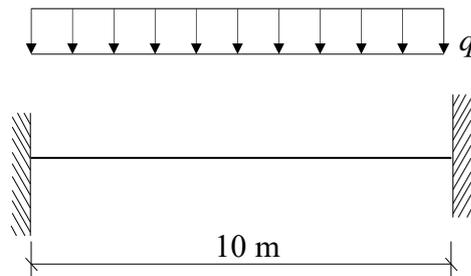


Ejercicio resuelto 1. Dimensionamiento a cortante de una viga.

La estructura de la figura, está compuesta por una viga biempotrada de sección rectangular soportando una sobrecarga de valor $q = 15 \text{ kN/m}$. El hormigón a utilizar tiene una resistencia de proyecto de 30 MPa (HA-30) y el acero es del tipo B 500 S.

Se pide realizar el armado transversal de la pieza.

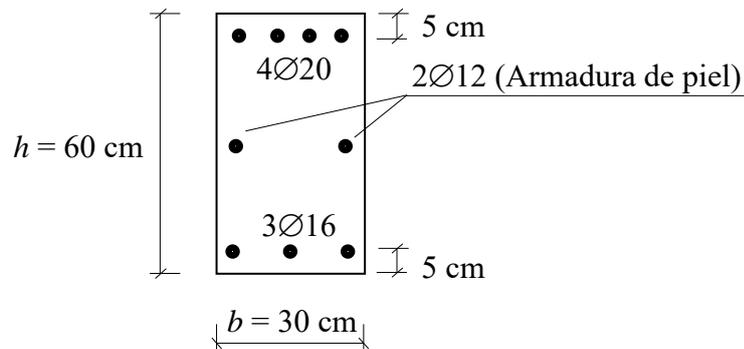
*** DATOS PREVIOS**

$$\text{Hormigón} \rightarrow f_{cd} = 30/1,5 = 20 \text{ MPa}$$

$$\text{Acero} \rightarrow f_{yd} = 500/1,15 = 434,78 \text{ MPa}$$

$$f_{y\alpha d} = 400 \text{ MPa}$$

Del dimensionado y armado a flexión se ha obtenido los siguientes resultados:



$$\text{Se ha de cumplir H. Bernouilli} \Rightarrow l_0 \geq 2h$$

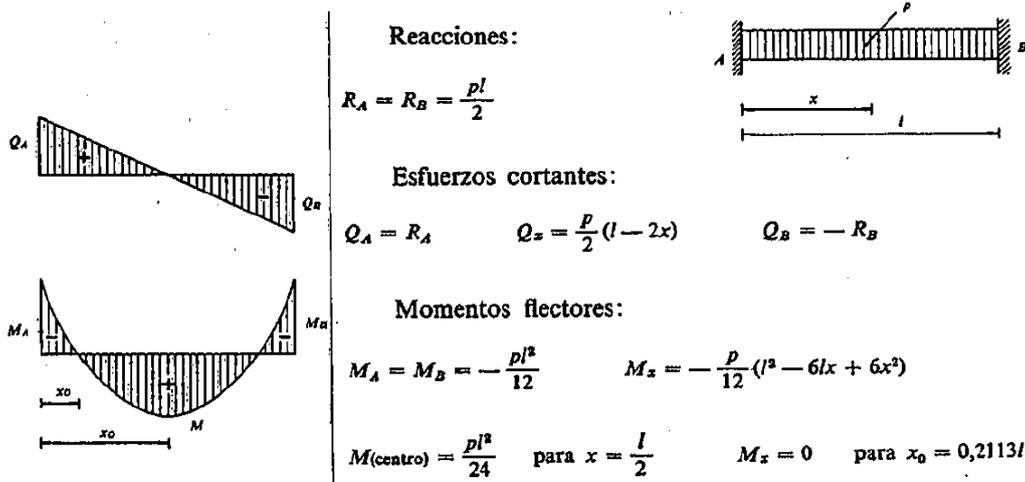
$$l_0 = L/\sqrt{3} = 5,77 \text{ m} \quad (\text{se puede deducir para viga biempotrada con carga uniforme})$$

$$l_0 > 2h = 2 \cdot 0,6 = 1,2 \text{ m}$$

$$\text{Se ha de cumplir también} \Rightarrow b \leq 5h$$

$$b = 0,3 \text{ m} < 5h = 5 \cdot 0,6 = 3 \text{ m}$$

*** LEYES DE ESFUERZOS**



Las acciones de cálculo son:

$$g = 0,3 \cdot 0,6 \cdot 25 = 4,5 \text{ kN/m}$$

$$q = 15 \text{ kN/m}$$

$$p_d = 1,35g + 1,5q = 28,575 \text{ kN/m}$$

Fuente: ENSIDESA, 1993

Las leyes de esfuerzos son:

$$V_d(x) = p(l - 2x)/2 = 28,575(10 - 2x)/2 = 142,875 - 28,575x \quad [x \text{ en m; } V_d \text{ en kN}]$$

$$M_d(x) = -p(l^2 - 6lx + 6x^2)/12 = -28,575(10^2 - 6 \cdot 10x + 6x^2)/12 =$$

$$= -238,125 + 142,875x - 14,2875x^2 \quad [x \text{ en m; } M_d \text{ en kN m}]$$

*** COMPROBACIÓN DEL ELU FRENTE A CORTANTE**

Comenzamos suponiendo que la sección de apoyos necesita armadura de cortante.

• PIEZAS CON ARMADURA DE CORTANTE

El cortante en el apoyo¹ tiene el valor:

$$V_{rd} = 142,88 \text{ kN} \quad (\text{en apoyos})$$

Para estribos normales al eje de la pieza ($\alpha = 90^\circ$); en ausencia de esfuerzo axial; $f_{ck} < 60 \text{ MPa}$; adoptando $\theta = \theta_e = 45^\circ$ ($\cotg \theta = \cotg \theta_e = 1$); las comprobaciones quedan:

¹ Faltaría conocer las dimensiones exactas de los apoyos para poder precisar la obtención del cortante en el borde del apoyo (no en su eje)

1) $V_{rd} = 142,88 \text{ kN} < V_{u1} = 0,30f_{cd}b_0d = 0,30 \cdot 20 \cdot 300 \cdot 550 = 990 \text{ kN}$ (en apoyos)

2) $V_{rd} \leq V_{u2} = V_{cu} + V_{su} \Rightarrow V_{su} \geq V_{rd} - V_{cu}$ (a d del apoyo)

$$V_{cu} = \left[\frac{0,15}{\gamma_c} \xi (100 \rho_1 f_{cv})^{1/3} + 0,15 \sigma'_{cd} \right] b_0 d \geq \left[\frac{0,075}{\gamma_c} \xi^{3/2} f_{cv}^{1/2} + 0,15 \sigma'_{cd} \right] b_0 d$$

$V_{cu} = 74,91 < 91,45 \Rightarrow V_{cu} = 91,45 \text{ kN}$

$V_{su} = V_{rd} - V_{cu} = 127,16 - 91,45 = 35,71 \text{ kN}$

V_{su} positivo \rightarrow Necesaria armadura de cortante (V_{cu} no es capaz de absorber V_{rd}):

$$V_{su} = 0,9d \Sigma A_{\alpha} f_{y\alpha,d} \Rightarrow A_{\alpha} = \frac{V_{su}}{0,9d f_{y\alpha,d}} = \frac{35710}{0,9 \cdot 550 \cdot 400} \cdot 1000 = \mathbf{180 \text{ mm}^2/\text{m}}$$

* LIMITACIONES Y DISPOSICIÓN DE ARMADURAS

• ARMADURA MÍNIMA TRANSVERSAL

$$A_{\alpha,\min} = \frac{f_{ct,m} b_0 \text{sen} \alpha}{7,5 f_{y\alpha,d}} \cdot 1000 = \frac{2,90 \cdot 300}{7,5 \cdot 400} \cdot 1000 = 290 \text{ mm}^2 / \text{m}$$

con $f_{ct,m} = 0,30 \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 0,30 \sqrt[3]{30^2} = 2,90 \text{ MPa}$

• SEPARACIONES MÁXIMAS

$$\left[\frac{1}{5} V_{u1}, \frac{2}{3} V_{u1} \right] = \left[\frac{990}{5}, \frac{2}{3} 990 \right] = [198,660] \Rightarrow V_{rd} = 127,16 \leq \frac{1}{5} V_{u1} = 198$$

$$S_t \leq \begin{cases} 0,75d = 0,75 \cdot 550 = 412 \text{ mm} \\ 600 \text{ mm} \end{cases} \quad V_{rd} \leq \frac{1}{5} V_{u1}$$

Por tanto:

Sección de armadura a cortante = 290 mm²/m

Separación máxima de estribos = 40 cm

$$\text{Adoptar } \underline{\text{Ø6/15}} \text{ cm supone una sección} = \frac{2\pi \frac{6^2}{4}}{0,15} = 377 \text{ mm}^2 / \text{m}$$

$$\text{Adoptar } \text{Ø6/20} \text{ cm supone una sección} = \frac{2\pi \frac{6^2}{4}}{0,20} = 283 \text{ mm}^2 / \text{m}$$

$$\text{Adoptar } \text{Ø8/25} \text{ cm supone una sección} = \frac{2\pi \frac{8^2}{4}}{0,25} = 402 \text{ mm}^2 / \text{m}$$

$$\text{Adoptar } \underline{\text{Ø8/30}} \text{ cm supone una sección} = \frac{2\pi \frac{8^2}{4}}{0,30} = 335 \text{ mm}^2 / \text{m}$$

$$\text{Adoptar } \text{Ø8/35} \text{ cm supone una sección} = \frac{2\pi \frac{8^2}{4}}{0,35} = 287 \text{ mm}^2 / \text{m}$$

$$\text{Adoptar } \underline{\text{Ø10/40}} \text{ cm supone una sección} = \frac{2\pi \frac{10^2}{4}}{0,40} = 393 \text{ mm}^2 / \text{m}$$

Adoptamos **Ø8/30 cm**

*** REGLA DEL DECALAJE**

En apoyos se ha de incrementar el esfuerzo en la armadura de tracción un valor

$$\Delta N = V_{rd} - \frac{V_{su}}{2} \text{ para } \alpha = 90^\circ:$$

$$V_{su} = 0,9dA_\alpha f_{y\alpha,d} = 0,9 \cdot 550 \cdot 0,335 \cdot 400 = 66,33 \text{ kN}$$

$$\Delta N = V_{rd} - \frac{V_{su}}{2} = 142,88 - \frac{66,33}{2} = 109,715 \text{ kN}$$

La capacidad mecánica que se obtuvo del armado a flexión fue de 465,844 kN, a la que habrá que incrementarle 109,72 kN:

$$\text{Capacidad mecánica total } U_{s1,total} = 465,844 + 109,715 = 575,559 \text{ kN}$$

La armadura de tracción resulta pues:

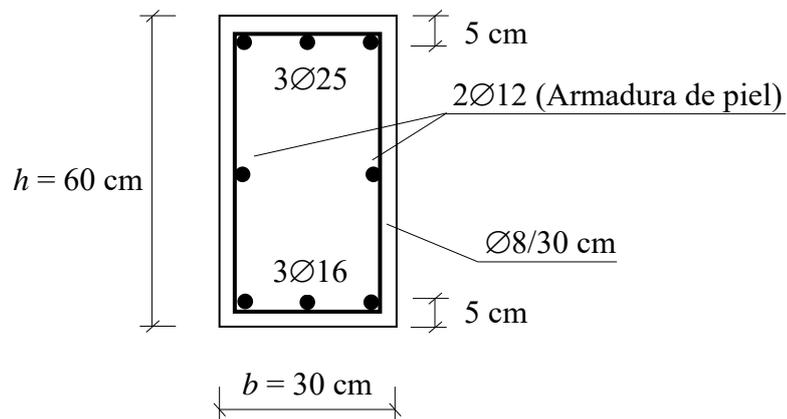
$$A_{s,total} = U_{s1,total} / f_{yd} = 1324 \text{ mm}^2 \Rightarrow \mathbf{5\text{Ø}20} \text{ (1571 mm}^2\text{)}$$

$$\mathbf{3\text{Ø}25} \text{ (1473 mm}^2\text{)}$$

Si no dispusiéramos de la capacidad mecánica exacta del armado a flexión, podríamos trabajar, de forma aproximada, en términos de sección, esto es, incrementar la armadura traccionada en la cantidad $\Delta N / f_{yd}$:

$$A_{s,total} = A_s + \Delta N / f_{yd} = 4\pi 20^2 / 4 + 109715 / 434,78 = 1509 \text{ mm}^2$$

* CROQUIS DE ARMADO



Ejercicio resuelto 2. Dimensionamiento a cortante de una viga.

Dimensionar a cortante una viga simplemente apoyada de hormigón armado de 10 m de luz, con sección 0,40×0,70 m, sometida a una acción permanente de 33,5 kN/m distribuida en toda su longitud.

Datos: Hormigón HA-30/P/20/I Acero B 500 SD

Nivel normal de control de la ejecución

Armadura longitudinal traccionada $A_s = 1650 \text{ mm}^2$ (esta armadura no tiene porque corresponderse con la acción facilitada en el enunciado)

Resumen de resultados:

Recubrimiento mecánico (cm) 5

Canto de la sección (cm) 70

Ancho de la sección (cm) 40

Resistencia característica f_{ck} del hormigón (MPa) 30

Resistencia característica f_{yk} del acero (MPa) 500

Armadura de tracción $A_{s1} = 1650 \text{ mm}^2$ (equivale a un momento 434 kN m)

Momento de cálculo a un canto útil (d) del borde del apoyo (kNm) 166.14

Cortante de cálculo en el borde del apoyo (kN) 273.375

Cortante de cálculo a un canto útil (d) del borde del apoyo (kN) 237.84

***** ELU DE AGOTAMIENTO FRENTE A ESFUERZO CORTANTE *****

Hipótesis: Piezas con armadura de cortante

CORTANTES DE AGOTAMIENTO

$V_{u1} = 1560 \text{ kN}$

$V_{u2} = 237.84 \text{ kN}$

$V_{cu} = 138.03 \text{ kN}$

$V_{su} = 99.81 \text{ kN}$

La armadura necesaria a cortante es $A_{\alpha} = 427 \text{ mm}^2/\text{m}$

La armadura mínima de cortante es $A_{\alpha, \min} = 386 \text{ mm}^2/\text{m}$

La separación máxima de cercos es = 48 cm

Armados posibles:

$\varnothing 6/13 \text{ cm}$ (435 mm^2/m) $\varnothing 8/23 \text{ cm}$ (437 mm^2/m) $\varnothing 10/36 \text{ cm}$ (436 mm^2/m)

Ejercicio resuelto 3. Comprobación a cortante de una viga.

Dada una viga simplemente apoyada de 10 m de luz, con sección 0,40×0,70 m, sometida a una carga permanente de 33,5 kN/m distribuida en toda su longitud, determinar el tramo de viga que se puede armar frente a cortante con armadura mínima.

Datos: Hormigón HA-30/P/20/I Acero B 500 SD
 Nivel normal de control de la ejecución
 Armadura longitudinal traccionada $A_s = 1650 \text{ mm}^2$

Ley de esfuerzos cortantes mayorada:

$$V_d(x) = \gamma_G V(x) = 1,35 (-202,5 + 40,5x) = -273,38 + 54,68x \text{ kN}$$

Agotamiento por compresión oblicua en el alma:

$$V_{u1} = 0,30 \cdot 20 \cdot 400 \cdot 650 = 1.560.000 \text{ N} = 1560 \text{ kN} > 273,38 \text{ kN} (= V_{rd} \text{ en el apoyo})$$

Armadura mínima de cortante:

$$A_{\alpha, \min} = 386 \text{ mm}^2/\text{m}$$

Separación máxima de cercos:

$$S_t \leq 48,75 \text{ cm} \rightarrow S_t = 45 \text{ cm}$$

Escogiendo un diámetro de cerco $\varnothing 8 \rightarrow \varnothing 8/25 \text{ cm} (402 \text{ mm}^2)$

La contribución del hormigón a la resistencia a esfuerzo cortante es $V_{cu} = 138,03 \text{ kN}$

La contribución de la armadura transversal del alma a la resistencia a esfuerzo cortante es:

$$V_{su} = 0,9 \cdot 650 \cdot 402 \cdot 400 / 1000 = 94068 \text{ N} = 94,07 \text{ kN}$$

Por tanto, aplicando la comprobación del estado límite se tiene:

$$V_{rd} \leq V_{u2} = V_{cu} + V_{su} = 138,03 + 94,07 = 232,10 \text{ kN}$$

Los puntos de la ley de cortantes $V_d(x)$ que igualan a $V_{rd} = 232,10 \text{ kN}$ son:

$$-273,38 + 54,68x = -232,10 \rightarrow x = 0,75 \text{ m}$$

$$-273,38 + 54,68x = 232,10 \rightarrow x = 9,24 \text{ m}$$

Además, la colocación de estribos se ha de prolongar en una longitud igual a medio canto de la pieza ($h/2$) más allá de la sección en la que teóricamente dejan de ser necesarios.

Luego los $\varnothing 8/25 \text{ cm}$ se dispondrán en:

$$[0,75+h/2 ; 9,24-h/2] = [1,10 ; 8,89] \text{ m}$$

Ejercicio propuesto 1. Dimensionamiento a cortante de una sección.

Dimensionar la armadura transversal de una sección rectangular 0,5×1,0 m, empleando solo cercos Ø10, para un cortante de 312,5 kN.

Datos: Hormigón HA-30 Acero B 500 SD Recubrimiento mecánico 5 cm

Armadura longitudinal comprimida 2Ø12 Armadura longitudinal traccionada 5Ø20.

Ejercicio propuesto 2. Comprobación del coeficiente de seguridad de una viga a cortante

Calcular el coeficiente de seguridad γ_G correspondiente al ELU de agotamiento frente a cortante de una viga biapoyada de 8 m de luz y sección 0,4×0,6 m, sometida a las siguientes cargas permanentes: Una carga puntual $P = 200$ kN en centro-luz y una carga uniformemente distribuida $q = 14$ kN/m.

Datos: Hormigón HA-25 Acero B 500 SD Recubrimiento mecánico 5 cm

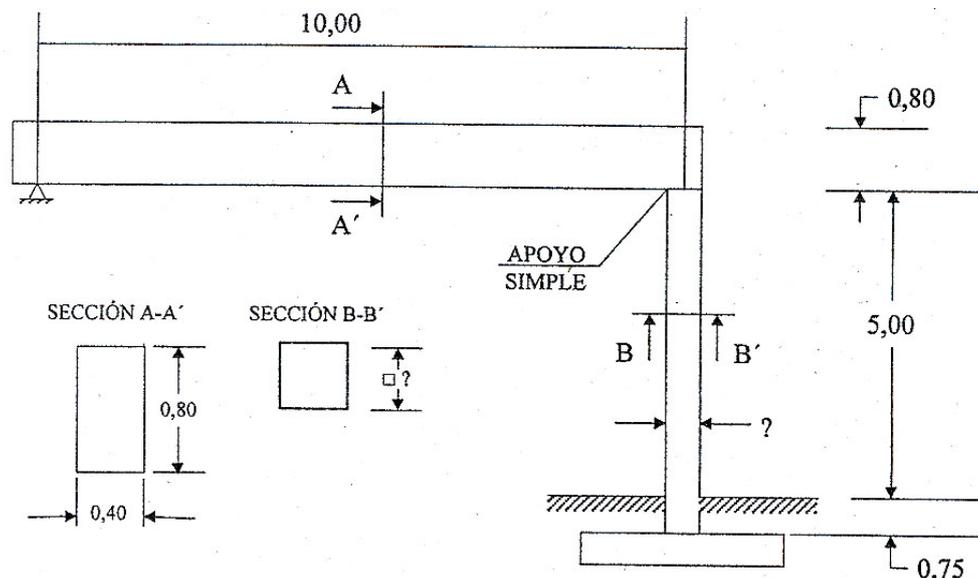
Armadura longitudinal traccionada 3Ø25 Armadura transversal Ø8/20 cm

Ejercicio propuesto 3. Comprobación de una viga a cortante

Dada la estructura de la figura, sometida a una carga permanente $q = 48$ kN/m uniformemente distribuida, determinar la longitud de la viga que se puede armar transversalmente con Ø10/0,30 m.

Datos: Hormigón HA-25/P/16/IIa Acero B 500 SD

Nivel normal de control de la ejecución



Fuente: Martí et al, 2000