

LECCIÓN 7

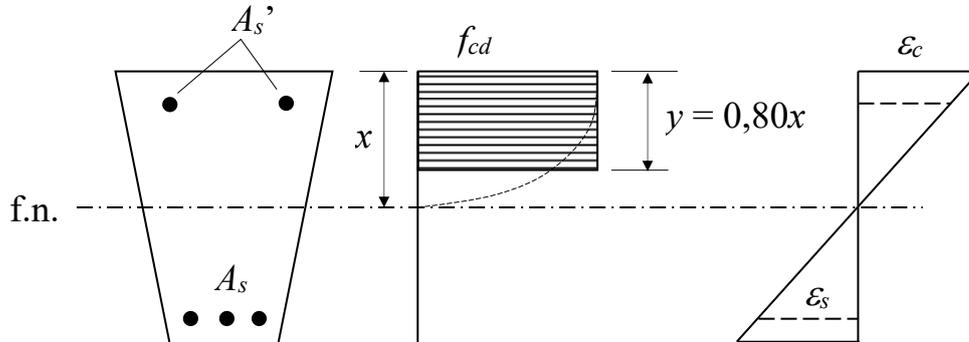
MÉTODOS SIMPLIFICADOS DE CÁLCULO A FLEXO-COMPRESIÓN

(Cap. VIII, Art. 42 y Anejo 7 EHE-08)

1. MÉTODO DEL DIAGRAMA RECTANGULAR
2. FÓRMULAS DE DIMENSIONAMIENTO Y COMPROBACIÓN DE LA EHE-08
3. DISPOSICIONES RELATIVAS A LAS ARMADURAS

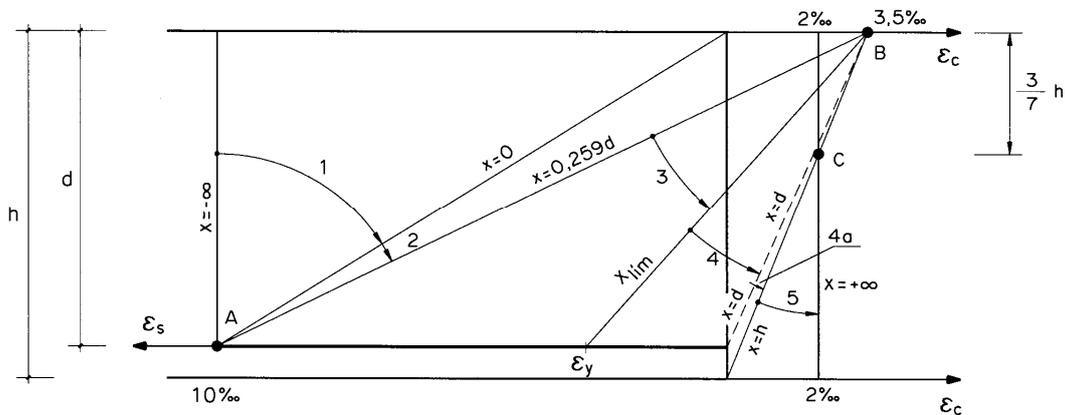
1. MÉTODO DEL DIAGRAMA RECTANGULAR

En adelante en este apartado se va a suponer un hormigón con $f_{ck} \leq 50$ MPa



Diferencia de armado del diagrama parábola-rectángulo al rectangular: $< 1,5 \%$

- FLEXIÓN SIMPLE O COMPUESTA**
DOMINIOS 2 y 3 ($0 \leq x \leq x_{lim}$)

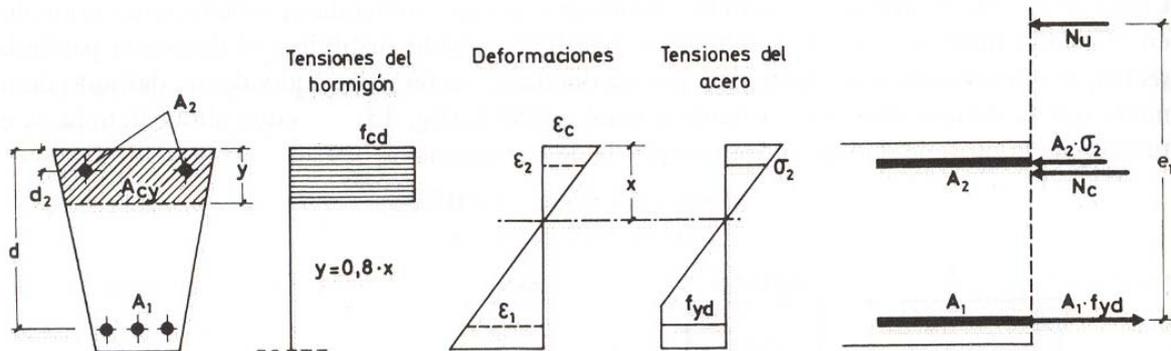


* Valor de x_{lim} :

$$\left. \begin{aligned} \frac{x_{lim}}{0,0035} &= \frac{d - x_{lim}}{\varepsilon_y} \rightarrow x_{lim} = \frac{0,0035d}{\varepsilon_y + 0,0035} \\ E_s &= \frac{f_{yd}}{\varepsilon_y} \rightarrow \varepsilon_y = \frac{f_{yd}}{2 \cdot 10^5} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_{lim} = \frac{d}{1 + \frac{f_{yd}}{700}}$$

* Valor de x en el dominio 2 para una deformación en la A'_s del 2 ‰

(estrictamente sería en ϵ_c):
$$\frac{x}{0,002} = \frac{d-x}{0,010} \rightarrow x = 0,1667d$$



Fuente: García *et al*, 2010

Cambio de notación: $A_1 = A_s$ $A_2 = A'_s$ $\sigma_2 = \sigma'_s$ $d_2 = d'$

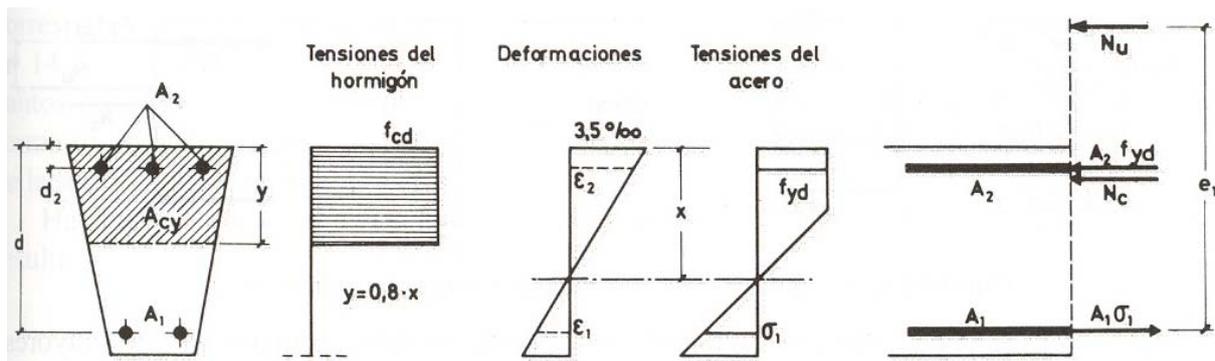
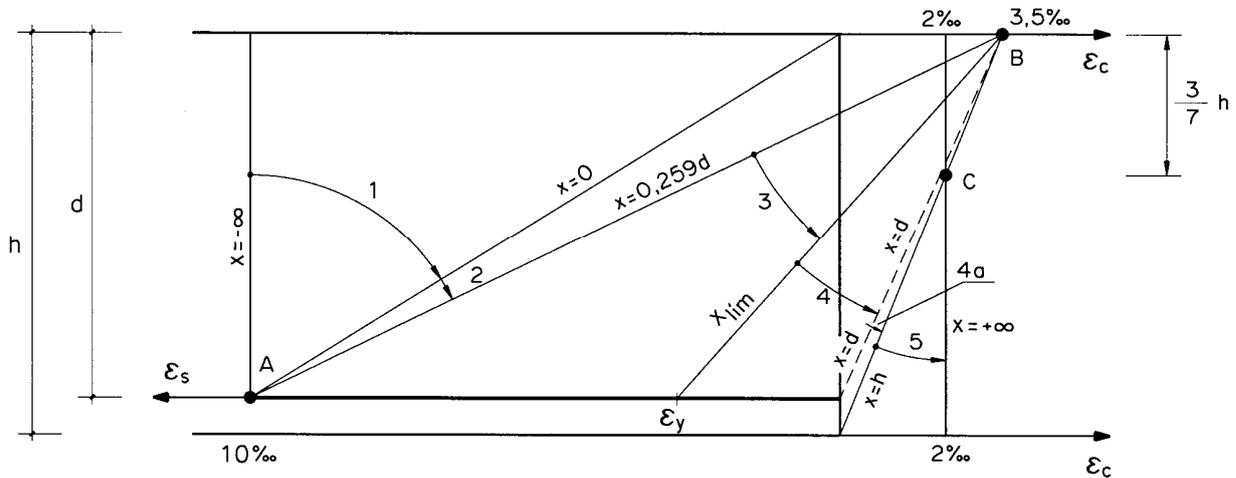
$$\begin{aligned} \sum F = 0 & \quad N_u = f_{cd} A_{ce} + A'_s \sigma'_s - A_s f_{yd} \\ \sum M_{A_s} = 0 & \quad N_u e_1 = f_{cd} S_{ce} + A'_s \sigma'_s (d - d') \end{aligned}$$

En el Dominio 2:

- Para deformaciones de $A'_s < 2 \text{ ‰}$ ($x < 0,1667d$) $\Rightarrow \sigma'_s = 0$
- Para deformaciones de $A'_s \geq 2 \text{ ‰}$ ($x \geq 0,1667d$) $\Rightarrow \sigma'_s = f_{yd}$
- Para $x < 0,1667d \Rightarrow \epsilon_c < 0,002 \Rightarrow \sigma_c < f_{cd}$

No obstante, si se adopta $\sigma_c = f_{cd} \Rightarrow$ Error despreciable

• **FLEXIÓN SIMPLE O COMPUESTA**
DOMINIO 4 ($x_{lim} \leq x \leq d$)



Fuente: García *et al*, 2010

Cambio de notación: $A_1 = A_s$ $A_2 = A'_s$ $\sigma_1 = \sigma_s$ $d_2 = d'$ $\epsilon_1 = \epsilon_s$

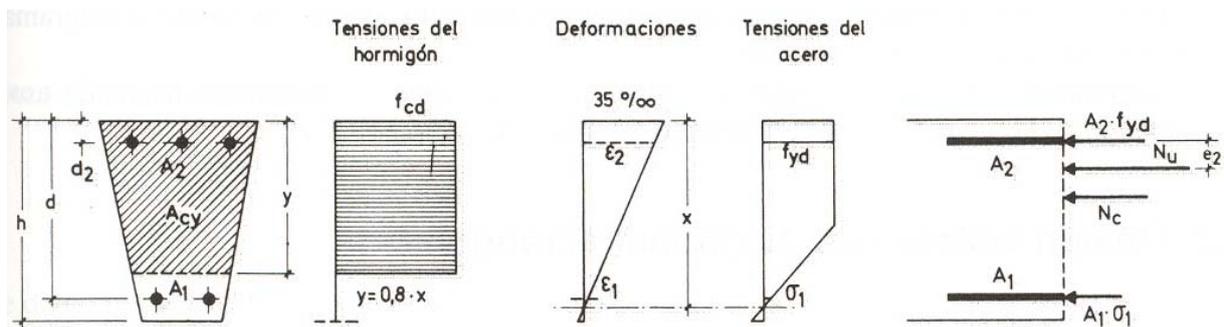
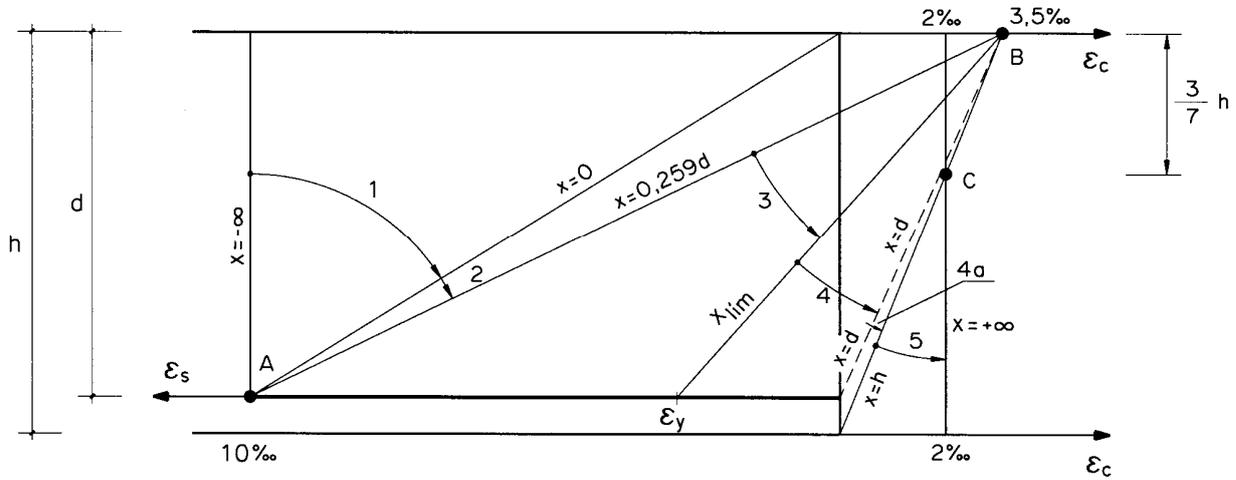
$$\sum F = 0 \quad N_u = f_{cd} A_{ce} + A'_s f_{yd} - A_s \sigma_s$$

$$\sum M_{A_s} = 0 \quad N_u e_1 = f_{cd} S_{ce} + A'_s f_{yd} (d - d')$$

Siendo σ_s

$$\sigma_s = E_s \epsilon_s = E_s \cdot 0,0035 \frac{d - x}{x} = 700 \frac{d - x}{x} < f_{yd}$$

• **FLEXIÓN COMPUESTA**
DOMINIO 4a ($d \leq x \leq h$)



Fuente: García et al, 2010

Cambio de notación: $A_1 = A_s$ $A_2 = A'_s$ $\sigma_1 = \sigma_s$ $d_2 = d'$ $\varepsilon_1 = \varepsilon_s$

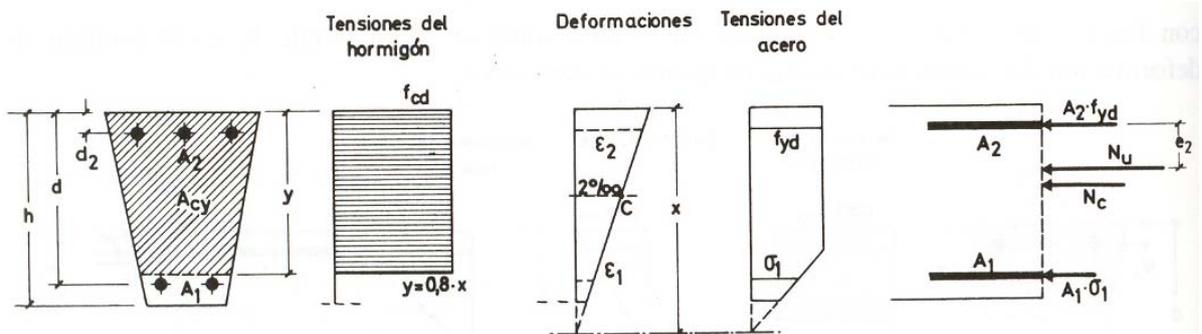
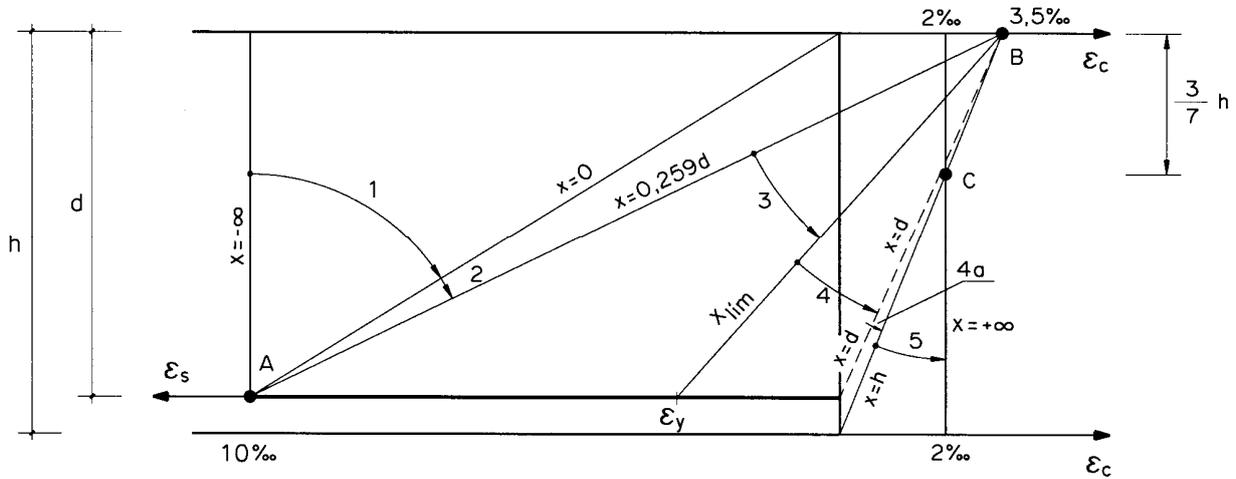
$$\sum F = 0 \quad N_u = f_{cd} A_{ce} + A_s \sigma_s + A'_s f_{yd}$$

$$\sum M_{A'_s} = 0 \quad N_u e_2 = f_{cd} S'_{ce} + A_s \sigma_s (d - d')$$

Siendo σ_s

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s = E_s \cdot 0,0035 \frac{x-d}{x} = 700 \frac{x-d}{x}$$

• **COMPRESIÓN COMPUESTA**
DOMINIO 5 ($h \leq x \leq +\infty$)



Fuente: García et al, 2010

Cambio de notación: $A_1 = A_s$ $A_2 = A'_s$ $\sigma_1 = \sigma_s$ $d_2 = d'$ $\varepsilon_1 = \varepsilon_s$

$$\sum F = 0 \quad N_u = f_{cd} A_{ce} + A_s \sigma_s + A'_s f_{yd}$$

$$\sum M_{A'_s} = 0 \quad N_u e_2 = f_{cd} S'_{ce} + A_s \sigma_s (d - d')$$

Siendo σ_s

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s = E_s \cdot 0,002 \frac{x-d}{x - \frac{3}{7}h} = 400 \frac{x-d}{x - \frac{3}{7}h} \leq f_{yd} (\leq 400)$$

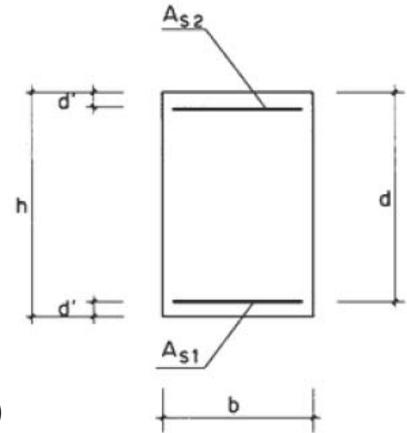
Para $x = +\infty \Rightarrow y = h \Rightarrow A_{ce} = A_c$; $S'_{ce} = S'_c$

2. FÓRMULAS DE DIMENSIONAMIENTO Y COMPROBACIÓN DE LA EHE-08

ANEJO 7 EHE-08: Cálculo simplificado de secciones en Estado Límite de Agotamiento frente a sollicitaciones normales

CONSIDERACIONES PREVIAS

- Sólo para hormigones con $f_{ck} \leq 50$ MPa
- Debe cumplirse: $d'/d \leq 0,20$ y $d/h \geq 0,80$



La 2ª expresión debe desaparecer o ajustarse, pues la 1ª implica que:

$$d'/d = (h-d)/d = h/d - 1 \leq 0,20 \rightarrow h/d \leq 1,20 \rightarrow d/h \geq 0,8333$$

- Definición de las variables utilizadas en las fórmulas:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad U_0 = f_{cd} b d \quad U_v = 2U_0 \frac{d'}{d}$$

$$U_a = U_0 \frac{h}{d} = f_{cd} b h \quad e_0 = \frac{M_d}{N_d}$$

- Las fórmulas del Anejo han sido obtenidas considerando que la deformación del límite elástico del acero es $\varepsilon_y = 0,002$

$$\sigma_y \leq E\varepsilon_y = 200000 \times 0,002 = 400 \text{ MPa}$$

\Rightarrow Hay que emplear $f_{y,c,d} = f_{y,d} \leq 400$ MPa (resist. cálculo acero comprimido)

3. Flexión simple en sección rectangular

3.1. Dimensionamiento

3.1.1. Fibra neutra acotada por una profundidad prefijada, x_f , igual o menor que la profundidad límite, x_l

Para los hormigones con $f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2$ la profundidad límite es $x_l = 0,625 d$. El momento frontera es:

$$M_f = 0,8U_0 x_f \left(1 - 0,4 \frac{x_f}{d} \right)$$

$$1^\circ M_d \leq M_f$$

$$U_{s2} = 0$$

$$U_{s1} = U_0 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2M_d}{U_0 d}} \right)$$

$$2^\circ M_d > M_f$$

$$s_{2f} = \frac{2}{3} \left(\frac{x_f - d'}{d'} \right) \geq 1,0$$

$$U_{s2} = \frac{1}{s_{2f}} \left(\frac{M_d - M_f}{d - d'} \right) \rightarrow (A_{s2} = U_{s2} f_{yc,d})$$

$$U_{s1} = 0,8U_0 \frac{x_f}{d} + \frac{M_d - M_f}{d - d'}$$

Las fórmulas propuestas suponen que la sección sólo dispondrá de armadura en el paramento comprimido si el momento de cálculo M_d es superior al momento frontera, momento del bloque comprimido de hormigón respecto de la fibra donde se sitúa la armadura traccionada, para $x = x_f$.

El caso 1º corresponde a situaciones de dimensionamiento donde $0 < x \leq x_f$. En el caso 2º la posición de la fibra neutra, $x = x_f$, se mantiene constante.

La posibilidad de dimensionar fijando la profundidad de la fibra neutra por debajo de la profundidad límite resulta útil en los casos en los que sea necesario dotar a las secciones de mayor ductilidad.

3.1.2. La fibra prefijada está situada a la profundidad límite, x_l

$$1^\circ M_d \leq 0,375 U_0 d$$

$$U_{s2} = 0$$

$$U_{s1} = U_0 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2M_d}{U_0 d}} \right)$$

$$2^{\circ} \quad M_d > 0,375 U_0 d$$

$$U_{s2} = \frac{M_d - 0,375 U_0 d}{d - d'} \rightarrow (A_{s2} = U_{s2}/f_{yc,d})$$

$$U_{s1} = 0,5 U_0 + U_{s2}$$

Las fórmulas propuestas suponen que la sección sólo dispondrá de armadura en el paramento comprimido si el momento de cálculo M_d es superior al momento límite $0,375 U_0 d$, momento del bloque comprimido de hormigón respecto de la fibra donde se sitúa la armadura traccionada, para $x = 0,625 d$, que supone una deformación en la fibra de acero $\varepsilon_y = 0,002$.

El caso 1º corresponde a situaciones de dimensionamiento donde $0 < x \leq 0,625 d$. En el caso 2º la posición de la fibra neutra, $x = 0,625 d$, se mantiene constante.

3.2. Comprobación

$$1^{\circ} \quad U_{s1} - U_{s2} < U_v$$

$$M_u = 0,24 U_v d' \frac{(U_v - U_{s1} + U_{s2})(1,5 U_{s1} + U_{s2})}{(0,6 U_v + U_{s2})^2} + U_{s1}(d - d')$$

$$2^{\circ} \quad U_v \leq U_{s1} - U_{s2} \leq 0,5 U_0$$

$$M_u = (U_{s1} - U_{s2}) \left(1 - \frac{U_{s1} - U_{s2}}{2 U_0} \right) d + U_{s2}(d - d')$$

$$3^{\circ} \quad 0,5 U_0 < U_{s1} - U_{s2}$$

$$M_u = \frac{4}{3} U_{s1} \left(\frac{\alpha + 1,2}{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 1,92 \frac{U_{s1}}{U_0}}} - 0,5 \right) d + U_{s2}(d - d')$$

donde:

$$\alpha = \frac{U_{s1} + 0,6 U_{s2}}{U_0}$$

En el caso 1º, la situación de la fibra neutra está comprendida entre $0 < x < 2,5 d'$. En el caso 2º, la situación de la fibra neutra está comprendida entre $2,5 d' \leq x \leq 0,625 d$. En el caso 3º, la situación de la fibra neutra está comprendida entre $0,625 d < x < d$.

5. Dimensionamiento y comprobación de secciones rectangulares sometidas a flexión compuesta recta. Armadura simétrica dispuesta en dos capas con recubrimientos iguales.

Se desarrolla a continuación un método simplificado de cálculo para secciones rectangulares con dos capas simétricas de armadura.

5.1. Dimensionamiento

CASO 1° $N_d < 0$

$$U_{s1} = U_{s2} = \frac{M_d}{d - d'} - \frac{N_d}{2}$$

CASO 2° $0 \leq N_d \leq 0,5 U_0$

$$U_{s1} = U_{s2} = \frac{M_d}{d - d'} + \frac{N_d}{2} - \frac{N_d d}{d - d'} \left(1 - \frac{N_d}{2U_0} \right) \rightarrow (A_s = U_s / f_{yc,d})$$

CASO 3° $N_d > 0,5 U_0$

$$U_{s1} = U_{s2} = \frac{M_d}{d - d'} + \frac{N_d}{2} - \alpha \frac{U_0 d}{d - d'} \rightarrow (A_s = U_s / f_{yc,d})$$

con

$$\alpha = \frac{0,480 m_1 - 0,375 m_2}{m_1 - m_2} \geq 0,5 \left(1 - \left(\frac{d'}{d} \right)^2 \right)$$

donde,

$$m_1 = (N_d - 0,5U_0)(d - d')$$

$$m_2 = 0,5N_d(d - d') - M_d - 0,32U_0(d - 2,5d')$$

5.2. Comprobación

CASO 1º	$e_0 < 0$
---------	-----------

$$N_u = \frac{U_{s1}(d - d')}{e_0 - 0,5(d - d')}$$

$$M_u = N_u e_0$$

CASO 2º	$U_{s1}(d - d') + 0,125 U_0(d + 2d' - 4 e_0) \leq 0$
---------	--

$$N_u = \left[\sqrt{\left(\frac{e_0 - 0,5h}{d} \right)^2 + 2 \frac{U_{s1}(d - d')}{U_0 d} - \frac{e_0 - 0,5h}{d}} \right] U_0$$

$$M_u = N_u e_0$$

CASO 3º	$U_{s1}(d - d') + 0,125 U_0(d + 2d' - 4 e_0) > 0$
---------	---

$$N_u = \frac{U_{s1}(d - d') + \alpha U_0 d}{e_0 + 0,5(d - d')}$$

$$M_u = N_u e_0$$

con

$$\alpha = \frac{0,480 m_1 - 0,375 m_2}{m_1 - m_2} \not\geq 0,5 \left(1 - \left(\frac{d'}{d} \right)^2 \right)$$

donde,

$$m_1 = -0,5 U_0 e_0 + (U_{s1} + U_{s2}) \frac{d - d'}{2} + 0,125 U_0 (d + 2d')$$

$$m_2 = -(U_{s2} + 0,8 U_0) e_0 + U_{s2} \frac{d - d'}{2} + 0,08 U_0 (d + 5d')$$

Diagramas de armado función de x (Hernández-Montes *et al*, 2006)

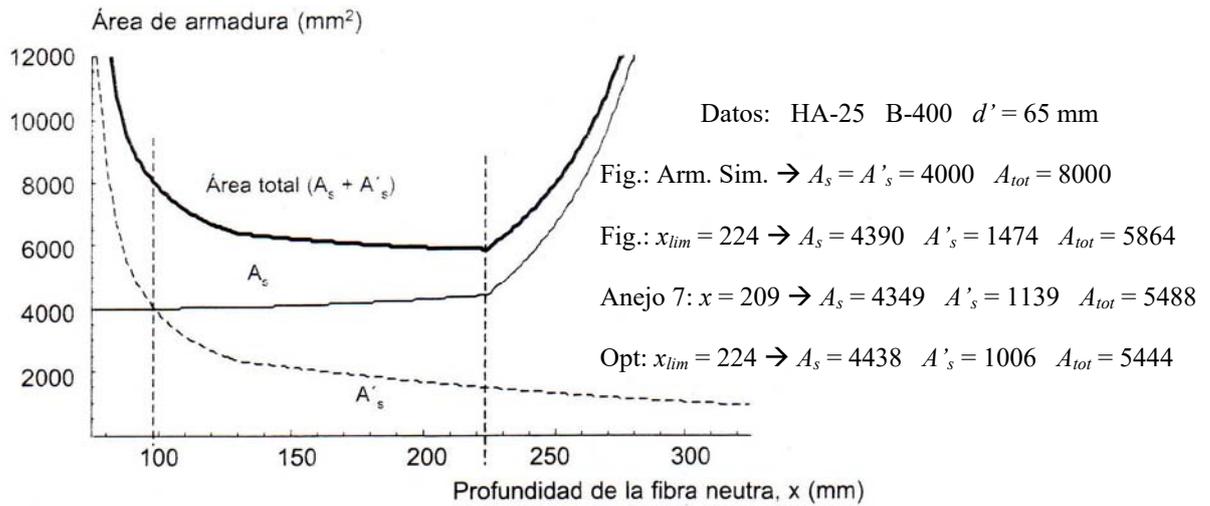


Diagrama de Armado a Flexión para un pilar de 0.4 x 0.4 m y acciones de $N_d=0$ y $M_d=387.5$ kN·m.

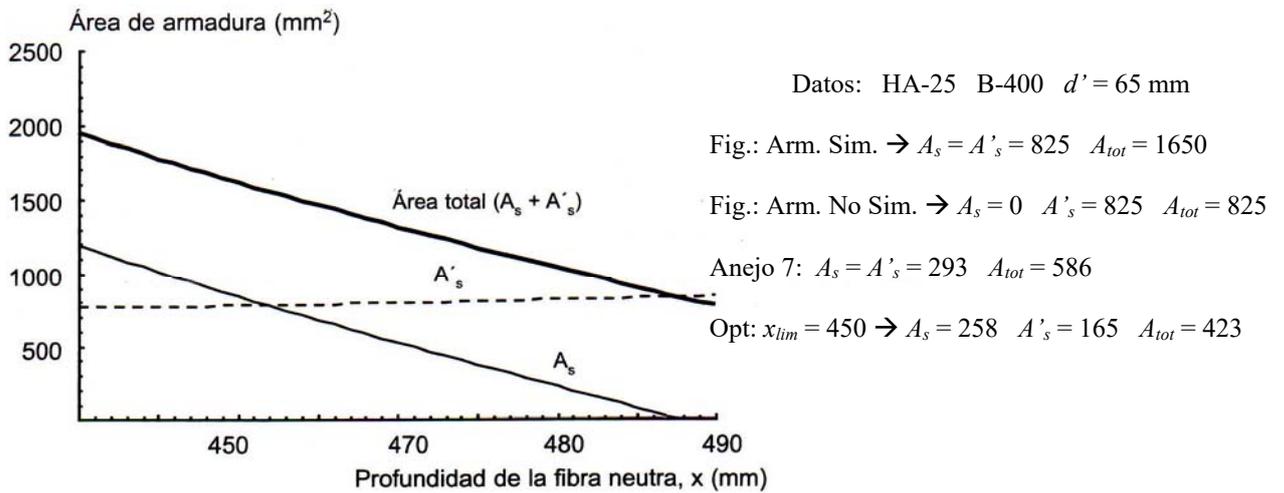


Diagrama de armado a flexión para un pilar de 0.4 x 0.4 m y acciones de $N_d=2500$ y $M_d=50$ kN·m.

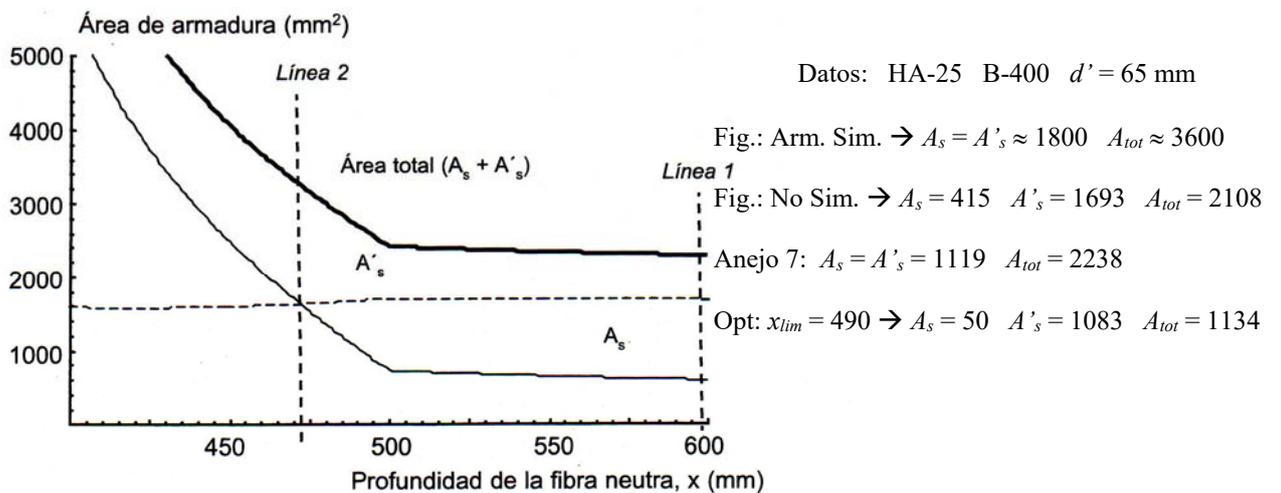


Diagrama de armado a flexión para un pilar de 0.4 x 0.4 m y acciones de $N_d=3000$ y $M_d=60$ kN·m.

3. DISPOSICIONES RELATIVAS A LAS ARMADURAS (art. 42.3 EHE-08)

• GENERALIDADES

* **Armadura resistente comprimida** ($As_2 \neq 0$ en Anejo 7 EHE): Arriostrarla mediante cercos o estribos separados $S_t \leq 15\phi_{\min}$ y de diámetro $\phi_t \geq \phi_{\max}/4$

* Además, en **piezas comprimidas** $\Rightarrow S_t <$ Menor dimensión del elemento

$$S_t \leq 30 \text{ cm}$$

* **Distancia (s) entre barras aisladas consecutivas:**

$$s \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi \text{ de la mayor (o del grupo, si hay)} \\ 1,25 TMA \end{cases} \quad \text{Recomendable } s \geq 5 \text{ cm}$$

$$s \leq 30 \text{ cm}$$

$$s \leq 3 \times \text{espesor del alma o del ala (según donde esté la armad.)}$$

Si separación entre armaduras longitudinales $> 30 \text{ cm} \Rightarrow$

\Rightarrow Disponer *armadura de piel* (evita las concentraciones de fisuras)

$$A_{piel} \geq \frac{0,05}{100} bd \quad (\text{en cada cara})$$

* **Grupos de barras:**

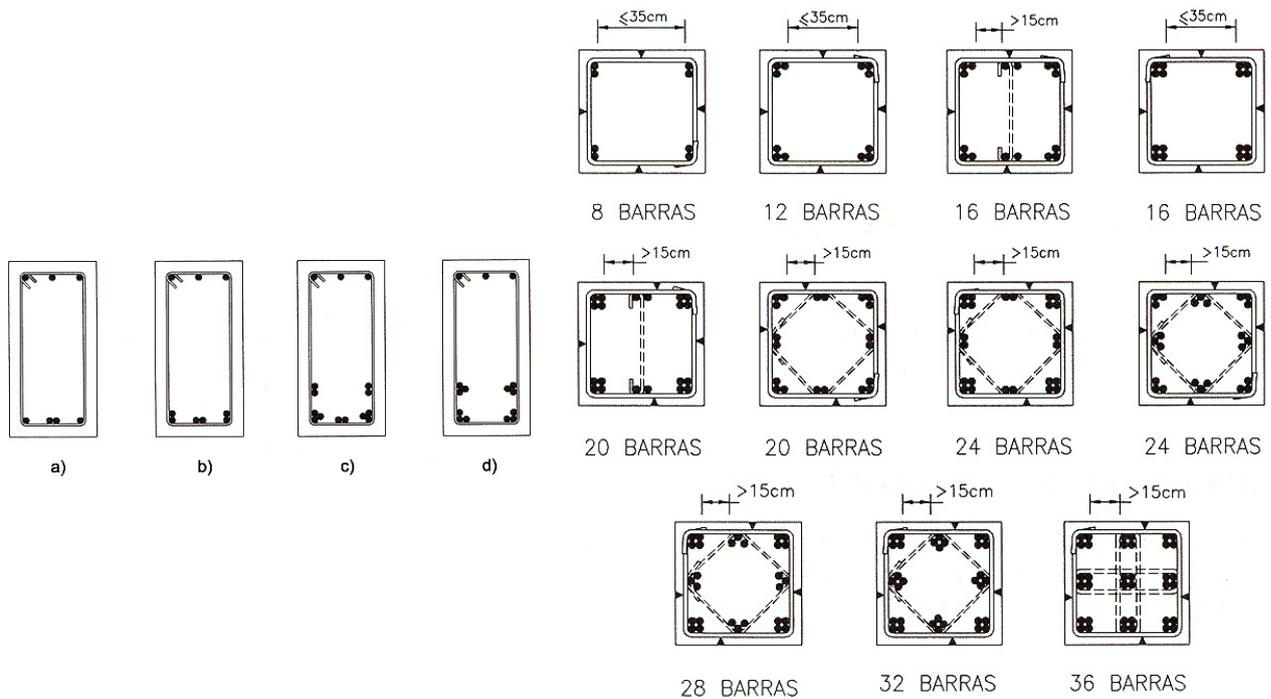
- Hasta 3 barras (ó 4 en piezas comprimidas, hormigonadas en vertical y sin empalmes)
- **Diámetro del grupo:** El de la sección circular de área equivalente a la suma de las áreas de las barras

$$\phi_{grupo} = \sqrt{\frac{4 \sum A_i}{\pi}} \leq \begin{cases} 50 \text{ mm} \\ 70 \text{ mm (*)} \end{cases}$$

(*) Caso de piezas comprimidas hormigonadas en vertical

\varnothing_{grupo} se usa en:

- recubrimiento mínimo ($r_{min} \geq \varnothing_{grupo}$)
 - distancia mínima a las armaduras vecinas
- (ambos medidos a partir de su contorno real)



VIGAS

PILARES

Fuente: Calavera, 2009

* Diámetros más apropiados: $\varnothing 12$, $\varnothing 16$ y $\varnothing 20$

- **En obra** $\rightarrow \varnothing 16$. Facilidad de manejo con un buen rendimiento en peso (con pocas operaciones se colocan bastantes kilos -no se olvide que el acero se paga por kilo-)
- **En taller** $\rightarrow \varnothing 20$. Se maneja y dobla suficientemente bien y tiene muy buen rendimiento en peso
- **En las oficinas de proyecto** $\rightarrow \varnothing 12$. Su área de 113 mm^2 es la que mejor se adapta a muchas soluciones de armado. Se maneja y dobla fácilmente pero tiene poco rendimiento en peso

• CUANTÍA MECÁNICA MÍNIMA

- Se determina con el criterio de que las secciones fisuradas sean capaces de resistir el momento de fisuración ($M_u > M_{fis}$).
- Se evita así posibles problemas de rotura frágil por una fisuración no prevista en secciones poco solicitadas.

1) ARMADURA MÍNIMA TRACCIONADA PARA FLEXIÓN SIMPLE O COMPUESTA

$$A_s f_{yd} \geq \frac{W_1}{z} f_{ct,m,fl}$$

siendo:

A_s Área de armadura traccionada

f_{yd} Resistencia de cálculo del acero de la armadura en tracción

W_1 Mód. resistente secc. bruta respecto a la fibra más traccionada

z Brazo mecánico de la sección ($= 0,8h$)

$f_{ct,m,fl}$ Resistencia media a flexotracción del hormigón

Simplificación: Sección rectangular y $f_{ck} \leq 50$ MPa

$$A_s \geq 0,04 A_c \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

siendo A_c el área de la sección total de hormigón

Esta simplificación incrementa $A_{s,min}$ para $h > 400$ mm, hasta un 25 %

Además, se admite reducir $A_{s,min}$ para secc. rectangular mediante el factor:

$$\alpha = 1,5 - 12,5 \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} \geq 1$$

En flexión compuesta (si $\frac{M}{N} > \frac{h}{6}$ para sección rectangular):

$$A'_s \geq \frac{0,05 N_d}{f_{yd}}$$

2) ARMADURA MÍNIMA PARA COMPRESIÓN SIMPLE O

COMPUESTA (compr. compuesta $\Rightarrow \frac{M}{N} \leq \frac{h}{6}$ para secc. rectangular)

$$A'_{s1}, A'_{s2} \in \left[\frac{N_d}{20 f_{yc,d}}, \frac{f_{cd} A_c}{2 f_{yc,d}} \right]$$

siendo:

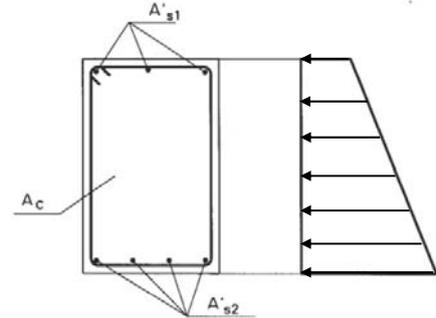
A'_{s1}, A'_{s2} Áreas de armaduras comprimidas

N_d Axil mayorado de compresión

$f_{yc,d}$ Resist. de cálculo acero a compresión $f_{yc,d} = f_{yd} \leq 400$ MPa

A_c Área de la sección total de hormigón

f_{cd} Resistencia de cálculo del hormigón



3) ARMADURA MÍNIMA PARA TRACCIÓN SIMPLE O COMPUESTA

Para secciones provistas de dos armaduras principales:

$$A_{s,total} \geq A_c \frac{f_{ct,m}}{f_{yd}}$$

$f_{ct,m}$ Resistencia media a tracción

$$f_{ct,m} = 0,30 \sqrt[3]{f_{ck}^2} \text{ para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$f_{ct,m} = 0,58 \sqrt{f_{ck}} \text{ para } f_{ck} > 50 \text{ MPa}$$

• CUANTÍA GEOMÉTRICA MÍNIMA

- Se dispone para controlar la fisuración de las deformaciones impuestas no tenidas en cuenta, explícitamente, en los cálculos
- Se coloca, fundamentalmente, en elementos que no requieren armadura mínima mecánica (armadura horizontal de muros, armadura de la dirección secundaria de losas estructuralmente unidimensionales, etc.)

Tabla 42.3.5

Cuantías geométricas mínimas, en tanto por 1000, referidas a la sección total de hormigón

Tipo de elemento estructural	Tipo de acero		
	B 400 S	B 500 S	
Pilares (armadura total)	4,0	4,0	
Losas ⁽¹⁾	2,0	1,8	
Forjados unidireccionales	Nervios ⁽²⁾	4,0	3,0
	Arm. reparto \perp nervios ⁽³⁾	1,4	1,1
	Arm. reparto \parallel nervios ⁽³⁾	0,7	0,6
Vigas ⁽⁴⁾	3,3	2,8	
Muros ⁽⁵⁾	Armadura horizontal	4,0	3,2
	Armadura vertical	1,2	0,9

- (1) Cuantía mínima de cada una de las armaduras, longitudinal y transversal repartida en las dos caras. Para losas de cimentación y zapatas armadas, se adoptará la mitad de estos valores en cada dirección dispuestos en la cara inferior.
- (2) Cuantía mínima referida a una sección rectangular de ancho b_w y canto h del forjado de acuerdo con la Figura 42.3.5. Esta cuantía se aplica estrictamente en los nervios y no en las zonas macizadas. Todas las viguetas deben tener en la cabeza inferior, al menos, dos armaduras activas o pasivas longitudinales simétricas respecto al plano medio vertical.
- (3) Cuantía mínima referida al espesor de la capa de compresión hormigonada in situ.
- (4) Cuantía mínima correspondiente a la cara de tracción. Se recomienda disponer en la cara opuesta una armadura mínima igual al 30% de la consignada.
- (5) La cuantía mínima vertical es la correspondiente a la cara de tracción. Se recomienda disponer en la cara opuesta una armadura mínima igual al 30% de la consignada.
A partir de los 2,5 m de altura del fuste del muro y siempre que esta distancia no sea menor que la mitad de la altura del muro podrá reducirse la cuantía horizontal a un 2%. En el caso en que se dispongan juntas verticales de contracción a distancias no superiores a 7,5 m, con la armadura horizontal interrumpida, las cuantías geométricas horizontales mínimas pueden reducirse al 2%. La armadura mínima horizontal deberá repartirse en ambas caras. Para muros vistos por ambas caras debe disponerse el 50% en cada cara. En el caso de muros con espesores superiores a 50 cm, se considerará un área efectiva de espesor máximo 50 cm distribuidos en 25 cm a cada cara, ignorando la zona central que queda entre estas capas superficiales.