

# **TEMA 5**

## **TORSIÓN**

CE, Anejo 22, Apdo. 6.2.7 “Torsión”

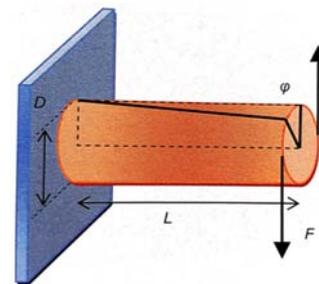
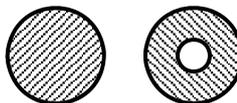
1. TIPOS DE TORSIÓN
2. TORSIÓN SIN ALABEO Y TORSIÓN DE SAINT-VENANT
3. CASOS COMUNES DE PIEZAS SOLICITADAS A TORSIÓN DE SAINT-VENANT
4. INTERACCIÓN DE ESFUERZOS

# 1. TIPOS DE TORSIÓN

## • TORSIÓN SIN ALABEO o de COULOMB (1784)

Se produce un giro de la sección sin alabeo (desplazamientos en la dirección del eje longitudinal de la pieza).

Sólo en secciones con simetría radial:



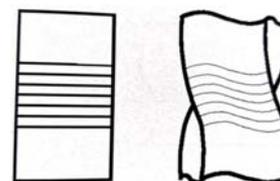
Fuente: Gil LM, Hernández E, 2020

## • TORSIÓN DE SAINT-VENANT o UNIFORME (1855)

Se produce el giro de la sección más un alabeo constante en todas las secciones (alabeo libre)

Para ello se han de cumplir dos requisitos:

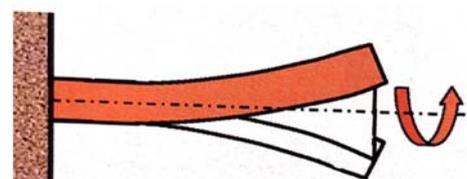
- Torsor constante en toda la pieza
- Sin coacción al alabeo en ninguna sección



Fuente: Gil LM, Hernández E, 2020

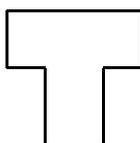
## • TORSIÓN POR ALABEO, de VLASOV o NO UNIFORME (1959)

- Cuando no se cumple cualquiera de los dos requisitos (torsor variable o alabeo coaccionado), se produce el giro de la sección más un alabeo distinto para cada sección.
- Además de tensiones  $\tau$  (como casos anteriores) hay  $\sigma$
- Secciones donde puede despreciarse la torsión por alabeo y considerarse solo la de Saint-Venant:

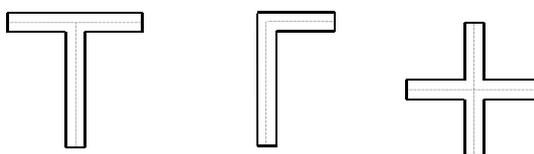


Fuente: Gil LM, Hernández E, 2020

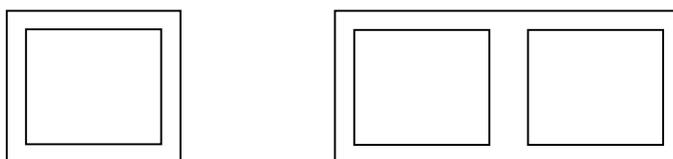
- Secciones macizas



- Secciones abiertas compuestas por rectángulos y cuyos ejes coinciden en un punto:



- Secciones cerradas unicelulares o pluricelulares:



- Secciones I o H → Torsión por alabeo (la torsión de Saint-Venant puede despreciarse)

## 2. TORS. SIN ALABEO Y TORS. DE SAINT-VENANT

### • Giro

#### Torsor variable:

Para elementos con secciones donde puede despreciarse la torsión por alabeo y considerarse solo la torsión de Saint-Venant, el giro relativo entre dos secciones A y B es:

$$\theta_{AB} = \frac{1}{GI_T} \int_A^B T(x) dx$$

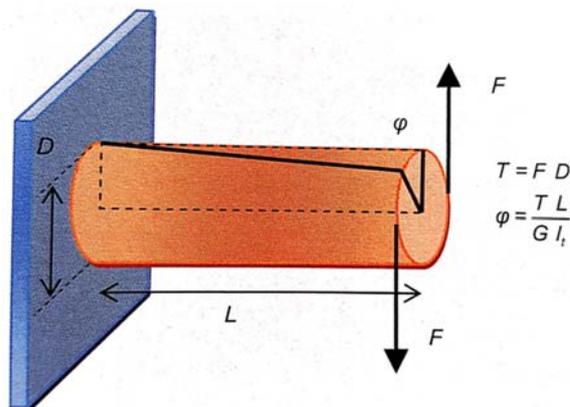
$T(x)$  Ley variable de momentos torsores, función de  $x$

$G$  Módulo elasticidad transversal (81.000 MPa)

$I_T$  Módulo de torsión

#### Torsor constante:

$$\theta = \frac{TL}{GI_T}$$



Fuente: Gil LM, Hernández E, 2020

$T$  Momento torsor ( $= F D$ )

$L$  Distancia entre la sección de giro nulo y la sección del extremo

- **Tensión tangencial máxima de cálculo:**  $\tau_{max,d} = \frac{T_{Ed}}{W_T} \leq \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}}$

$W_T$  Módulo resistente a la torsión

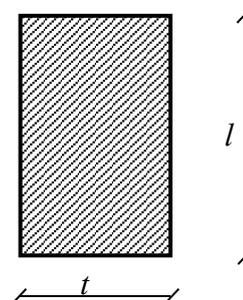
- **Torsor resistente de una sección:**  $T_{Rd} = \tau_{max,d} \cdot W_T = \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}} W_T$

### 3. CASOS COMUNES DE PIEZAS SOLICITADAS A TORSIÓN DE SAINT-VENANT

#### • Secciones rectangulares

$$I_T = \beta l t^3$$

$$W_T = \mu l t^2$$



$$\mu = \frac{m}{3m + 1,8} \quad (\text{Valores propuestos por Timoshenko})$$

$$\beta = \frac{1}{3} - \frac{0,21}{m} \quad (\text{Aproximación a los valores de Saint-Venant})$$

$m = l/t$	1	5	10	$\infty$
$\mu$	0,208	0,298	0,314	0,333
$\beta$	0,141	0,291	0,312	0,333

$\tau_{max}$  se presenta en el centro del lado mayor

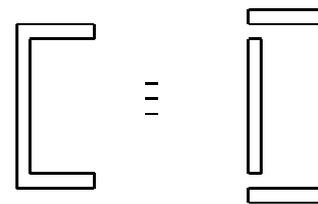
En el centro del lado menor  $\Rightarrow \tau = \frac{\tau_{max}}{m}$

### • Piezas de sección abierta formada por varios rectángulos

Se reparte el torsor entre los rectángulos

proporcionalmente a su rigidez torsional ( $GI_{Ti}$ )

Igualando el ángulo girado por cada rectángulo  $i$ :



$$\theta = \frac{T_1}{GI_{T1}} = \frac{T_2}{GI_{T2}} = \frac{T_3}{GI_{T3}} = \dots = \frac{T_i}{GI_{Ti}} = \frac{\sum_i T_i}{G \sum_i I_{Ti}} = \frac{T}{GI_T}$$

$$T_i = \frac{I_{Ti}}{I_T} T \quad \text{con} \quad \boxed{I_{Ti} = \beta l_i t_i^3 \quad ; \quad I_T = \sum I_{Ti}}$$

$$\tau_i = \frac{T_{Ed,i}}{W_{Ti}} = \frac{T_{Ed,i}}{I_{Ti}} t_i = \frac{T_{Ed}}{I_T} t_i \quad \text{con} \quad W_{Ti} = \mu l_i t_i^2$$

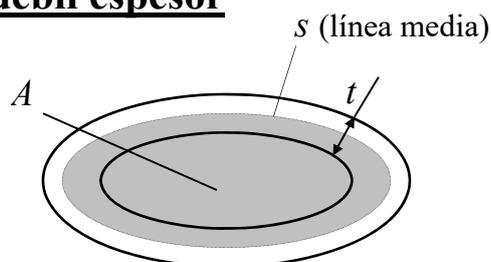
$$\boxed{\tau_{\max} = \frac{T_{Ed}}{I_T} t_{i,\max}}$$

en el centro del lado mayor del rectángulo de mayor espesor

En este tipo de piezas normalmente  $\mu \approx \beta \approx 1/3$

### • Piezas de sección cerrada con pared de débil espesor

$$I_T = \frac{4A^2}{\oint \frac{ds}{t}} \quad ; \quad W_T = 2tA \quad ; \quad \tau = \frac{T_{Ed}}{2tA}$$



$\tau_{\max}$  se presenta en el punto donde  $t$  es menor

Para espesor constante:

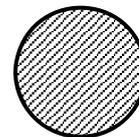
$$I_T = \frac{4A^2 t}{S} \quad ; \quad W_T = 2tA \quad ; \quad \tau = \text{cte}$$

$S$  = perímetro de la línea media

$A$  = área encerrada por la línea media

• **Piezas de sección circular llena de radio  $R$  ( $r < R$ , con  $r$  variable)**

$$I_T = \frac{\pi R^4}{2} \quad ; \quad W_T = \frac{\pi R^3}{2}$$

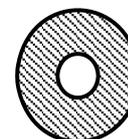


$$\tau_{max} \text{ se presenta en el borde} \quad \tau_{max} = \frac{2T_{Ed}}{\pi R^3}$$

$$\tau(r) = \tau_{max} \frac{r}{R}$$

• **Piezas de sección corona circular (radios  $R_{int} < r < R_{ext}$ )**

$$I_T = \frac{\pi(R_{ext}^4 - R_{int}^4)}{2} \quad ; \quad W_T(r) = \frac{\pi(R_{ext}^4 - R_{int}^4)}{2r}$$



$$\tau(r) = \frac{2rT_{Ed}}{\pi(R_{ext}^4 - R_{int}^4)}$$

$$\tau_{max} \text{ se presenta en el borde ext. (para } r = R_{ext}\text{)} \quad \tau_{max} = \frac{2R_{ext}T_{Ed}}{\pi(R_{ext}^4 - R_{int}^4)}$$

Si el espesor  $e$  es pequeño ( $R_{ext} \approx R_{int} = R$ ) se puede tomar, aprox.:

$$I_T = \frac{4A^2}{\oint \frac{ds}{e}} = \frac{4(\pi R^2)^2}{2\pi R (R_{ext} - R_{int})} = 2\pi R^3 (R_{ext} - R_{int})$$

$$W_T = 2eA = 2(R_{ext} - R_{int})\pi R^2 = 2\pi R^2 (R_{ext} - R_{int})$$

Por lo que:

$$\tau = \text{cte} \approx \frac{T}{2\pi R^2 (R_{ext} - R_{int})}$$

## 4. INTERACCIÓN DE ESFUERZOS

### • Cortante y torsión

El cortante plástico resistente  $V_{pl,Rd}$  se reduce a  $V_{pl,T,Rd}$  por la existencia de tensiones tangenciales debidas a la torsión de Saint-Venant.

Para secciones huecas cerradas, este cortante resistente reducido es:

$$V_{pl,T,Rd} = \left[ 1 - \frac{\tau_{t,Ed}}{\left( f_{yd} / \sqrt{3} \right)} \right] V_{pl,Rd}$$

Para secciones en I, H o U: consultar CE, Anejo 22, Apdo. 6.2.7 (9)

Ha de cumplirse que:

$$V_{Ed} \leq V_{pl,T,Rd}$$

### • Flexión y torsión

Se emplea la resistencia a flexión reducida por la existencia de tensiones normales de torsión de alabeo

$$M_{c,T,Rd} = \left[ 1 - \frac{\sigma_{w,Ed}}{f_{yd}} \right] M_{c,Rd}$$

$\sigma_{w,Ed}$  tensión normal máxima determinada mediante las expresiones de la teoría de torsión por alabeo