / \gamma_{M0} \geq M_{Ed}$
Si el bulón ha de ser desmontable también deberá cumplirse este requisito	$M_{Rd,ser} = 0,8 W_{el} f_{yp} / \gamma_{M6,ser} \geq M_{Ed,ser}$
Capacidad resistente del bulón a cortante y a flexión	$\left[ \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} \right]^2 + \left[ \frac{F_{v,Ed}}{F_{v,Rd}} \right]^2 \leq 1$
<p><math>d</math> es el diámetro del bulón  <math>f_y</math> es el menor de los límites elásticos del bulón y de la pieza conectada  <math>f_{up}</math> es la resistencia última a tracción del bulón  <math>f_{yp}</math> es el límite elástico del bulón  <math>t</math> es el espesor de la pieza conectada  <math>A</math> es el área de la sección transversal del bulón.</p>	

$M_{Ed} = \frac{F_{Ed}}{8} (b + 4c + 2a)$

Figura A26.3.11 Momento flector en un bulón



## 2.2 BASE DE PILAR CON PLACA BASE NO RIGIDIZADA

(CE, Anejo 26, Apdo. 6.2.8)

- Esfuerzos transmitidos en la región de contacto  $\leq$  Resistencia de:
  - Hormigón
  - Elementos metálicos que materializan el contacto
- Bases: Elementos de transición que distribuyen los esfuerzos de compresión del pilar hacia el hormigón para no superar su resistencia de cálculo.
  - La base puede asentar directamente sobre el hormigón, o
  - sobre un mortero de nivelación sin retracción
- Pernos de anclaje: Necesarios en las zonas traccionadas del pilar (momentos, fuerzas de arrancamiento, etc.)
- Esfuerzos tangentes (cortantes y/o momentos torsores):
  - Rozamiento placa-apoyo + resistencia a cortante de pernos de anclaje, o
  - resistencia a cortante de las partes circundantes a la cimentación, o
  - elementos especiales (bloques, pasadores)
- Cimentación de hormigón: Tensiones  $\leq$  Capacidad resistente de cálculo ( $f_{jd}$ )
- Mecanismo resistente: En el arranque del soporte se establece la siguiente configuración de esfuerzos en equilibrio con los esfuerzos de cálculo:
  - Una sección en T equivalente comprimida, y
  - las secciones de los pernos de anclaje (traccionados y/o a cortante)

• **Sección en T equivalente comprimida** (CE, Anejo 26, Apdo. 6.2.5)

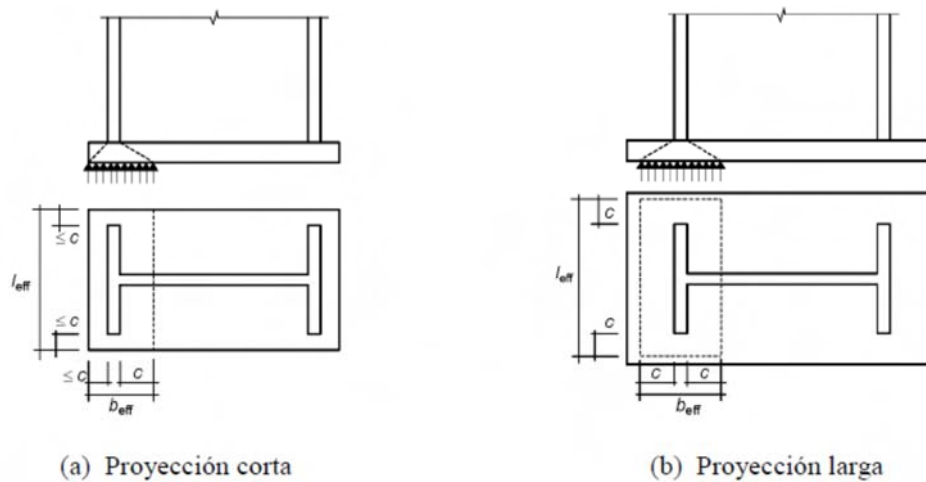


Figura A26.6.4 Área de una sección en T equivalente comprimida

Área contenida entre líneas paralelas al ala comprimida del perfil, a distancia máxima  $c$  (ancho adicional del apoyo):

$$c \leq t \sqrt{\frac{f_{yd}}{3f_{jd}}}$$

$t$  espesor de la placa de base

$f_{yd}$  resistencia de cálculo del acero de la placa de base

$f_{jd} = \beta_j k_j f_{cd}$  capacidad de carga del apoyo (CE, Anejo 19, Apdo. 6.7):

$\beta_j = 2/3$  (mortero resist.  $\geq 0,2f_{ck}$  y espesor  $\leq 0,2 \times$  ancho menor placa base)

$$k_j = \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} = \sqrt{\frac{b_2 d_2}{b_1 d_1}} \leq 3,0$$

$A_{c0} = b_1 d_1$  área cargada (dimensiones placa de base)

$A_{c1} = b_2 d_2$  área de distribución máx. cálculo con forma similar a  $A_{c0}$

$$b_2 \leq 3b_1 \quad d_2 \leq 3d_1$$

$$b_2 \leq b_1 + h \quad d_2 \leq d_1 + h$$

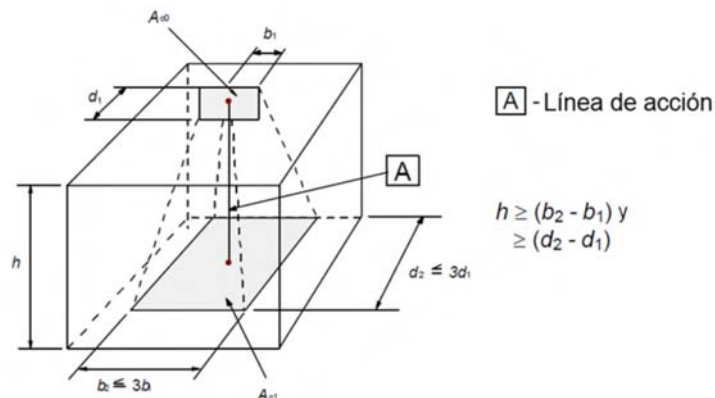


Figura A19.6.29 Distribución de cálculo para zonas parcialmente cargadas

$f_{cd}$  resistencia de cálculo del hormigón comprimido

La resistencia a compresión de la sección en T equivalente comprimida es:

$$F_{C,Rd} = f_{jd} b_{eff} l_{eff}$$

$l_{eff}, b_{eff}$  longitud y ancho eficaz de la sección en T equivalente

- **Resistencia a cortante del conjunto** (CE, Anejo 26, Apdo. 6.2.2)

En el caso de existir elementos de cortante, la resistencia de cálculo corresponderá a la aportada por éstos. En caso de no existir será:

$$F_{v,Rd} = F_{f,Rd} + nF_{vb,Rd}$$

$F_{f,Rd}$  resistencia al rozamiento de cálculo entre la placa base y el mortero

$$F_{f,Rd} = C_{f,d} N_{c,Ed}$$

$C_{f,d}$  coeficiente de rozamiento entre la chapa base y el mortero

- mortero de cemento y arena:  $C_{f,d} = 0,20$

- otros morteros:  $C_{f,d}$  mediante ensayos (Anejo 18, apénd. D)

$N_{c,Ed}$  fuerza de cálculo de compresión normal al pilar

$n$  número de pernos de anclaje de la placa base

$F_{vb,Rd}$  resistencia a cortante de cálculo de un perno de anclaje

$$F_{vb,Rd} = \alpha_{bc} f_{ub} A_s / \gamma_{M2}$$

$$\alpha_{bc} = 0,44 - 0,0003f_{yb} \quad [\text{adimensional}]$$

$f_{yb}$  límite elástico del perno de anclaje, donde  $235 \leq f_{yb} \leq 640$  MPa

$f_{ub}$  resistencia última del perno de anclaje

$$\gamma_{M2} = 1,25$$

$A_s$  área resistente a tracción del perno. Según CTE DB SE-A, Tabla 7.3, adopta los siguientes valores:

$\varnothing$ (mm)	12	16	20	22	24	27	30	36
$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	84,3	157	245	303	353	459	561	817

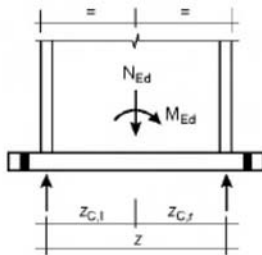
- **Resistencia de los elementos de contacto**

**Base:**

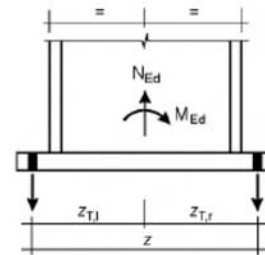
- La placa de base se comprobará a flexión, sometida a las presiones obtenidas en la configuración de equilibrio ( $f_{jd}$  como máximo), y coaccionada por las chapas que conforman la sección de arranque del pilar.
- Momento flector resistente  $M_{pl,Rd}$  de la placa base, por unidad de longitud:

$$M_{pl,Rd} = W_{pl} f_{yd} = 2 S_y f_{yd} = 2 \left( \frac{t}{2} \frac{t}{4} \right) f_{yd} = \frac{t^2}{4} f_{yd}$$

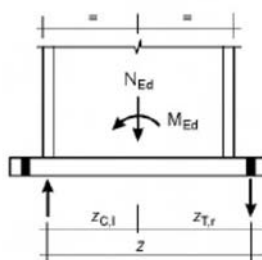
- Resultantes de las fuerzas normales a la superficie de contacto:



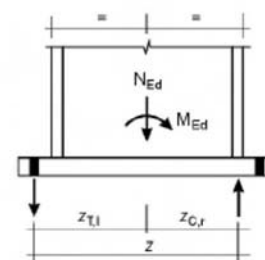
a) Conexión de apoyo del pilar en caso de una fuerza normal de compresión dominante



b) Conexión de apoyo del pilar en caso de una fuerza normal de tracción dominante



c) Conexión de apoyo del pilar en caso de un momento flector dominante



d) Conexión de apoyo del pilar en caso de un momento flector dominante

Figura A26.6.18 Determinación del brazo mecánico  $z$  para conexiones de pilares con placas base (CE, 2021)

**Pernos de anclaje** (CE, Anejo 26, Apdo. 6.2.6.12):

La resistencia a tracción y cortante de los pernos no superará los valores de la resistencia de uniones atornilladas. Por tanto:

- Tracción: La menor de  $F_{t,Rd} = 0,9f_{ub}A_s/\gamma_{M2}$

$$B_{p,Rd} = 0,6\pi d_m t_p f_u / \gamma_{M2}$$

- Cortante:  $F_{vb,Rd} = \alpha_{bc} f_{ub} A_s / \gamma_{M2}$

- Combinación de esfuerzos: 
$$\frac{F_{v,Ed}}{F_{v,Rd}} + \frac{F_{t,Ed}}{1,4F_{t,Rd}} \leq 1$$

- Anclaje: Patilla (no considerarla en la longitud de anclaje si  $f_{yb} > 300$  MPa), arandela plana (no contar con la adherencia del perno), elemento embebido en el hormigón, u otra fijación adecuadamente ensayada y aprobada.

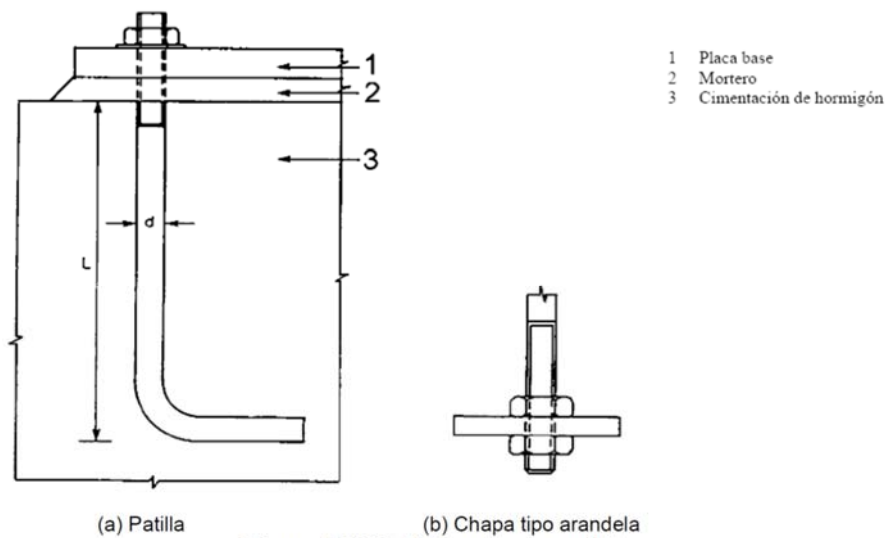


Figura A26.6.14 Pernos de anclaje

- Tipos: - Barras corrugadas de diámetros  $\varnothing 12 - 16 - 20 - 25 - 32$  mm

Designación	$f_{yb}$ (MPa)	$f_{ub}$ (MPa)
B 400 SD	400	440
B 500 SD	500	550

- Barras roscadas de acero 4.6, 5.6, 8.8 y 10.9 (10.9 no a cortante)

- Barras Gewi (corrugadas roscadas)



**Caso particular: Base articulada con placa base no rigidizada (solo N)**

- 1) Predimensionar la placa de anclaje
- 2) Área eficaz máxima ( $A_{eff}$ ) compuesta por tres secciones en T (dos secciones en T bajo las alas del pilar y una sección en T bajo el alma, Fig. A26.6.19)

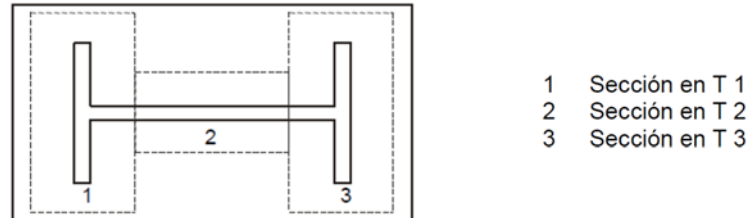
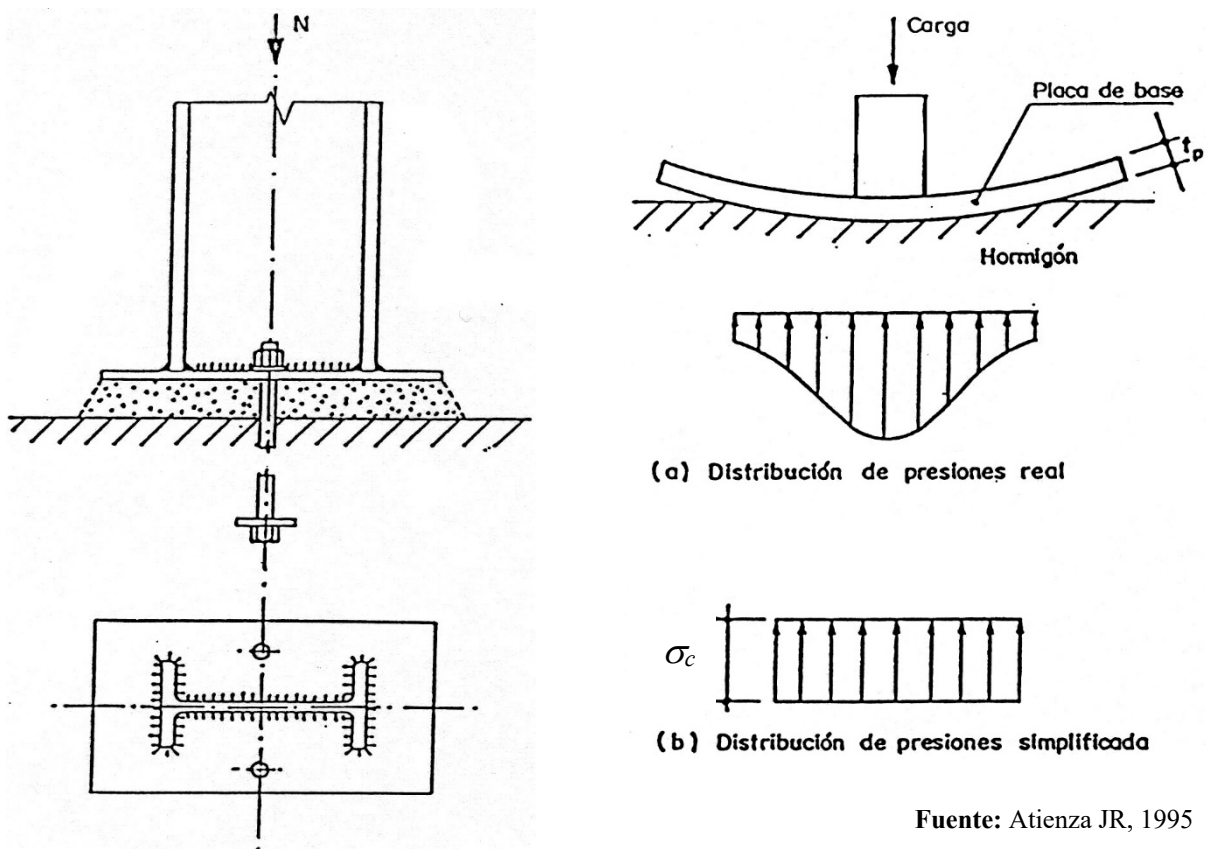


Figura A26.6.19 Secciones en T sin solapar

- 3) Comprobar las tensiones en el hormigón:  $\sigma_c = \frac{N_{Ed}}{A_{eff}} \leq f_{jd}$
- 4) Comprobar la chapa a flexión:  $M_{Ed} = \sigma_c \frac{c^2}{2} \leq M_{pl,Rd} = \frac{t_p^2}{4} f_{yd}$



- 5) Aceptar la placa o redimensionarla, en función de los resultados

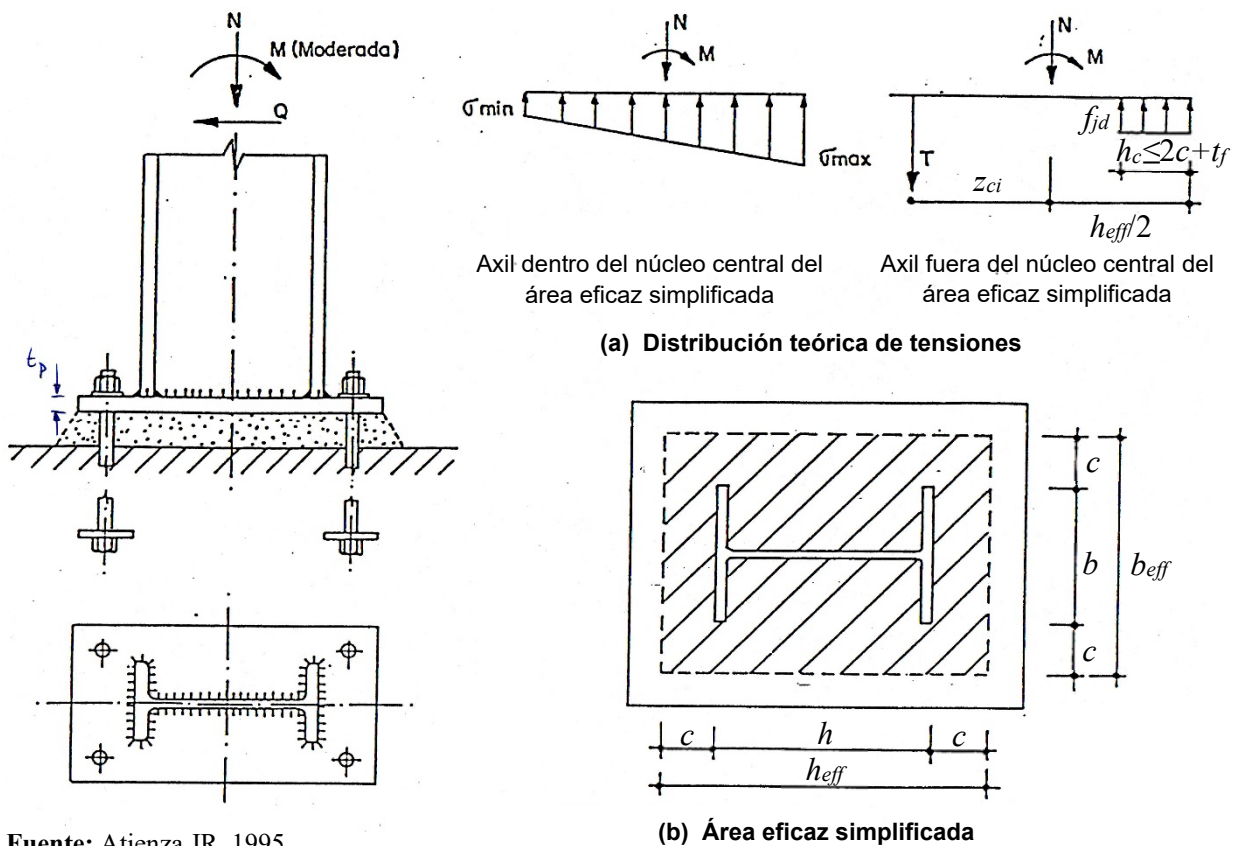
• **Caso particular: Base empotrada con placa base no rigidizada (N+Q+M)**

- 1) Predimensionar la placa de anclaje
- 2) Área eficaz máxima “simplificada” (simplificando a área rectangular):  
Canto  $h_{eff} = h + 2c$  y ancho  $b_{eff} = b + 2c$  (con  $h, b$  canto y ancho del perfil)

- 3) **Primer supuesto:** Axil dentro del núcleo central área eficaz  $\left( \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} \leq \frac{h_{ef}}{6} \right)$

$$\sigma_{max} = \frac{N_{Ed}}{b_{ef} h_{ef}} + \frac{6M_{Ed}}{b_{ef} h_{ef}^2} \leq f_{jd}$$

$$\sigma_{min} = \frac{N_{Ed}}{b_{ef} h_{ef}} - \frac{6M_{Ed}}{b_{ef} h_{ef}^2} \geq 0 \Rightarrow \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} \leq \frac{h_{ef}}{6}$$



Fuente: Atienza JR, 1995

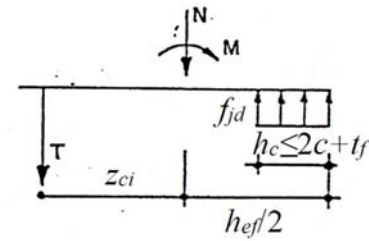
Comprobac. chapa a flexión  $M_{Ed} = Result_{\sigma_{horm}} \times dist_{secc} \leq M_{pl,Rd} = \frac{t^2}{4} f_{yd}$

simplificadamente  $M_{Ed} \approx \sigma_{max} \frac{c^2}{2} \leq M_{pl,Rd} = \frac{t^2}{4} f_{yd}$  [por udad. long.]

Resistencia a cortante del conjunto  $F_{v,Rd} = F_{f,Rd} + nF_{vb,Rd}$

4) **Segundo supuesto:** Axil fuera del núcleo central

del área eficaz simplificada  $\left( \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} > \frac{h_{ef}}{6} \right)$



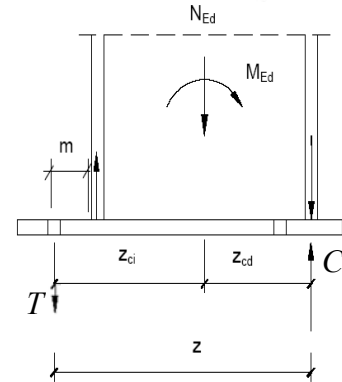
4.1) Ecuaciones de equilibrio

$$\left. \begin{aligned} N_{Ed} &= C - T \\ M_{Ed} &= Tz_{ci} + Cz_{cd} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} T = \frac{M_{Ed} - N_{Ed}z_{cd}}{z_{ci} + z_{cd}} \\ C = N_{Ed} + T \end{cases}$$

$$C = A_c f_{jd} \Rightarrow A_c = C / f_{jd}$$

Debe cumplirse  $A_c = h_c b_c$  con  $h_c \leq 2c + t_f$  y  $b_c \leq b_{eff}$  **Fuente:** CTE DB SE-A, 2006

Nota: Aunque  $\frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} > \frac{h_{ef}}{6}$ , los pernos pudieran no estar traccionados ( $T < 0$ )



4.2) Resistencia a cortante del conjunto:  $F_{v,Rd} = F_{f,Rd} + nF_{vb,Rd}$

4.3) Pernos a tracción y corte

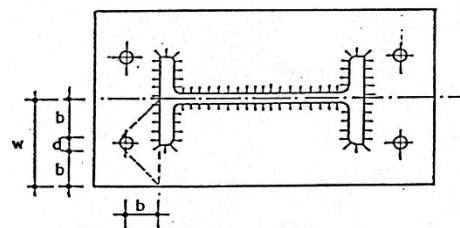
Tracción  $\min [F_{t,Rd} = 0,9f_{ub}A_s/\gamma_{M2} ; B_{p,Rd} = 0,6\pi d m_t p f_u / \gamma_{M2}]$

Combinación de esfuerzos  $\frac{F_{v,Ed}}{F_{v,Rd}} + \frac{F_{t,Ed}}{1,4F_{t,Rd}} \leq 1$

4.4) Comprobación de la placa base a flexión

El espesor de la placa debe resistir el momento inducido por la tracción en el anclaje  $i (T_{i,Ed} b)$ . Se admite una distribución de tensiones a 45° desde el anclaje ( $w = d + 2b$ ).

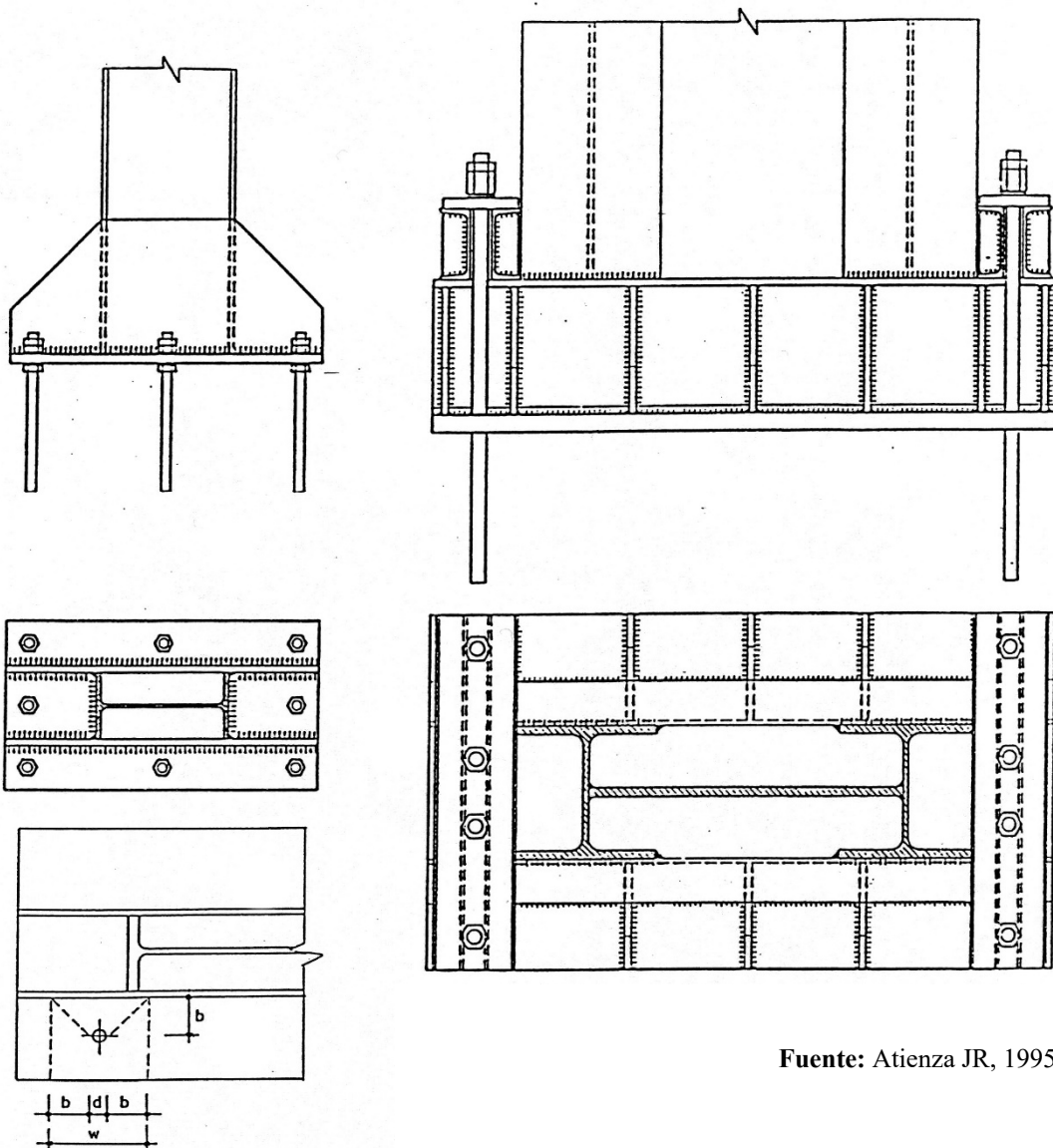
$$M_{Ed} = T_{i,Ed} b \leq M_{pl,Rd} = \frac{wt^2}{4} f_{yd}$$



Distribución de tensiones en la placa inducidas por los anclajes

**Fuente:** Atienza JR, 1995

## 2.3 BASE DE PILAR CON PLACA BASE RIGIDIZADA



Fuente: Atienza JR, 1995

a) Construcción industrial ligera o media

b) Construcción industrial pesada (grandes cargas laterales de viento, puentes grúa)

El caso a) se calcula generalizando los criterios del apartado anterior. Las cartelas se disponen para reducir la flexión en la placa reduciendo  $b$ .

El caso b) se calcula modelizando la base mediante MEF, o mediante un entramado de barras, incluyendo las reacciones que la zapata transmite a la base. Es recomendable precomprimir la unión base-zapata con barras roscadas de alto límite elástico, así las posteriores flexiones tienden a descomprimirla, garantizando que no exista giro relativo entre base y zapata.