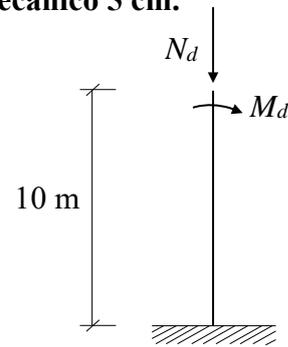


La estructura de la figura está compuesta por un pilar de sección rectangular 80×60 cm soportando los siguientes esfuerzos $N_d = 800$ kN y $M_d = 1050$ kN m. El hormigón es del tipo HA-25/B/20/I, el acero es B 500 S y el recubrimiento mecánico 5 cm.

Se pide realizar el armado de la pieza.



* RESISTENCIA DE CÁLCULO DE LOS MATERIALES

$$\text{Hormigón} \rightarrow f_{cd} = 25/1,5 = 16,67 \text{ MPa}$$

$$\text{Acero} \rightarrow f_{yd} = 500/1,15 = 434,78 \text{ MPa}$$

$$f_{yc,d} = f_{y\alpha,d} = 400 \text{ MPa}$$

* DIMENSIONAMIENTO

$$\text{Esbeltez mecánica } \lambda: \quad \lambda = \frac{l_o}{i_c}, \quad i_c = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

$$l_o = \alpha l = 2 \cdot 10.000 = 20.000 \text{ mm}$$

$$i_c = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{12}bh^3}{bh}} = \sqrt{\frac{1}{12}h^2} = \frac{h}{\sqrt{12}} = \frac{800}{\sqrt{12}} = 230,94 \text{ mm}$$

$$\lambda = \frac{l_o}{i_c} = \frac{20000}{230,94} = 86,60$$

Esbeltez inferior λ_{inf} :

$$C = 0,24 \text{ (armadura simétrica en dos caras opuestas en el plano de flexión)}$$

$$\nu = N_d / (A f_{cd}) = 800 \cdot 10^3 / (800 \cdot 600 \cdot 16,67) = 0,10$$

$$e_2 = M_{d,max} / N_d = 1050 \cdot 10^6 / 800 \cdot 10^3 = 1312,5 \text{ mm} > 2 \text{ cm y } h/20 = 800/20 = 40 \text{ mm}$$

$$e_1 = e_2 = 1312,5 \text{ mm}$$

$$h = 800 \text{ mm}$$

$$\lambda_{\text{inf}} = 35 \sqrt{\frac{C}{\nu} \left[1 + \frac{0,24}{e_2/h} + 3,4 \left(\frac{e_1}{e_2} - 1 \right)^2 \right]} = 58,05$$

Por tanto $58,05 < \lambda = 86,60 < 100 \Rightarrow$ Método aproximado

• Excentricidad de 1^{er} orden, soporte traslacional $e_e = e_2 = 1312,5 \text{ mm}$

• Excentricidad ficticia e_a

$$\varepsilon_y = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{434,78}{2 \cdot 10^5} = 0,0022 \quad ; \quad \beta = 1,0$$



$$e_a = (1 + 0,12\beta) (\varepsilon_y + 0,0035) \frac{h + 20e_e}{h + 10e_e} \frac{l_o^2}{50i_c} =$$

$$= (1 + 0,12 \cdot 1) (0,0022 + 0,0035) \frac{800 + 20 \cdot 1312,5}{800 + 10 \cdot 1312,5} \cdot \frac{20000^2}{50 \cdot 230,94} = 427,63 \text{ mm}$$

• Excentricidad total $e_{\text{total}} = e_e + e_a = 1312,50 + 427,63 = \mathbf{1740,13 \text{ mm}} \geq e_2 = 1312,50 \text{ mm}$

Esfuerzos de cálculo resultantes:

$$N_d = \mathbf{800 \text{ kN}}$$

$$M_{\text{total}} = N \cdot e_{\text{total}} = 800 \cdot 1,74013 = \mathbf{1392,10 \text{ kN m}}$$

Nota: El peso propio PP de los pilares suele despreciarse en los cálculos de pandeo, pues para valores del PP < 25 % de la carga total (caso habitual), la diferencia en el armado es < 10 %.

* OBTENCIÓN DE LA ARMADURA LONGITUDINAL (ANEJO 7 EHE-08)

CONSIDERACIONES PREVIAS:

- Debe cumplirse: $d'/d \leq 0,20 \quad d' = 5 \text{ cm} \leq d/5 = 75/5 = 15 \text{ cm}$
- Definición de la variable U_0 utilizada en las fórmulas:

$$U_0 = f_{cd}bd = 16,67 \cdot 600 \cdot 750 = 7.501.500 \text{ N}$$

Caso 2°: $0 \leq N_d = 800 \text{ kN} \leq 0,5U_0 = 3750,75 \text{ kN}$

La capacidad mecánica es: $U_{s1} = U_{s2} = \frac{M_d}{d-d'} + \frac{N_d}{2} - \frac{N_d d}{d-d'} \left(1 - \frac{N_d}{2U_0}\right) = 1.577.277 \text{ N}$

La armadura resulta pues $A_s = U_{s1} / f_{yc,d} = 3943 \text{ mm}^2$

* DISPOSICIONES RELATIVAS A LAS ARMADURAS

Distancia entre dos barras longitudinales consecutivas $s \leq 30 \text{ cm}$

Cuantía mecánica mínima

$$\frac{M}{N} = \frac{1392,10}{800} = 1,74 \text{ m} > \frac{h}{6} = \frac{0,80}{6} = 0,133 \text{ m} \Rightarrow \text{Flexión compuesta}$$

Para flexión simple o compuesta y sección rectangular, la armadura mínima traccionada:

$$A_s \geq 0,04A_c \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,04 \cdot 600 \cdot 800 \cdot \frac{16,67}{434,78} = 736 \text{ mm}^2$$

Para flexión compuesta, la armadura mínima comprimida:

$$A'_s \geq \frac{0,05N_d}{f_{yd}} = \frac{0,05 \cdot 800 \cdot 10^3}{434,78} = 92 \text{ mm}^2$$

Cuantía geométrica mínima

En pilares, la cuantía total es el 4,0 ‰ de la sección bruta de hormigón

$$0,004A_c = 0,004 \cdot 800 \cdot 600 = 1920 \text{ mm}^2 \text{ en toda la sección}$$

Resumen: Cara traccionada $3943 \text{ mm}^2 \Rightarrow 5\text{Ø}32 \text{ (4021 mm}^2\text{)}$

Cara comprimida $3943 \text{ mm}^2 \Rightarrow 5\text{Ø}32 \text{ (4021 mm}^2\text{)}$

Armadura mínima transversal

Armadura resistente comprimida, arriostrarla mediante cercos o estribos separados S_t

$$S_t \leq 15\text{Ø}_{\min} = 15 \cdot 3,2 = 48 \text{ cm de diámetro } \text{Ø}_t \geq \text{Ø}_{\max}/4 = 32/4 = 8 \text{ mm}$$

Además, en piezas comprimidas $\Rightarrow S_t \leq 30 \text{ cm}$ (menor dimensión del elemento)

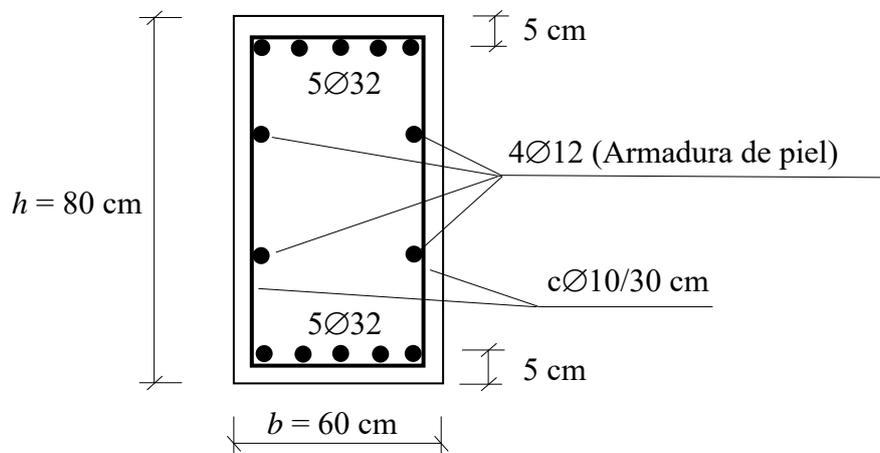
$$A_{\alpha, \min} = \frac{f_{ct,m} b_0 \operatorname{sen} \alpha}{7,5 f_{y\alpha,d}} \cdot 1000 = \frac{2,56 \cdot 600}{7,5 \cdot 400} \cdot 1000 = 512 \text{ mm}^2 / \text{m}$$

$$\text{con } f_{ct,m} = 0,30 \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 0,30 \sqrt[3]{25^2} = 2,56 \text{ MPa}$$

Si $S_{i,trans} = 600 - 2 \cdot 50 = 500 > d$ ó $500 \text{ mm} \Rightarrow$ Emplear doble cerco (4 ramas). No es el caso.

Por tanto: **cØ10/30 cm (524 mm²)**

*** CROQUIS DE ARMADO**



$$A_{piel} \geq \frac{0,05}{100} bd = 0,0005 \cdot 600 \cdot 750 = 225 \text{ mm}^2 \quad (2\text{Ø}12, 226 \text{ mm}^2)$$

Por último, ha de comprobarse que se cumpla la separación mínima entre barras:

$$s \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi \text{ de la mayor (o del grupo, si hay)} = 3,2 \text{ cm} \\ 1,25 TMA = 1,25 \cdot 20 = 25 \text{ mm} = 2,5 \text{ cm} \end{cases}$$

Dicha separación es:

$$s = \frac{60 - 2 \cdot 5}{4} - 3,2 = 9,3 \text{ cm}$$

Apéndice. Cálculo más afinado de la esbeltez mínima:

Si se hubiese dimensionado primero a flexo-compresión con armadura simétrica se hubiera obtenido, para $N_d = 800$ kN y $M_d = 1050$ kN m:

$$A_{s1} = A_{s2} = 2721 \text{ mm}^2 \quad \Rightarrow \quad 9\text{Ø}20 \text{ (2827 mm}^2\text{)}$$

con una separación entre barras de $s = \frac{60 - 2 \cdot 5}{8} - 2 = 4,25$ cm

Esta armadura supone una cuantía mecánica total:

$$\omega = \frac{A_{tot} f_{yd}}{A_c f_{cd}} = \frac{2 \cdot 2827 \cdot 434,78}{800 \cdot 600 \cdot 16,67} = 0,3073$$

Conociendo la cuantía mecánica, la esbeltez mínima podría haberse ajustado más a partir de la expresión de los comentarios del art. 43.1.2 de la EHE-08, resultando $\lambda_{inf} = 59,02$.

En este caso se tendría que $59,02 < \lambda = 86,60 < 100$, por lo que igualmente se hubiera tenido que emplear el método aproximado de comprobación de soportes aislados propuesto en la EHE-08.

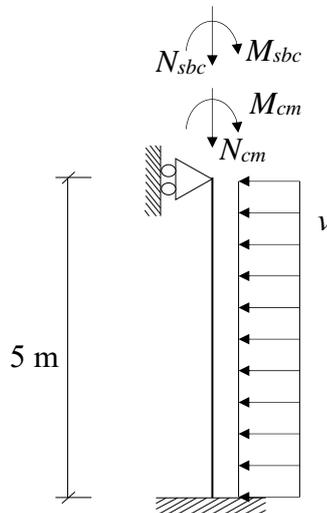
Una vez conocida la armadura total definitiva ($2 \times 5\text{Ø}32 = 2 \times 4021 \text{ mm}^2 = 8042 \text{ mm}^2$), la esbeltez mínima más ajustada tendría un valor $\lambda_{inf} = 65,29$, por lo que sigue resultando que $\lambda_{inf} < \lambda < 100$.

DIMENSIONAMIENTO A PANDEO

Ejercicio 1

El pilar de la figura tiene una sección de 40×80 cm y está sometida a las siguientes acciones:

- Peso propio 25 kN/m³
- Viento $v = 20$ kN/m (puede actuar en los dos sentidos)
- Carga muerta $N_{cm} = 20$ kN $M_{cm} = 40$ kN m
- Sobrecarga $N_{sbc} = 50$ kN $M_{sbc} = 60$ kN m



Sabiendo que el nivel de control es normal, se pide:

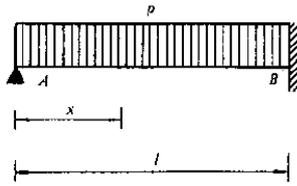
- 1) Obtener en la sección de empotramiento los esfuerzos más desfavorables en servicio y rotura
- 2) Dimensionar el armado de la pieza para la sección de empotramiento y dibujar el croquis de armado

Datos:

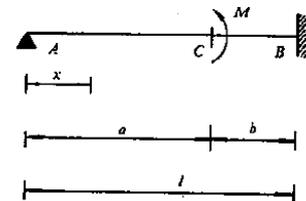
Hormigón HA-25/B/20/I

Acero B 500 S

Recubrimiento mecánico 5 cm



Diagramas	Reacciones y soluciones
 	<p>Reacciones:</p> $R_A = \frac{3}{8} pl \quad R_B = \frac{5}{8} pl$ <p>Esfuerzos cortantes:</p> $Q_x = pl \left(\frac{3}{8} - \frac{x}{l} \right) \quad Q_A = \frac{3}{8} pl \quad Q_B = -\frac{5}{8} pl$ <p>Momentos flectores:</p> $M_x = \frac{px}{8} (3l - 4x) \quad M_B = -\frac{pl^2}{8}$ $M_{\text{máx rel}} = \frac{9}{128} pl^2 \quad \text{para } x = \frac{3}{8} l \quad M = 0 \quad \text{para } x = \frac{3}{4} l$



Diagramas	Reacciones y soluciones
 	<p>Reacciones:</p> $R_A = -R_B = \frac{3}{2} \frac{M}{l^3} (l^2 - a^2)$ <p>Esfuerzos cortantes:</p> $Q_x = R_A = \text{const.}$ <p>Momentos flectores:</p> $M_C^{\text{dcha}} = R_A \cdot a - M \quad M_C^{\text{izq}} = R_A \cdot a \quad M_B = \frac{M}{2l^2} (l^2 - 3a^2)$ $M_{AC} = \frac{3}{2} \frac{Mx}{l^3} (l^2 - a^2) \quad M_{BC} = \frac{M}{2} \left[3 \frac{x}{l} \left(1 - \frac{a^2}{l^2} \right) - 2 \right]$

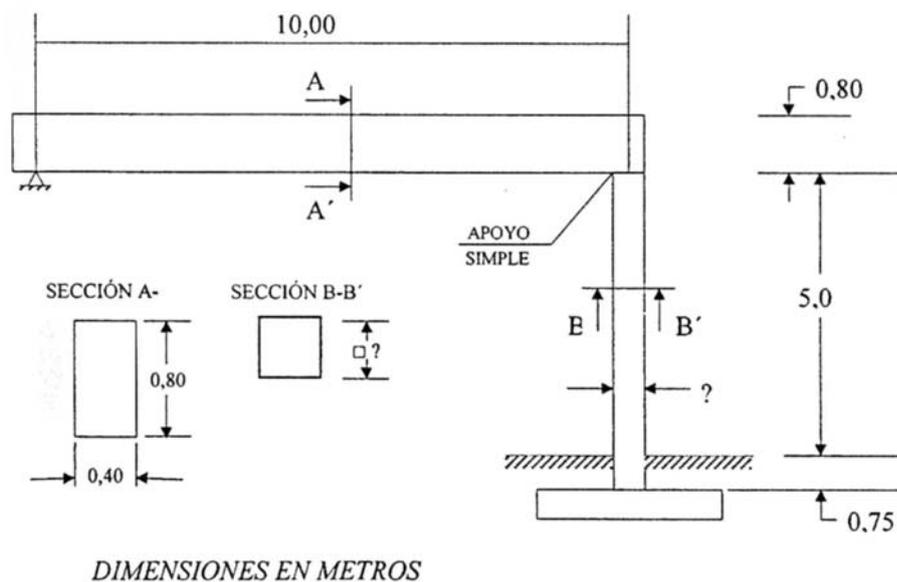
Fuente: ENSIDESA, 1993

Ejercicio 2

La estructura de hormigón armado de la figura se encuentra sometida a una acción permanente q de 20 kN/m distribuida en toda la longitud de la viga.

Se pide:

- 1) Dimensionar la sección cuadrada del soporte, de tal modo que, tenga área mínima para que se pueda aplicar el método aproximado de la EHE-08.
- 2) Dimensionar las armaduras necesarias en el soporte para la sección cuadrada dimensionada en el apartado anterior.



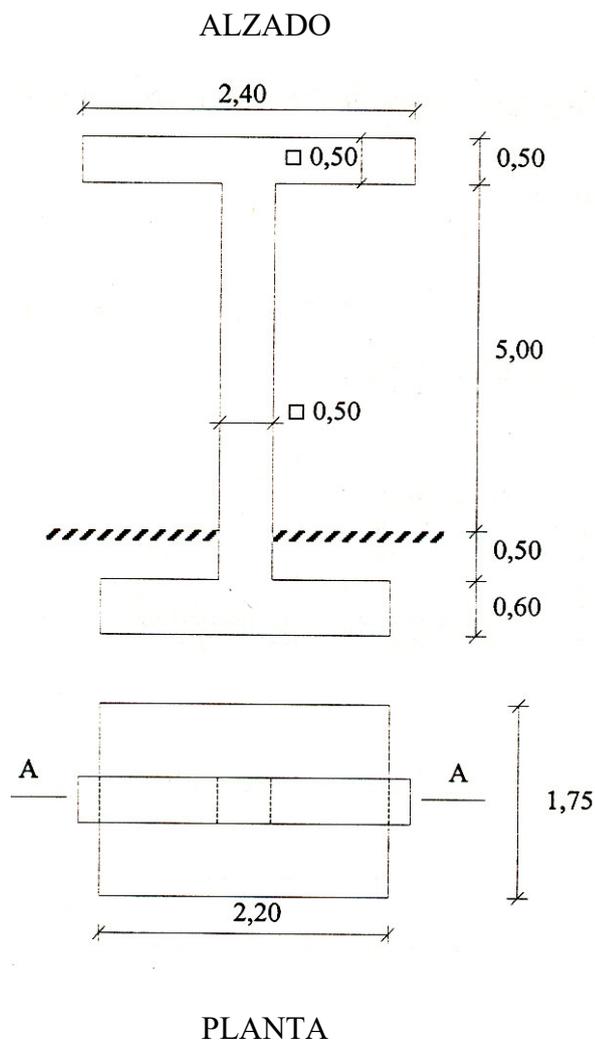
Fuente: Martí *et al*, 2000

Datos:

- Hormigón HA-25/P/16/IIa
- Acero B 500 S
- Nivel de control de ejecución normal
- Peso específico del hormigón armado 25 kN/m³

Ejercicio 3

Dada la estructura de hormigón armado de la figura, dimensionar las armaduras necesarias en el soporte frente a la actuación de una sobrecarga puntual de 253,2 kN de posición indeterminada sobre el dintel.



Datos:

Fuente: Martí *et al*, 2000

- Hormigón HA-25/P/16/I
- Acero B 500 S
- Nivel de control de ejecución intenso y materiales con distintivo de calidad oficial
- Recubrimiento mecánico $d' = 5$ cm