

TEMA 8

COMPRESIÓN

CE, Anejo 22, Apdo. 6.3.1 “Elementos de sección constante a compresión”

1. INTRODUCCIÓN. FENÓMENOS DE INESTABILIDAD
2. PANDEO TEÓRICO. FÓRMULA DE EULER
3. LONGITUD DE PANDEO
4. RESISTENCIA DE CÁLCULO A PANDEO DE UN ELEMENTO COMPRIMIDO

1. INTRODUCCIÓN.

FENÓMENOS DE INESTABILIDAD

- Pieza prismática sometida a fuerza de compresión N

N_{cr} es un cierto valor crítico

* Si $N < N_{cr}$

- equilibrio estable

- forma recta

* Si $N \approx N_{cr}$

- otros posibles estados de equilibrio

- forma curva con δ infinitésimos

* Si $N > N_{cr}$

- forma curva con δ finitos

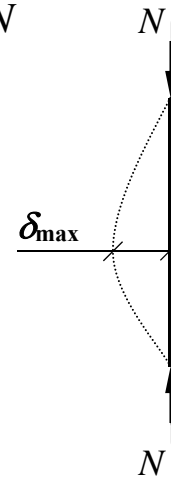
- flexión compuesta: N

$$M_{\max} = N\delta_{\max}$$

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_{\max}}{W}$$

⇒ En piezas esbeltas cargadas axialmente, se produce la rotura para

$$\sigma_{\text{compresión}} < f_{yd}$$



• Fenómenos de inestabilidad:

Se producen cuando en un determinado sistema resistente sometido a un mismo estado de cargas, existen dos o más posibilidades o formas de equilibrio

* Teoría de orden I

En la mayoría de los problemas en construcción, puede suponerse que las deformaciones son tan pequeñas que no intervienen en el equilibrio que se establece entre las sollicitaciones exteriores y los esfuerzos internos

⇒ Se admite que las fuerzas actúan sobre la estructura sin deformar

* Teoría de orden II

En los problemas de inestabilidad, las deformaciones son relativamente grandes:

⇒ Tener en cuenta los desplazamientos de los puntos de aplicación de las fuerzas exteriores al establecer el equilibrio

Se acepta las siguientes simplificaciones:

- Indeformabilidad a axil de las barras del sistema
- Despreciable la influencia del cortante sobre la curvatura de la pieza
- Deformaciones suficientemente pequeñas como para admitir la forma

lineal de la expresión de la curvatura de la barra $\frac{1}{\rho} = y'' = \frac{d^2 y}{dy^2}$

* Teoría de orden III

- Se suprime las simplificaciones anteriores y se adopta la ecuación

general de la curvatura de la barra $\frac{1}{\rho} = \frac{y''}{(1 + y')^{3/2}}$

2. PANDEO TEÓRICO. FÓRMULA DE EULER (1744)

Leonhard Euler estableció la *fuerza crítica elástica* N_{cr} para el pandeo de una columna comprimida ideal, verificando las siguientes hipótesis:

1. Deformaciones suficientemente pequeñas para admitir la expresión lineal de la curvatura (Teoría de orden II)
2. El material cumple la ley de Hooke y la hipótesis de Navier
3. El eje de la pieza es matemáticamente recto y la fuerza N de compresión está exactamente centrada
4. Extremos fijos con articulaciones perfectas
5. Sección constante cuadrada o circular
6. Estado tensional neutro (sin tensiones residuales o de otro tipo)

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

Dividiendo por el área se tiene la *tensión crítica de Euler*:

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{L^2 A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

$$\text{con } \lambda = \frac{L}{i} \quad ; \quad i = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

λ = esbeltez mecánica

Sin embargo, las piezas reales a compresión tienen tres tipos de IMPERFECCIONES que influyen en la inestabilidad:

Imperfecciones **geométricas**, **excentricidad** de la carga y **tensiones residuales**

3. LONGITUD DE PANDEO

Distancia entre los puntos de inflexión de la deformada

$$L_{cr} = \beta L$$



β se obtiene para un plano de pandeo determinado, siendo el eje \perp a ese plano el que hay que considerar en los cálculos:

β_y se obtiene a partir de la deformación de pandeo en el plano XZ

β_z se obtiene a partir de la deformación de pandeo en el plano XY

- **Elementos rectos, sección y axil constante** (CTE DB SE-A, Tabla 6.1)

- Biarticulada	\Rightarrow	$\beta = 1$	Casos canónicos
- Biempotrada	\Rightarrow	$\beta = 0,5$	
- Empotrada-articulada	\Rightarrow	$\beta = 0,7$	
- Biempotrada (con posibilidad de δ relativo entre extremos)	\Rightarrow	$\beta = 1$	
- Empotrada-libre	\Rightarrow	$\beta = 2$	

- **Elementos triangulados o celosías** (CTE DB SE-A, apdo. 6.3.2.4)

- Espaciales y Planas: $\beta = 1$
- Perfiles tubulares: Cordones $\beta = 0,9$ Montantes y diagonales $\beta = 0,75$
- Cordón con pandeo fuera del plano (sin puntos fijos de arriostramiento)
→ Pieza de compresión variable

- **Esfuerzos axiles variables** (CTE DB SE-A, apdo. 6.3.2.2)

- **Elementos de sección variable** (CTE DB SE-A, apdo. 6.3.2.3)

- **Pilares de edificios** (CTE DB SE-A, apdo. 6.3.2.5)

- **Elementos de sección compuesta** (CE, Anejo 22, apdo. 6.4)

4. RESISTENCIA DE CÁLCULO A PANDEO DE UN ELEMENTO COMPRIMIDO $N_{b,Rd}$

- **Sección constante** (CE, Anejo 22, apdo. 6.3.1)

$$N_{b,Rd} = \chi A f_{yd}$$

A área de la sección transversal (Clase 1, 2 y 3) o área eficaz (Clase 4)

f_{yd} resistencia de cálculo del acero, $f_{yd} = f_y / \gamma_{M1}$ con $\gamma_{M1} = 1,05$

χ coeficiente de reducción por pandeo (tiene en cuenta el análisis elástico de 2º orden de una imperfección inicial $L/1000$, el efecto de las tensiones residuales y el efecto de la plastificación en el pandeo)

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i} \frac{1}{\lambda_1} = \frac{L_{cr}}{i} \frac{\sqrt{f_y/E}}{\pi}$$

esbeltez relativa en un plano \perp un eje de inercia

L_{cr} longitud de pandeo del elemento en dicho plano

$i = \sqrt{I/A}$ radio de giro de la sección respecto al eje de inercia

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \varepsilon \quad \text{con} \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (f_y \text{ en N/mm}^2)$$

Si $\bar{\lambda} \leq 0,2$ o $N_{Ed} \leq 0,04 N_{cr} \rightarrow$ Pandeo despreciable ($\chi = 1$)

CTE: $\bar{\lambda} < 2$ (elem. principales) $\bar{\lambda} < 2,7$ (elem. arriostram.)

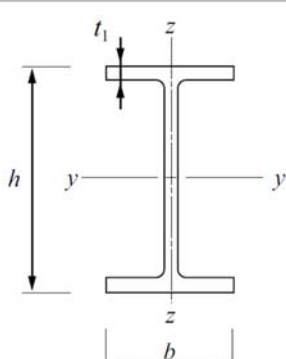
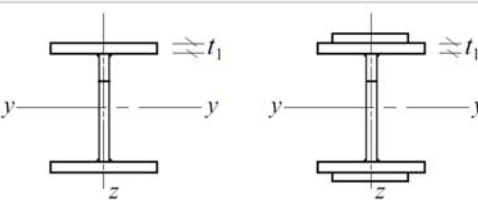

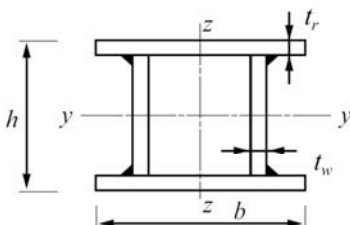
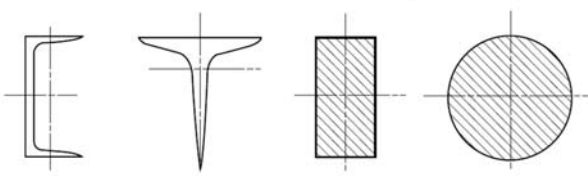

$$\phi = 0,5 \left[1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right]$$

α coeficiente de imperfección, adopta su valor en función de la curva de pandeo (CE, Tablas A22.6.1 y A22.6.2)

Curva de pandeo	a ₀	a	b	c	d
α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

- **Sección variable** (CE, Anejo 22, apdo. 6.3.4)

Tabla A22.6.2 Elección de las curvas de pandeo para una sección

Sección transversal	Límites	Pandeo alrededor del eje	Curva de pandeo		
			S 235 S 275 S 355 S 420	S 460	
Secciones de perfiles laminados 	$h/b > 1,2$	$tf \leq 40 \text{ mm}$	y - y z - z	a a ₀	a ₀ a ₀
		$40 \text{ mm} < tf \leq 100$	y - y z - z	b c	a a
	$h/b \leq 1,2$	$tf \leq 100 \text{ mm}$	y - y z - z	b c	a a
		$tf \leq 40 \text{ mm}$ $> 100 \text{ mm}$	y - y z - z	d d	c c
Secciones en I de vigas soldadas 	$tf \leq 40 \text{ mm}$	y - y z - z	b c	b c	
	$tf > 40 \text{ mm}$	y - y z - z	c d	c d	
Secciones huecas 	Acabados en caliente	cualquiera	a	a ₀	
	Conformados en frío	cualquiera	c*	c	
Secciones en cajón de vigas soldadas 	En general (excepto el caso del recuadro inferior)	cualquiera	b	b	
	Soldaduras gruesas: $a > 0,5 t_r$ $b/t_r < 30$ $b/t_w < 30$	cualquiera	c	c	
Secciones en U o en simple T y secciones macizas 	cualquiera	c	c		
Secciones de perfiles de angulares 	cualquiera	b	b		

* Para perfiles huecos conformados en frío que acrediten mediante la posesión de un distintivo de calidad oficialmente reconocido que el perfil hueco y la materia prima de partida son del mismo tipo de acero, se permite el uso de la curva de pandeo *b*.

Fuente: CE, Anejo 22, 2021

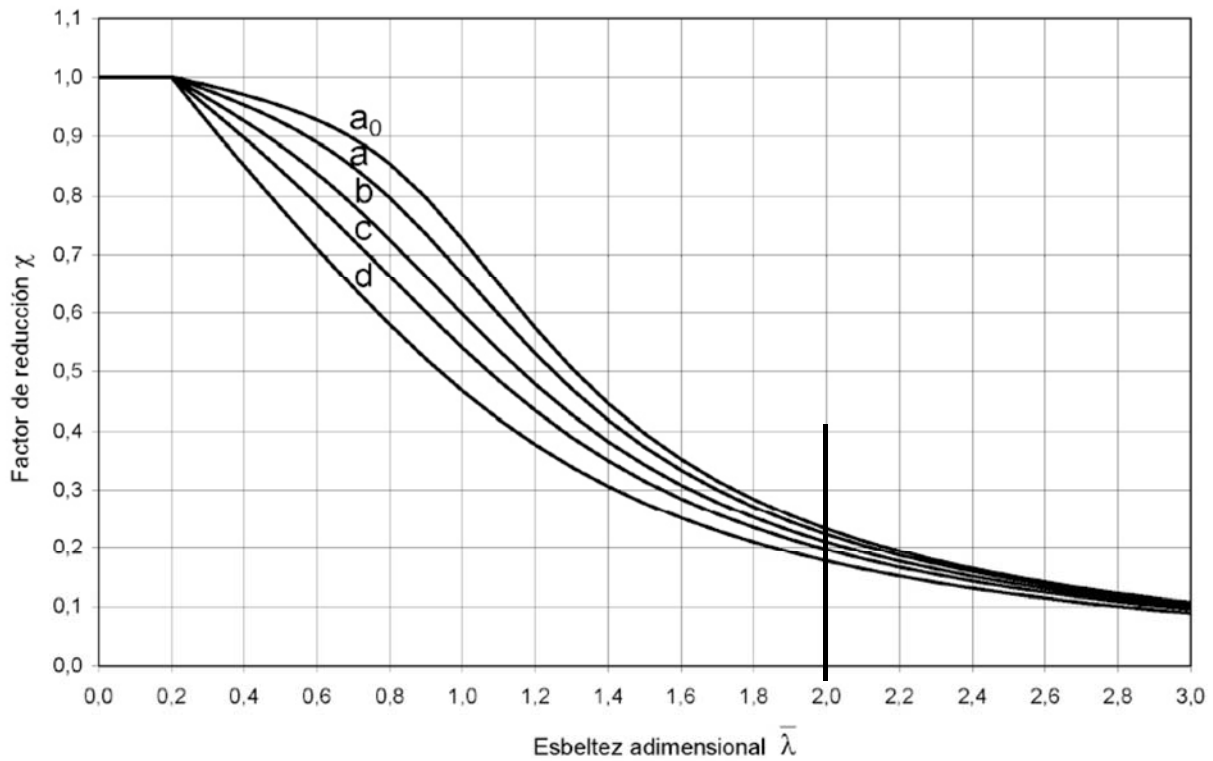


Figura A22.6.4 Curvas de pandeo

Fuente: CE, Anejo 22, 2021

Tabla 6.3 Valores del coeficiente de pandeo (χ)

Esbeltez reducida	Curva de pandeo				
	a_0	a	b	c	d
Coeficiente (α) de imperfección	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76
$\leq 0,20$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
0,30	0,99	0,98	0,96	0,95	0,92
0,40	0,97	0,95	0,93	0,90	0,85
0,50	0,95	0,92	0,88	0,84	0,78
0,60	0,93	0,89	0,84	0,79	0,71
0,70	0,90	0,85	0,78	0,72	0,64
0,80	0,85	0,80	0,72	0,66	0,58
0,90	0,80	0,73	0,66	0,60	0,52
1,00	0,73	0,67	0,60	0,54	0,47
1,10	0,65	0,60	0,54	0,48	0,42
1,20	0,57	0,53	0,48	0,43	0,38
1,30	0,51	0,47	0,43	0,39	0,34
1,40	0,45	0,42	0,38	0,35	0,31
1,50	0,40	0,37	0,34	0,31	0,28
1,60	0,35	0,32	0,31	0,28	0,25
1,80	0,28	0,27	0,25	0,23	0,21
2,00⁽¹⁾	0,23	0,22	0,21	0,20	0,18
2,20⁽¹⁾	0,19	0,19	0,18	0,17	0,15
2,40⁽¹⁾	0,16	0,16	0,15	0,14	0,13
2,70⁽²⁾	0,13	0,13	0,12	0,12	0,11
3,00⁽²⁾	0,11	0,10	0,10	0,10	0,09

⁽¹⁾ esbeltez intolerable en los elementos principales
⁽²⁾ esbeltez intolerable incluso en elementos de arriostramiento

Fuente: CTE DB SE-A, 2006