



Universidad  
Politécnica  
de Cartagena

# PLANTAS DE TRATAMIENTO DE RECURSOS MINERALES

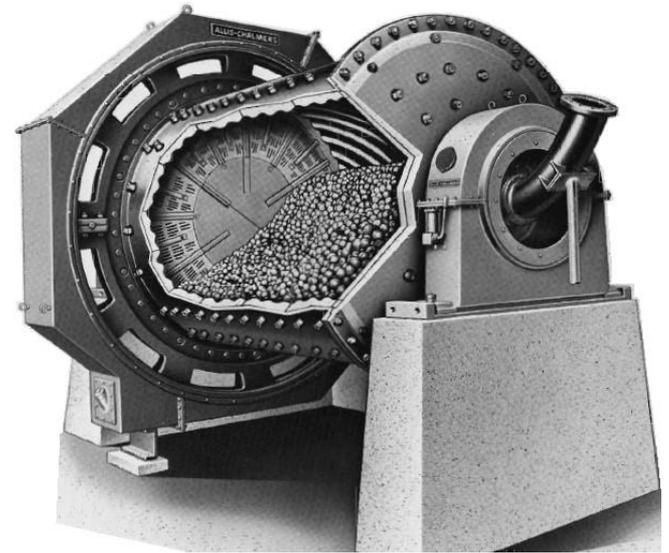


## TEMA 5 – Parte I: MOLINOS BOLAS



# 5

## MOLINOS BOLAS – PARTE I



### INDICE

1. Breve introducción. Conceptos teóricos básicos
2. Factores de diseño de los molinos
3. Molinos de bolas. Variables de operación
4. Molinos de bolas. Estimación de la capacidad
5. Molinos de bolas. Estimación de la potencia
6. Ejercicios - Ejemplos
7. Referencias de consulta

# 1. Breve Introducción. Conceptos teóricos básicos

## Molinos

Los molinos son necesarios para completar la liberación del mineral.

Los elementos molturantes son los que llevan a cabo la acción de trituración.

Los cuerpos molturantes podrán ser bolas, barras, cylpebs (cilindros de acero).



(Fuente: [www.911metallurgist.com](http://www.911metallurgist.com))



(Fuente: [www.goldproballs.com](http://www.goldproballs.com))

# 1. Breve Introducción. Conceptos teóricos básicos

## Molinos

Dependiendo de la dureza del mineral se pueden utilizar bolas de acero o cerámicas.

Si el mineral es relativamente blando también se puede moler de forma autógena.

La molienda se puede llevar por vía seca o húmeda.



(Fuente: [www.cim.org](http://www.cim.org))



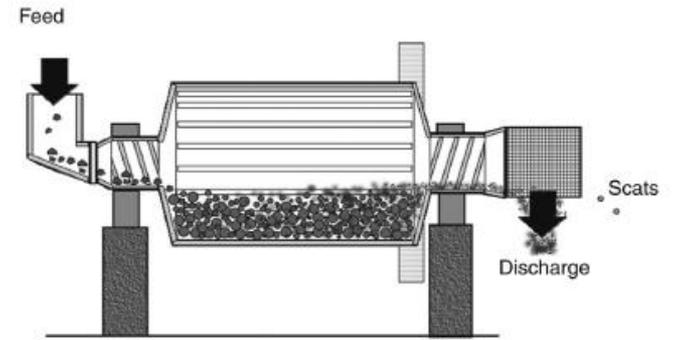
(Fuente: [www.industrysearch.com](http://www.industrysearch.com))



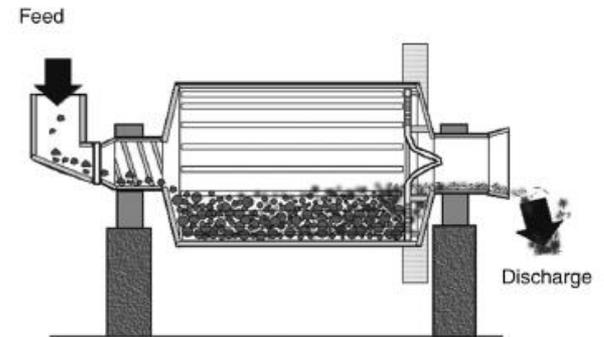
## 2. Factores de diseño de los molinos

Los molinos pueden disponer tres tipos de descarga:

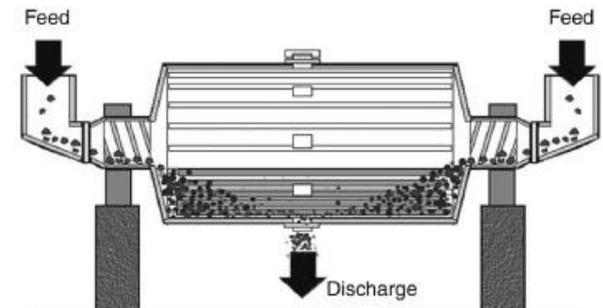
- Descarga por rebose (molienda fina entre 75 y 106  $\mu\text{m}$ )
- Descarga por rejilla o diafragma (ofrece un producto con menos sobremolienda : entre 150 y 250  $\mu\text{m}$ )
- Descarga periférica central (alimentación por ambos extremos)



A: Overflow discharge mill



B: Diaphragm or grate discharge mill



C: Centre-periphery discharge mill

(Fuente: Gupta and Yan, 2016)

## 2. Factores de diseño de los molinos

- El muñón de alimentación es ligeramente menor que el muñón de descarga
- Facilita el flujo de mineral hacia la salida y evita que el mineral retroceda y salga
- Las variables principales para el diseño de un molino son:
  1. Su tamaño: diámetro y longitud
  2. Sistema de alimentación:
    - a) Cuchara (con clasificadores)
    - b) Tubo (con hidrociclones)
  3. Sistema de descarga



(Fuente: Shutterstock)



(Fuente: Shutterstock)

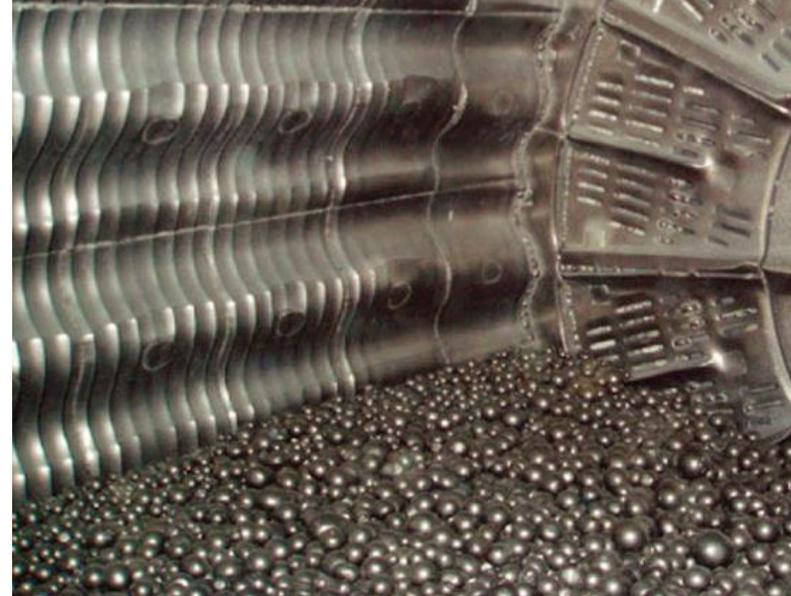


## 2. Factores de diseño de los molinos

La tabla inferior indica las características más comunes a los molinos actualmente instalados

El diámetro de los molinos de bolas está próximo a los 5.34 m

El diámetro para los molinos autógenos puede llegar a los 12 metros



(Fuente: [www.machineryautomation.com](http://www.machineryautomation.com))

- Se suelen emplear elevadores para promocionar las operaciones de rotura del mineral, donde el número de elevadores se puede determinar por la siguiente expresión:

$$N^{\circ} \text{ elevadores} = 3.3 \cdot \pi \cdot D \text{ (revestimientos de doble onda)}$$

$$N^{\circ} \text{ elevadores} = 6.6 \cdot D \text{ (revestimientos de onda simple)}$$

$$D = \text{Diámetro molino, m}$$

Parameter	Rod Mill	Ball Mill	Autogenous Mill
Length/diameter ratio*	1.4-1.8	0.5-3.5	0.25 to 0.5:1
Feed size	2.5 cm max	-1.9 cm -1.25 cm to 0.9 cm	Course ore Normal ore
Reduction ratio	15:1 to 20:1	20: 1 to 200:1	

\*Multicompartment mills: length/diameter = 5.

(Fuente: Gupta and Yan, 2016)

## 2. Factores de diseño de los molinos



El interior de los molinos dispone de revestimientos de acero al manganeso o con aleación de níquel.

Revestimientos de caucho endurecido también se pueden presentar.

Revestimiento de doble onda son instalados para los molinos de bolas cuyo diámetro no sobrepasa los 60 mm.

Revestimientos de onda simple se adaptan a molinos de bolas cuyo diámetro supera los 60 mm.

Las densidades más comunes de los cuerpos molturantes son: bolas ( $4.7 \text{ t/m}^3$ ), cylpebs ( $4.7 \text{ t/m}^3$ ), barras ( $6.2 \text{ t/m}^3$ ), cubos ( $5.5 \text{ t/m}^3$ ).

Para minerales blandos se pueden emplear bolas de cerámica ( $90\% \text{ Al}_2\text{O}_3$ ). Su densidad es de  $2.2 \text{ t/m}^3$ .



(Fuente: Shutterstock)



### 3. Molinos de bolas. Variables de operación.

Los molinos de bolas suelen obtener su giro a través de ruedas de acero o por los dos muñones extremos apoyados sobre rodamientos.

El giro es imprimido por accionamientos laterales corona-piñón (18 MW).

Actualmente, los grandes molinos con potencias instaladas superiores a los 12 MW pueden ser molinos sin engranajes (“Gearless”).

Las variables de operación de un molino para su dimensionado y selección serán:

1. Características de la carga (volumen, dureza, densidad, distribución granulométrica)
2. Características del medio molturador
3. Velocidad de rotación del molino
4. Densidad de la pulpa mineral

Por ello, es necesario cuantificarlas para la elección adecuada del molino.



### 3. Molinos de bolas. Variables de operación.

#### Volumen de carga

Este parámetro es importante para no sobrecargar el molino ni infracargarlo.

$$J_R = \frac{M_R / \rho_S}{V_M} \times \frac{1}{1 - \phi}$$

Su expresión viene dada por:

$$J_B = \frac{M_B / \rho_B}{V_M} \times \frac{1}{1 - \phi}$$

$J_R$  = Fracción volumen del molino ocupada por el mineral

$J_B$  = Fracción volumen del molino ocupada por las bolas

$M_R$  = Masa de mineral

$M_B$  = Masa de bolas

$V_M$  = Volumen del molino

$\rho_B$  = Densidad de las bolas

$\rho_S$  = Densidad del mineral

$\phi$  = Porosidad de la carga (30-40%)

En general, se toma  $J_R/J_B$  apróx., igual a 0.4.

### 3. Molinos de bolas. Variables de operación.

#### Altura de la carga

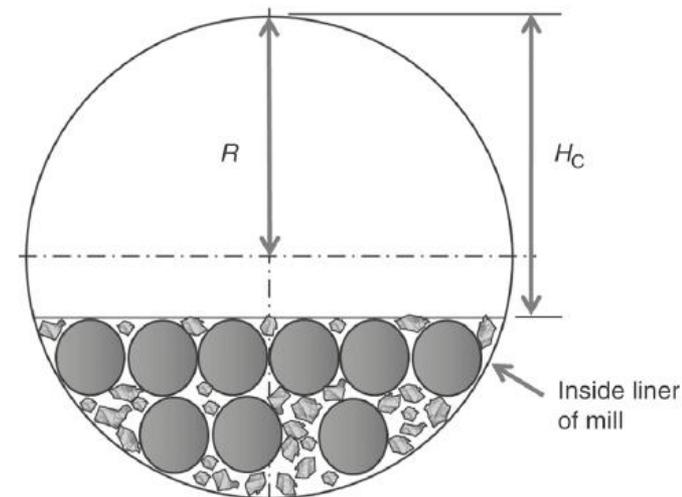
Este parámetro también permite obtener el volumen de carga. Como regla general:

- 1) Con descarga por rebose, no sobrepasar el 45% del volumen del molino
- 2) Con descarga por rejilla, no sobrepasar el 50% del volumen del molino

$$\text{Carga \%} = 113 - 63 \frac{H_C}{R}$$

$H_C$  = Altura interior desde el nivel de la carga de bolas, m

$R$  = Radio interior del molino, m



(Fuente: Gupta and Yan, 2016)

Esta expresión es adecuada para cargas superiores al 20%.

### 3. Molinos de bolas. Variables de operación.

#### Altura de la carga

Para volumen de carga inferior al 20%

La altura de la capa de carga se puede expresar como:

(Fuente: Gupta and Yan, 2016)

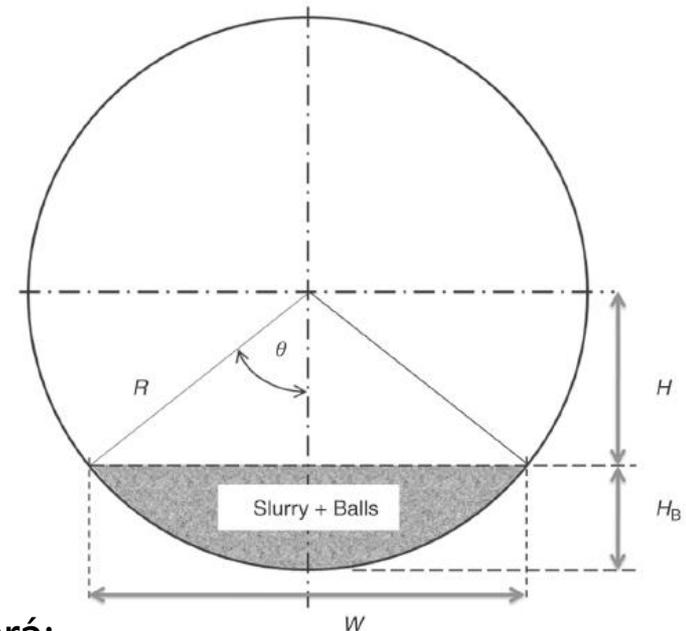
$$R = 0.5H_B + 0.125 \frac{W^2}{H_B}$$

El área de la sección ocupada por la carga será:

$$A_C = \frac{H_B}{6W} (3H_B^2 + 4W^2)$$

Finalmente, el porcentaje ocupado en volumen será:

$$J_B = \frac{H_B}{6W} (3H_B^2 + 4W^2) \cdot \frac{1}{\pi R^2}$$



Esta expresión proporciona el volumen de llenado del molino de bolas en reposo.



### 3. Molinos de bolas. Variables de operación.

#### Tamaño de bola en la carga inicial

Los tamaños de bolas comercialmente disponibles varían desde los 10 mm hasta los 150 mm.

Su número, tamaño y masa va a depender de la carga del molino y de si es la primera vez que se carga o se trata de reemplazamiento.

Coghill y De Vaney proponen la siguiente expresión para determinar el tamaño de bola inicial en relación al tamaño máximo de alimentación:

$$d_B = 0.4K\sqrt{F}$$

$F$  = Tamaño de alimentación (cm)

$K$  = Constante de molienda:

Mineral duro = 37.4

Mineral blando = 29.8

Esquisto = 55

Dolomía = 35

La constante de molienda tiene en cuenta el índice de Bond, el tamaño máximo de partícula, la densidad del mineral y de la pulpa y las variables del molino (diámetro y velocidad de giro).

### 3. Molinos de bolas. Variables de operación.

#### Tamaño de bola en la carga inicial

Rowland y Kjos (1980) consideran otra expresión para determinar el diámetro máximo de bola cuando comienza una molienda, siendo ésta:

$$d_B = 25.4 \left[ \left( \frac{F_{80}}{k} \right)^{0.5} \left( \frac{\rho_S \cdot W_i}{100 \cdot \phi_C \cdot \sqrt{3.281 \cdot D}} \right)^{0.33} \right] \text{ (mm)}$$

$D$  = Diámetro interior del molino (m)

$k$  = Constante dependiente de las condiciones del molino

(ver tabla)

Mill Type	Wet/Dry Grinding	Circuit	$k$
Over flow	Wet	Open	350
Over flow	Wet	Closed	350
Diaphragm	Wet	Open	330
Diaphragm	Wet	Closed	330
Diaphragm	Dry	Open	335
Diaphragm	Dry	Closed	335

(Fuente: Gupta and Yan, 2016)

La tabla anterior fue obtenida por Rowland y Kjos (1980) para los molinos Allis Chalmers (Metso Outotec).



### 3. Molinos de bolas. Variables de operación.

#### Tamaño de bola en la carga inicial

Doering International (2003) consideran otra expresión para determinar el diámetro de cylpebs en lugar de bolas de acero, siendo ésta:

$$d_C = 18.15 \left[ \left( \frac{F_{80}}{k} \right)^{0.5} \left( \frac{\rho_S \cdot W_i}{100 \cdot \phi_C \cdot \sqrt{D}} \right)^{0.33} \right] \text{ (mm)}$$

$D$  = Diámetro interior del molino (m)

$k$  = Constante dependiente de las condiciones del molino  
(ver tabla)

Se recomienda incrementar en un 20-30% el diámetro calculado si las expresiones dan un diámetro inferior a 25 mm (bolas) o de 22 mm (cylpebs).

Mill Type	Wet/Dry Grinding	Circuit	$k$
Over flow	Wet	Open	350
Over flow	Wet	Closed	350
Diaphragm	Wet	Open	330
Diaphragm	Wet	Closed	330
Diaphragm	Dry	Open	335
Diaphragm	Dry	Closed	335

(Fuente: Gupta and Yan, 2016)

### 3. Molinos de bolas. Variables de operación.

#### Tamaño de bola para reemplazo

Durante la operación de molienda las bolas se van desgastando y es necesario sustituirlas, para ello se puede emplear las siguiente expresiones:

(Rowland y Kjos, 1980)

$$d_B = 25.4 \left[ \left( \frac{F_{80}}{k} \right)^{0.5} \left( \frac{\rho_S \cdot W_i}{100 \cdot \phi_C \cdot \sqrt{3.281 \cdot D}} \right)^{0.33} \right] \text{ (mm)}$$

(Azzaroni y Dunn, 1981)

$$d_B = \frac{6.3 \cdot F_{80}^{0.29} \cdot W_i^{0.4}}{(\nu \cdot D)^{0.25}} \text{ (mm)}$$

$\nu$  = Velocidad de giro del molino (rpm)

Las expresiones anteriores proporcionan resultados similares.



### 3. Molinos de bolas. Variables de operación.

#### Estimación de la densidad de la carga de bolas

Para la molienda de material blando, bolas de baja densidad. Para la molienda de material muy duro y resistente, bolas de acero endurecido.

En general, cuanto mayor es la diferencia densidad/dureza de las bolas y la del mineral mayor será la eficiencia de la molienda.

Necesario el seleccionar las bolas con la densidad apropiada al tipo de molienda, siendo la expresión a utilizar (Rose y Sullivan, 1961):

$$\rho_B = \sqrt{0.016 \cdot \rho_M^2 + 20 \cdot \rho_M} - 0.4 \cdot \rho_M \quad (\text{t/m}^3)$$

$$\rho_M = \text{Densidad del mineral (t/m}^3\text{)}$$



### 3. Molinos de bolas. Variables de operación.

#### Estimación de la densidad de la carga de bolas

Para molienda de mineral duro se utilizan bolas de acero forjadas y de hierro fundido. Para mineral blando se emplean guijarros o “pebbles”.

La densidad de bolas de acero forjado estará entre 4.6 y 4.8 t/m<sup>3</sup>.

La densidad de bolas de hierro fundido estará entre 4.3 y 4.8 t/m<sup>3</sup>.

La densidad de bolas de carburo de tungsteno será de 14.9 t/m<sup>3</sup>.

La densidad de bolas de cerámica será de 3.6 t/m<sup>3</sup>.



### 3. Molinos de bolas. Variables de operación.

#### Distribución del tamaño de bolas

En molienda de bolas no se utiliza un diámetro único de bola de molienda sino un rango de tamaños.

Durante el desarrollo de la molienda el reemplazo de rangos de tamaños de bolas debe mantenerse.

La tabla indica una distribución de tamaños de bolas para comenzar la molienda.

Top Ball Size (mm)	Distribution % Mass							
	114	101	89	76	63.5	51	38	25.4
114	23.0							
101	31.0	23.0						
89	18.0	34.0	24.0					
76	15.0	21.0	38.0	31.0				
63.5	7.0	12.0	20.5	39.0	34.0			
51	3.8	6.5	11.5	19.0	43.0	40.0		
38	1.7	2.5	4.5	8.0	17.0	45.0	51.0	
25.4	0.5	1.0	1.5	3.0	6.0	15.0	49.0	100
	100	100	100	100	100	100	100	100

(Fuente: Gupta and Yan, 2016)

### 3. Molinos de bolas. Variables de operación.

#### Distribución del tamaño de bolas

Para reponer la carga diaria de bolas óptima se utiliza un procedimiento de Bond:

Size (mm)	Feed Cum % Retained	Factor $F^*$	Optimum Ball Charge Cum.% Retained	Daily Feed Ball Size (mm)		Equilibrium Ball Charge, % Cum Retained
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
		1.29 <sup>n</sup>	(2) × (3)	114 mm 65.2%	101 mm 34.8%	(5) + (6)
40.0	0.0		0.0	0.0		0.0
28.3	15.0	1.00	15.0	15.0	0.0	15.0
20.0	36.0	1.29	46.4	35.2	8.0	43.2
14.1	58.0	1.66	96.5	47.0	19.8	66.8
10.0	64.0	2.15	**	56.7	27.1	83.9
7.1	72.0	2.77		61.3	31.3	92.6
5.0	75.0	3.57		63.8	33.6	97.3
3.5	80.0	4.61		64.9	34.4	99.3
2.5	81.5	5.94		65.2	34.8	100.0
1.8	82.5	7.67				
1.3	84.0	9.89				
0.9	85.0	12.76				
0.6	87.0	16.46				
0.4	88.0	21.24				
0.3	90.0	27.39				

1. Se obtienen los % retenidos acumulados para cada tamaño de tamiz (columna 2), donde el máximo tamaño es 28.3 mm.
2. Se completa la columna 3, empezando por el máximo tamaño de 28.3 mm, aplicando la expresión de  $1.29^n$ , siendo  $n = 0, 1, 2, 3, \dots, n$  ( $n^\circ$  tamices - 1).



### 3. Molinos de bolas. Variables de operación.

#### Distribución del tamaño de bolas

Para reponer la carga diaria de bolas óptima se utiliza un procedimiento de Bond:

Size (mm)	Feed Cum % Retained	Factor $F^*$	Optimum Ball Charge Cum.% Retained	Daily Feed Ball Size (mm)		Equilibrium Ball Charge, % Cum Retained
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
		1.29 <sup>n</sup>	(2) × (3)	114 mm 65.2%	101 mm 34.8%	(5) + (6)
40.0	0.0		0.0	0.0		0.0
28.3	15.0	1.00	15.0	15.0	0.0	15.0
20.0	36.0	1.29	46.4	35.2	8.0	43.2
14.1	58.0	1.66	96.5	47.0	19.8	66.8
10.0	64.0	2.15	**	56.7	27.1	83.9
7.1	72.0	2.77		61.3	31.3	92.6
5.0	75.0	3.57		63.8	33.6	97.3
3.5	80.0	4.61		64.9	34.4	99.3
2.5	81.5	5.94		65.2	34.8	100.0
1.8	82.5	7.67				
1.3	84.0	9.89				
0.9	85.0	12.76				
0.6	87.0	16.46				
0.4	88.0	21.24				
0.3	90.0	27.39				

3. Se completa la columna 4, multiplicando los valores de la columna 2 y 3, hasta que se alcance el valor de 100, a partir del cual se rechazan los siguientes.



### 3. Molinos de bolas. Variables de operación.

#### Distribución del tamaño de bolas

Para reponer la carga diaria de bolas óptima se utiliza un procedimiento de Bond:

Size (mm)	Feed Cum % Retained	Factor $F^*$	Optimum Ball Charge Cum.% Retained	Daily Feed Ball Size (mm)		Equilibrium Ball Charge, % Cum Retained
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
		1.29 <sup>n</sup>	(2) × (3)	114 mm 65.2%	101 mm 34.8%	(5) + (6)
40.0	0.0		0.0	0.0		0.0
28.3	15.0	1.00	15.0	15.0	0.0	15.0
20.0	36.0	1.29	46.4	35.2	8.0	43.2
14.1	58.0	1.66	96.5	47.0	19.8	66.8
10.0	64.0	2.15	**	56.7	27.1	83.9
7.1	72.0	2.77		61.3	31.3	92.6
5.0	75.0	3.57		63.8	33.6	97.3
3.5	80.0	4.61		64.9	34.4	99.3
2.5	81.5	5.94		65.2	34.8	100.0
1.8	82.5	7.67				
1.3	84.0	9.89				
0.9	85.0	12.76				
0.6	87.0	16.46				
0.4	88.0	21.24				
0.3	90.0	27.39				

4. Columna 5: se obtiene el tamaño máximo de bola con la siguiente expresión:

$$\text{Tamaño bola } (d_B) - \text{Tamaño partícula } (d) = 4$$

Dichos valores viene expresados en función del número de Stadler:

$$\text{Número Stadler} = 6.64(\log (d) + 8.07) + 1$$

d en cm



### 3. Molinos de bolas. Variables de operación.

#### Distribución del tamaño de bolas

Para reponer la carga diaria de bolas óptima se utiliza un procedimiento de Bond:

Size (mm)	Feed Cum % Retained	Factor $F^*$	Optimum Ball Charge Cum.% Retained	Daily Feed Ball Size (mm)		Equilibrium Ball Charge, % Cum Retained
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
		1.29 <sup>n</sup>	(2) × (3)	114 mm 65.2%	101 mm 34.8%	(5) + (6)
40.0	0.0		0.0	0.0		0.0
28.3	15.0	1.00	15.0	15.0	0.0	15.0
20.0	36.0	1.29	46.4	35.2	8.0	43.2
14.1	58.0	1.66	96.5	47.0	19.8	66.8
10.0	64.0	2.15	**	56.7	27.1	83.9
7.1	72.0	2.77		61.3	31.3	92.6
5.0	75.0	3.57		63.8	33.6	97.3
3.5	80.0	4.61		64.9	34.4	99.3
2.5	81.5	5.94		65.2	34.8	100.0
1.8	82.5	7.67				
1.3	84.0	9.89				
0.9	85.0	12.76				
0.6	87.0	16.46				
0.4	88.0	21.24				
0.3	90.0	27.39				

4. Así, para  $d = 2.83$  cm:

$$\text{Número Stadler } (d) = 6.64(\log (2.83 \text{ cm}) + 8.07) + 1 = 57.58$$

$$\text{Número Stadler } (d_B) = 57.58 + 4 = 61.58$$

$$\text{Número Stadler } (d_B) = 6.64 \cdot (\log (d_B) + 8.07) + 1 = 61.58$$

$$\log_{10}(x) = y \Rightarrow 10^y = x$$

$$10^{1.054} = 11.33 \text{ cm}$$





### 3. Molinos de bolas. Variables de operación.

#### Distribución del tamaño de bolas

Para reponer la carga diaria de bolas óptima se utiliza un procedimiento de Bond:

Top Ball Size (mm)	Distribution % Mass							
	114	101	89	76	63.5	51	38	25.4
114	23.0							
101	31.0	23.0						
89	18.0	34.0	24.0					
76	15.0	21.0	38.0	31.0				
63.5	7.0	12.0	20.5	39.0	34.0			
51	3.8	6.5	11.5	19.0	43.0	40.0		
38	1.7	2.5	4.5	8.0	17.0	45.0	51.0	
25.4	0.5	1.0	1.5	3.0	6.0	15.0	49.0	100
	100	100	100	100	100	100	100	100

$$23 \times 0.652 = 15.0$$

$$(31 \times 0.652) + 15.0 = 35.2$$

$$(18 \times 0.652) + 35.2 = 46.9$$

...

$$(0.5 \times 0.652) + 64.87 = 65.2$$

9. Estos valores de porcentaje se llevan a la columna 5 de la tabla



### 3. Molinos de bolas. Variables de operación.

#### Distribución del tamaño de bolas

Para reponer la carga diaria de bolas óptima se utiliza un procedimiento de Bond:

Top Ball Size (mm)	Distribution % Mass							
	114	101	89	76	63.5	51	38	25.4
114	23.0							
101	31.0	23.0						
89	18.0	34.0	24.0					
76	15.0	21.0	38.0	31.0				
63.5	7.0	12.0	20.5	39.0	34.0			
51	3.8	6.5	11.5	19.0	43.0	40.0		
38	1.7	2.5	4.5	8.0	17.0	45.0	51.0	
25.4	0.5	1.0	1.5	3.0	6.0	15.0	49.0	100
	100	100	100	100	100	100	100	100

$$23 \times 0.35 = 8.0$$

$$(34 \times 0.35) + 8.0 = 19.8$$

$$(21 \times 0.35) + 19.8 = 27.1$$

...

$$(1.0 \times 0.35) + 34.45 = 34.8$$



### 3. Molinos de bolas. Variables de operación.

#### Distribución del tamaño de bolas

Para reponer la carga diaria de bolas óptima se utiliza un procedimiento de Bond:

Size (mm)	Feed Cum % Retained	Factor $F^*$	Optimum Ball Charge Cum.% Retained	Daily Feed Ball Size (mm)		Equilibrium Ball Charge, % Cum Retained
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
		1.29 <sup>n</sup>	(2) × (3)	114 mm 65.2%	101 mm 34.8%	(5) + (6)
40.0	0.0		0.0	0.0		0.0
28.3	15.0	1.00	15.0	15.0	0.0	15.0
20.0	36.0	1.29	46.4	35.2	8.0	43.2
14.1	58.0	1.66	96.5	47.0	19.8	66.8
10.0	64.0	2.15	**	56.7	27.1	83.9
7.1	72.0	2.77		61.3	31.3	92.6
5.0	75.0	3.57		63.8	33.6	97.3
3.5	80.0	4.61		64.9	34.4	99.3
2.5	81.5	5.94		65.2	34.8	100.0
1.8	82.5	7.67				
1.3	84.0	9.89				
0.9	85.0	12.76				
0.6	87.0	16.46				
0.4	88.0	21.24				
0.3	90.0	27.39				

12. Y finalmente se completa la columna 7 sumando los valores de las columnas 5 y 6.

13. Los tamaños de bola seleccionados serán los más próximos a los comercialmente disponibles.



### 3. Molinos de bolas. Variables de operación.

#### Rotación del molino y velocidad crítica

La molienda se lleva a cabo con velocidades de giro inferiores a la velocidad crítica.

Para determinar la velocidad crítica es necesario conocer el diámetro interior del molino y el diámetro del cuerpo molturante (bolas).

La expresión que nos da la velocidad crítica es:  $v_c = \frac{42.3}{\sqrt{D-d}} \text{ rpm}$

$D$  = Diámetro interior del molino, m

$d$  = Diámetro de bola, m

Nota: La acción es predominante con el número 3 y menos predominante con el número 1.

% Critical Speed	Sliding	Cascading	Centrifuging
10	3	-	-
20	3	-	-
30	3	1	-
40	2	1	-
50	2	1	1
60	2	2	1
70	1	3	3
80	1	3	2
90	-	2	3

(Fuente: Gupta and Yan, 2016)

## 4. Molinos de bolas. Estimación de la capacidad

### Método de Bond (1961)

Su expresión general viene dada por:

$$Q = \frac{P_M}{E} \quad t/h$$

Donde:  $P_M$  = Potencia del molino (kW)

$E$  = Energía requerida (kWh/t)

Las investigaciones de Bond establecen las siguientes expresiones para el cálculo de la capacidad de un molino de bolas:

$$P_M = 7.33 \cdot J_B \cdot \phi_C \cdot (1 - 0.937 \cdot J_B) \cdot \rho_b \cdot L \cdot D^{2.3} \left( 1 - \frac{0.1}{2^{9-10 \cdot \phi_C}} \right)$$

$J_B$  = Porcentaje de carga bolas

$\phi_C$  = Porcentaje de la velocidad crítica

A continuación  $P_M$  se divide por la expresión de la energía de Bond:

$$E = w_i \cdot \left( \frac{10}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{10}{\sqrt{F_{80}}} \right)$$



## 4. Molinos de bolas. Estimación de la capacidad

### Método de Austin, Klimpel y Luckie (1984).

Su expresión tiene en cuenta el tamaño del molino de bolas:

Molinos de diámetro inferior a 3.81 m:

$$Q = \frac{6.13D^{3.5} \left( \frac{L}{D} \right) \rho_b \left( J_B - 0.937 J_B^2 \right) \left( \phi_C - \frac{0.1\phi_C}{2^{9-10\phi_C}} \right)}{C_F W_i 10 \left( \frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right)} \quad t/h$$

Donde:

$C_F$  = Factor de corrección

$\rho_b$  = Densidad de las bolas (7.9 t/m<sup>3</sup>, acero)

Molinos de diámetro superior a 3.81 m:

$$Q = \frac{8.01D^{3.5} \left( \frac{L}{D} \right) \rho_b \left( J_B - 0.937 J_B^2 \right) \left( \phi_C - \frac{0.1\phi_C}{2^{9-10\phi_C}} \right)}{C_F W_i 10 \left( \frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}} \right)} \quad t/h$$

## 5. Estimación de la potencia

### Molinos de bolas

El cálculo de la potencia del motor es importante para poder seleccionar adecuadamente un molino.

La potencia del motor deberá ser suficiente para mover y elevar la carga mineral y de bolas y provocar las acciones de molienda.

Además, la potencia del motor deberá tener que ser capaz de vencer el par de giro del molino cargado cuando éste está en reposo.

A continuación se presentan expresiones para la potencia a través de métodos mecánicos (experimentación en laboratorio).

Estas expresiones son reconocidas y aceptadas para el cálculo de la potencia de un molino de bolas.

Indicar que la otra forma de cálculo de la potencia es por medios analíticos (simulaciones considerando leyes de la física).

## 5. Estimación de la potencia

### Molinos de bolas

Los siguientes autores han proporcionado una expresión para la potencia:

Rose y Sullivan

Nordberg (Metso Minerals)

Blanc

Bond



(Fuente: [www.sine.ni.com](http://www.sine.ni.com) – SAG mill)



## 5. Estimación de la potencia

### Molinos de bolas

#### Método de Rose y Sullivan

Su expresión viene dada por (considera una porosidad de la carga (bolas y mineral molido) de 0.4):

$$P_M = 1.12 \times 10^{-3} (D^{2.5} \cdot L \cdot \rho_b) \left( 1 + \frac{0.4 \cdot \rho_s \cdot U}{\rho_b} \right) \cdot \phi_C \cdot f(J_B)$$

$$f(J_B) = 3.045J_B + 4.55J_B^2 - 20.4J_B^3 + 12.9J_B^4 \quad (J_B < 0.5)$$

Donde:

$U$  = Espacios entre bolas ocupados por mineral con el molino en reposo (%)

$P_M$  = Potencia del molino (kW),  $L$  y  $D$  en m,  $\rho_b$  en  $\text{kg/m}^3$

$f(J_B)$  = Expresión en función de la carga de bolas

$J_B$  = Carga de bolas, en tanto por uno

Este método se aplicará cuando la velocidad del molino es inferior al 80% de la velocidad crítica.



## 5. Estimación de la potencia

### Molinos de bolas

#### Método de Nordberg (Metso)

El grupo industrial Metso (Nordberg) publicó la siguiente expresión que ofrece la potencia para mantener una masa de mineral a una determinada posición y se basa en la ecuación de Bond:

$$P_M = \frac{M_B \cdot H_{COG} \cdot \sin \alpha \cdot 2 \cdot \pi \cdot \omega}{13,488} \quad kW$$

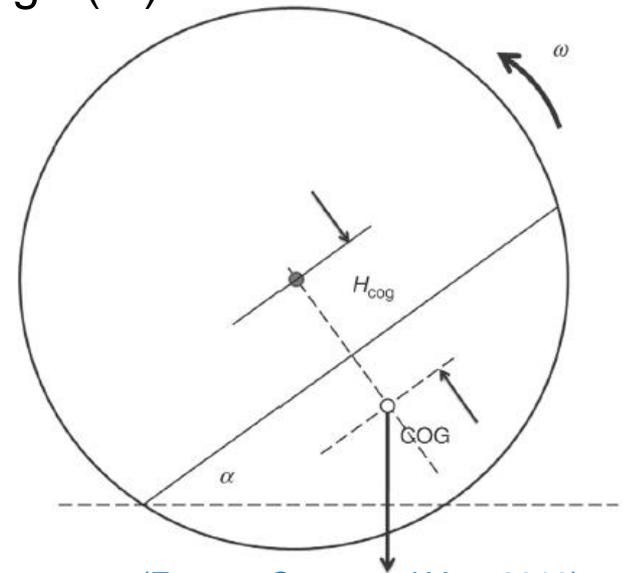
Donde:

$H_{COG}$  = Distancia centro de gravedad de la carga (m)

$\alpha$  = Ángulo dinámico de la carga en reposo

$\omega$  = Velocidad de giro del molino (rpm)

$M_B$  = Masa de la carga (t)



(Fuente: Gupta and Yan, 2016)

## 5. Estimación de la potencia

### Molinos de bolas

#### Método de Nordberg (Metso)

La ecuación que se aplica, realmente, para conocer la potencia requerida (kW) es:

$$P_M = 2.448 \cdot A \cdot B \cdot C \cdot L \quad kW$$

Donde:

$A$  = Factor dependiente del diámetro del molino

$B$  = Factor dependiente del porcentaje de carga y del tipo de molino

$C$  = Factor dependiente de la velocidad del molino

$L$  = Longitud del molino



## 5. Estimación de la potencia

### Molinos de bolas

#### Método de Blanc

Doering International proporciona la siguiente expresión basada en la fórmula de Blanc (2003):

$$P_M = \frac{K \cdot M_B \cdot \sqrt{D}}{1.3596} \quad kW$$

Donde:

$K$  = Es un factor dependiente de la carga (usar tabla)

Grinding Media	Media Load Fraction				
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
Steel balls > 60 mm	11.9	11.0	9.9	8.5	7.0
Steel balls < 60 mm	11.5	10.6	9.5	8.2	6.8
Cylpebs	11.1	10.2	9.2	8.0	6.0
Steel media (average)	11.5	10.6	9.53	8.23	6.8



## 5. Estimación de la potencia

### Molinos de bolas

#### Método de Bond

Fred Bond (1961) a través de numerosas observaciones empíricas estableció que la potencia es dependiente de una serie de factores:

1. Proporcional a la longitud del molino
2. Función de la velocidad de giro
3. Función de la masa total de la carga
4. Función de la naturaleza del mineral
5. Relacionada con el índice de trabajo ( $w_i$ )

$$\frac{P_M}{M_B} = 15.6 \cdot D^{0.3} \cdot \phi_C \cdot (1 - 0.937 \cdot J_B) \cdot \left( 1 - \frac{0.1}{2^{9-10 \cdot \phi_C}} \right) \quad kW/t$$

Donde:

$$M_B = 0.471 \cdot J_B \cdot L \cdot D^2 \cdot \rho_b$$



## 5. Estimación de la potencia

### Molinos de bolas

#### Método de Bond (molinos por vía húmeda)

$$\frac{P_M}{M_B} = 15.6 \cdot D^{0.3} \cdot \phi_C \cdot (1 - 0.937 \cdot J_B) \cdot \left(1 - \frac{0.1}{2^{9-10 \cdot \phi_C}}\right) \text{ kW/t}$$

1. La expresión anterior debe ser corregida con un factor  $F_S$  (factor de pulpa) cuando el diámetro máximo de las bolas es inferior a 45.7 mm y el diámetro interior del molino es superior a 2.4 m:

$$F_S = 1.102 \cdot \left(\frac{45.72 - d_{MAX}}{50.8}\right) \text{ kW/t}$$

$d_{MAX}$  : en mm

Nota: se resta de la expresión anterior

2. La expresión anterior debe ser corregida con un factor  $F_B$  (factor de bolas) cuando el diámetro interior del molino es superior a 3.3 m:

$$F_B = 1.102 \cdot \left(\frac{d_{MAX} - 12.5 \cdot D}{50.8}\right) \text{ kW/t}$$

$d_{MAX}$  en mm ; D en m

Nota: se suma a la expresión anterior



## 5. Estimación de la potencia

### Molinos de bolas

#### Método de Bond (molinos por vía húmeda)

$$\frac{P_M}{M_B} = 15.6 \cdot D^{0.3} \cdot \phi_C \cdot (1 - 0.937 \cdot J_B) \cdot \left(1 - \frac{0.1}{2^{9-10 \cdot \phi_C}}\right) \text{ kW/t}$$

1. La expresión anterior debe ser corregida con un factor  $F_S$  (factor de pulpa) cuando el diámetro máximo de las bolas es inferior a 45.7 mm y el diámetro interior del molino es superior a 2.4 m:

$$F_S = 1.102 \cdot \left(\frac{45.72 - d_{MAX}}{50.8}\right) \text{ kW/t}$$

$d_{MAX}$  : en mm

Nota: se resta de la expresión anterior

2. La expresión anterior debe ser corregida con un factor  $F_B$  (factor de bolas) cuando el diámetro interior del molino es superior a 3.3 m:

$$F_B = 1.102 \cdot \left(\frac{d_{MAX} - 12.5 \cdot D}{50.8}\right) \text{ kW/t}$$

$d_{MAX}$  en mm ; D en m

## 5. Estimación de la potencia

### Molinos de bolas

#### Método de Bond (descarga con rejilla)

$$\frac{P_M}{M_B} = 15.6 \cdot D^{0.3} \cdot \phi_C \cdot (1 - 0.937 \cdot J_B) \cdot \left( 1 - \frac{0.1}{2^{9-10 \cdot \phi_C}} \right) \text{ kW/t}$$

1. Con molinos de bolas con descarga por rejilla y por vía seca, la anterior expresión multiplicarla por 1.08.
2. Con molinos de bolas con descarga por rejilla y por vía húmeda, la anterior expresión multiplicarla por 1.16.



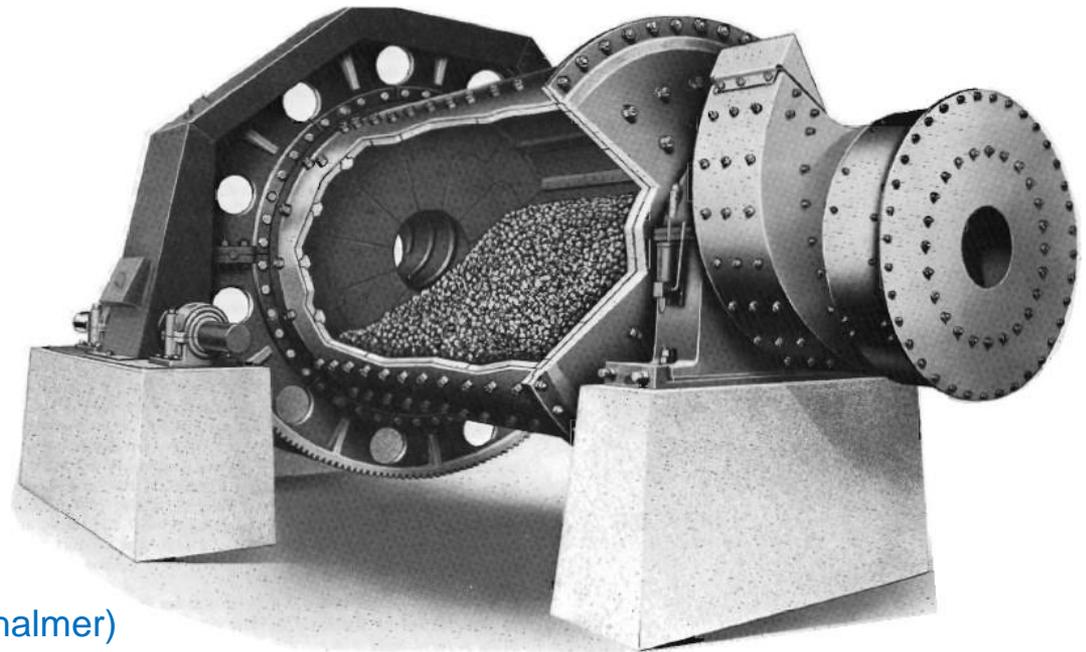
## 5. Estimación de la potencia

### Molinos de bolas

#### Método de Bond (descarga por rebose) – modificado por Rowland y Kjos

$$\frac{P_M}{M_B} = 4.879 \cdot D^{0.3} \cdot (3.2 - 3J_B) \cdot \phi_C \cdot \left(1 - \frac{0.1}{2^{9-10 \cdot \phi_C}}\right) + F_B \quad kW/t - bolas$$

1. Expresión aplicable a molinos superiores a 3.3 metros de diámetro.
2. Los molinos deben tener descarga por rebose y por vía húmeda.



(Fuente: Allis-Chalmer)

## 6. Ejercicios - Ejemplos

### Ejemplo 12:

Un molino bolas con descarga por rebose presenta unas dimensiones de 3.5 x 3.5 metros, dispone de un revestimiento de caucho de grosor 75 mm. El 40% del volumen del molino es ocupado por la carga y el cual opera a una velocidad de 17.6 rpm. El diámetro de bola es de 70 mm. Se pide:

1. La velocidad crítica a la cual las bolas cesarán de caer.
2. El consumo óptimo de potencia para operar el molino.

### Ejemplo 13:

Un molino bolas por vía seca con unas dimensiones de 2.1 x 2.1 metros, está cargado con bolas de 30 mm de diámetro de densidad  $7.8 \text{ t/m}^3$ . En reposo, la porosidad de la carga es del 35% y la carga ocupa el 45% del volumen del molino. El molino opera al 70% de su velocidad crítica, requiriendo procesar unas 35 t/h de roca. La densidad de la roca es de  $2.5 \text{ t/m}^3$ . Determina:

1. La masa de los cuerpos molturantes.
2. La potencia neta del molino requerida para operar.
3. La potencia requerida para moler la misma cantidad de mineral en un molino operando por vía húmeda y con descarga por rebose.

### Ejemplo 14:

Se quiere instalar un molino al que se le requiere que muele caliza con una producción de 250 tph donde las características de la alimentación será de 80% de paso por una malla de abertura 10 mm y donde se exige que el producto cumpla con un 80% de paso por una abertura de malla de 100 micras. El molino trabajará en circuito cerrado y en condiciones de vía húmeda, además la descarga se llevará a cabo por rebose. Calcula las dimensiones del molino requerido para cumplir con dicha capacidad de 250 tph.

# Referencias para consulta:

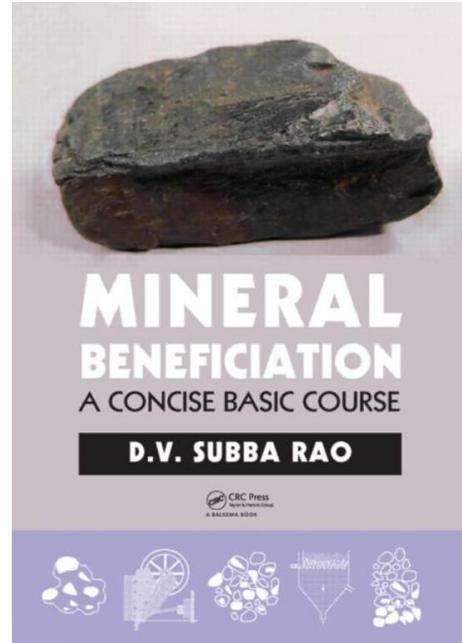


euitc

## Ejercicios Resueltos de Tecnología Mineralúrgica



Pedro Martínez Pagán  
Dr. Ingeniero de Minas



## OCW UPCT

TECNOLOGÍA MINERALÚRGICA, 2ª ed. (2020)

URL: <https://ocw.bib.upct.es/course/view.php?id=178>

