LECCIÓN 6

CÁLCULO EN AGOTAMIENTO A FLEXO-COMPRESIÓN. ESTUDIO GENERAL

(Cap. VIII y Art. 42 EHE-08)

1. INTRODUCCIÓN

• TIPOS DE TENSIONES

1) *Normales* (debidas a axil y flector)

2) *Tangenciales* (debidas a cortante, torsor, punzonamiento y rasante)

• SOLICITACIONES NORMALES

Las que producen tensiones paralelas a la directriz de la pieza, tales como el momento flector y el esfuerzo axil. Abarcan la compresión centrada, flexión simple, flexión compuesta y flexión esviada.

• FORMAS DE ALCANZAR EL ELU DE AGOTAMIENTO

1) POR TRACCIÓN EN LA ARMADURA:

Deformación plástica de las armaduras $\rightarrow$ 10 ‰

2) POR COMPRESIÓN EN EL HORMIGÓN:

Deformación de rotura del hormigón a:

2.1) COMPRESIÓN SIMPLE

2 ‰ para $f_{ck} \leq 50$ MPa

$$0{,}002 + 0{,}000085\sqrt{f_{ck} - 50} \qquad \text{para } f_{ck} > 50 \text{ MPa}$$

2.2) FLEXIÓN

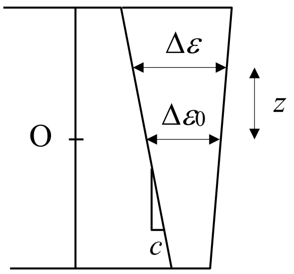
3,5 ‰ para $f_{ck} \leq 50$ MPa

$$0{,}0026 + 0{,}0144\left[\frac{(100 - f_{ck})}{100}\right]^4 \qquad \text{para } f_{ck} > 50 \text{ MPa}$$

2. HIPÓTESIS BÁSICAS

• LEY DE DEFORMACIONES

Ley plana de deformaciones normales a la sección (Hip. Bernouilli)



(para todas las fibras –hormigón y armaduras-)

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_0 + cz$$

Hipótesis Bernouilli, válida para $\boxed{l_0 / h > 2}$

l_0 = Distancia entre puntos de momento nulo

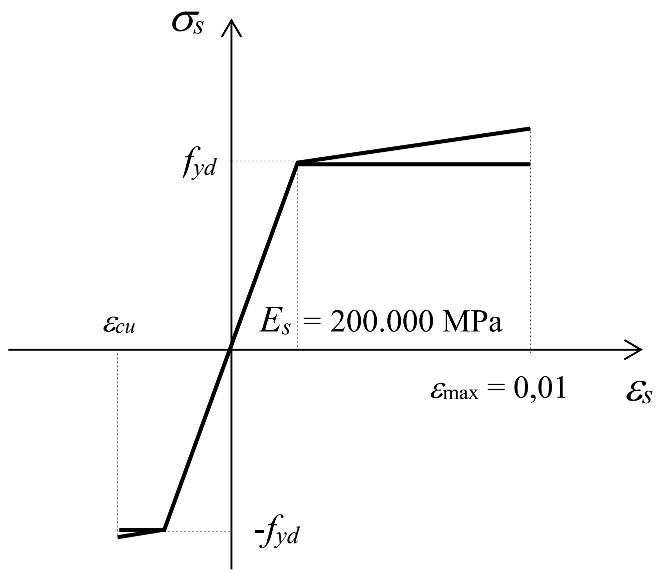
h = Canto total

Vigas cortas ⇒ Gran influencia de las deformaciones por cortante

• DIAGRAMA TENSIÓN-DEFORMACIÓN DEL ACERO

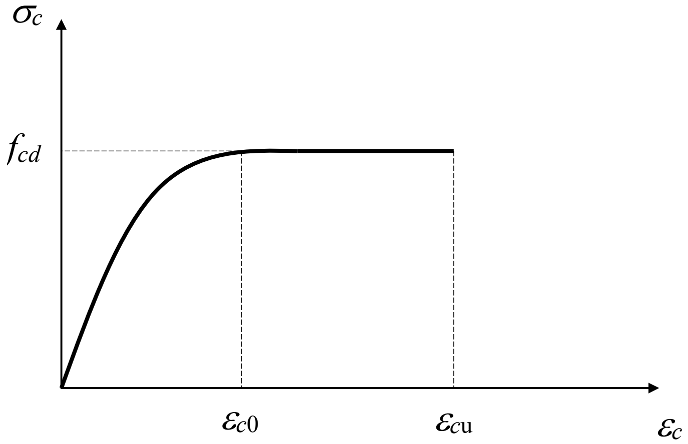
Se deduce del diagrama característico mediante una afinidad oblicua, paralela a la recta de Hooke, de razón $1/\gamma_s$

Se considera suficientemente preciso adoptar la rama horizontal f_{yd}



• DIAGRAMAS DE CÁLCULO σ-ε DEL HORMIGÓN

a) Diagrama *parábola-rectángulo*



La ecuación de la parábola es:

$$\sigma_c = f_{cd}\left[1-\left(1-\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}}\right)^n\right] \qquad \text{si} \quad 0 \le \varepsilon_c \le \varepsilon_{c0}$$

$$\sigma_c = f_{cd} \qquad \text{si} \quad \varepsilon_{c0} \le \varepsilon_c \le \varepsilon_{cu}$$

con

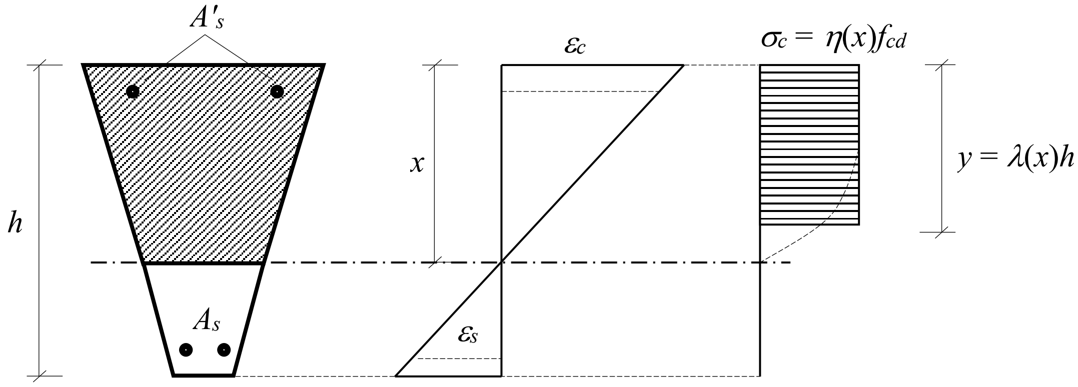
ε_{c0} Deformación de rotura a compresión simple

ε_{cu} Deformación de rotura a flexión

n Valor que define el grado de la parábola

$$f_{ck} \le 50 \begin{cases} \varepsilon_{c0} = 0{,}002 \\ \varepsilon_{cu} = 0{,}0035 \\ n = 2 \end{cases} \qquad f_{ck} > 50 \begin{cases} \varepsilon_{c0} = 0{,}002 + 0{,}000085\sqrt{f_{ck} - 50} \\ \varepsilon_{cu} = 0{,}0026 + 0{,}0144\left[\dfrac{(100 - f_{ck})}{100}\right]^4 \\ n = 1{,}4 + 9{,}6\left[\dfrac{(100 - f_{ck})}{100}\right]^4 \end{cases}$$

b) Diagrama *rectangular*



$$\begin{aligned} \eta(x) &= \eta \\ \lambda(x) &= \lambda \frac{x}{h} \end{aligned} \qquad \text{si } 0 \leq x \leq h$$

$$\begin{aligned} \eta(x) &= 1-(1-\eta)\frac{h}{x} \\ \lambda(x) &= 1-(1-\lambda)\frac{h}{x} \end{aligned} \qquad \text{si } h \leq x < \infty$$

donde

$$f_{ck} \leq 50 \begin{cases} \eta = 1 \\ \lambda = 0{,}8 \end{cases} \qquad f_{ck} > 50 \begin{cases} \eta = 1{,}0 - \dfrac{f_{ck}-50}{200} \\ \lambda = 0{,}8 - \dfrac{f_{ck}-50}{400} \end{cases}$$

Para el caso **$f_{ck} \leq$ 50 MPa** → **$\sigma_c = f_{cd}$** y:

Flexión simple o compuesta $0 < x \leq h$ → **$y = 0{,}8x$**

Compresión compuesta (o simple, $x \to \infty$) $h \leq x < \infty$ → **$0{,}8h \leq y < h$**

c) Otros diagramas de cálculo (*parabólicos*, *birrectilíneos*, *trapezoidales*, etc.)

Se aceptan si los resultados:

- concuerdan con los del diagrama parábola-rectángulo, o

- quedan del lado de la seguridad

• **CARACTERIZACIÓN DEL AGOTAMIENTO** (apartado 3)

El agotamiento se caracteriza por la deformación en las fibras de la sección, según los dominios de deformación de agotamiento

• **CONDICIONES DE EQUILIBRIO** (apartado 4)

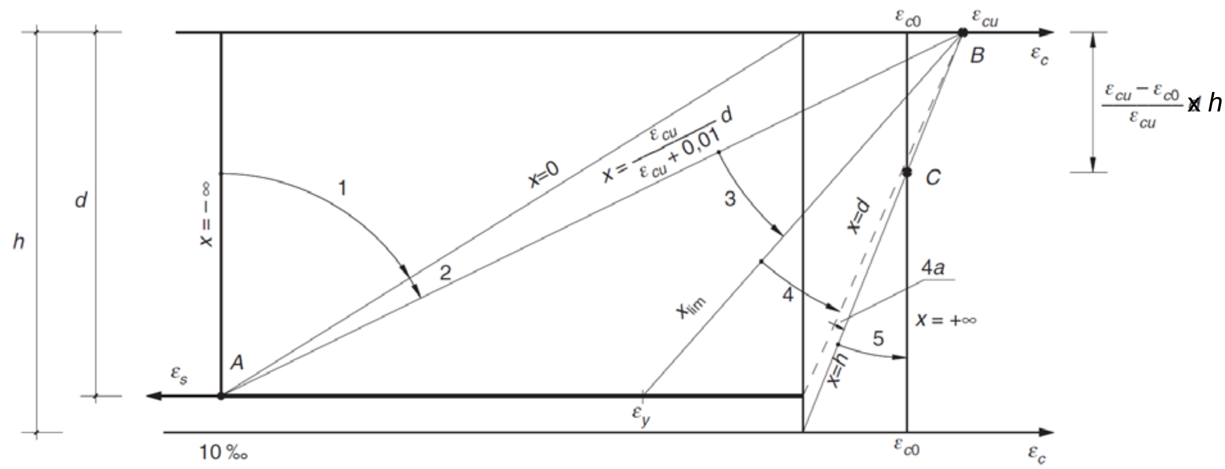
$$\sum \vec{F} = \vec{0} \qquad \sum \vec{\mathrm{M}} = \vec{0}$$

• **COMPATIBILIDAD DE DEFORMACIONES** (apartado 4)

- Ley plana de deformaciones normales a la sección

- Las deformaciones ε_{si} de las armaduras pasivas se mantienen iguales a las deformaciones ε_{y} del hormigón que las envuelve

3. DOMINIOS DE DEFORMACIÓN DE LAS SECCIONES



Fuente: EHE-08, 2011

Dominio 1: Tracción simple o compuesta (toda la sección en tracción)

Giro alrededor del punto A
Alargamiento del acero más traccionado → 10 ‰
Fibra neutra → $-\infty < x \leq 0$

Dominio 2: Flexión simple o compuesta (hormigón no alcanza la rotura a flexión ε_{cu})

Giro alrededor del punto A
Alargamiento del acero más traccionado → 10 ‰
Deformación del hormigón → $< \varepsilon_{cu}$ (= 3,5 ‰ para $f_{ck} \leq 50$)
Fibra neutra → $0 \leq x \leq \dfrac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu}+0{,}01} d$ (= 0,259d $f_{ck} \leq 50$)

Dominio 3: Flexión simple o compuesta (el hormigón alcanza la rotura a flexión ε_{cu})

Giro alrededor del punto B
Alargamiento del acero más traccionado → 10 ‰ $\geq \varepsilon_s \geq \varepsilon_y$ ($\varepsilon_y = f_{yd}/E_s$)
Deformac. rotura por flexión del hormigón → ε_{cu} (= 3,5 ‰ para $f_{ck} \leq 50$)
Fibra neutra → $\dfrac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu}+0{,}01} d \leq x \leq x_{lim}$

Dominio 4: Flexión simple o compuesta

Giro alrededor del punto B
Alargamiento del acero más traccionado → $\varepsilon_y \geq \varepsilon_s \geq 0$
Deformac. rotura por flexión del hormigón → ε_{cu} (= 3,5 ‰ para $f_{ck} \leq 50$)
Fibra neutra → $x_{lim} \leq x \leq d$

Dominio 4a: Flexión compuesta (todas armaduras compr. y una peq. zona horm. tracc.)

Giro alrededor del punto B
Deformac. rotura por flexión del hormigón → ε_{cu} (= 3,5 ‰ para $f_{ck} \leq 50$)
Fibra neutra → $d \leq x \leq h$

Dominio 5: Compresión simple o compuesta (hormigón y armaduras comprimidos)

Giro alrededor del punto C (definido por la recta de deform. por rotura a compr. ε_{c0})
Fibra neutra → $h \leq x \leq +\infty$

4. CONDICIONES DE EQUILIBRIO Y COMPATIBILIDAD

• HIPÓTESIS

- Sección cualquiera simétrica respecto al plano de flexión
- Tracción, flexión o compresión; simple o compuesta
- Estado último de agotamiento

• ECUACIONES DE EQUILIBRIO

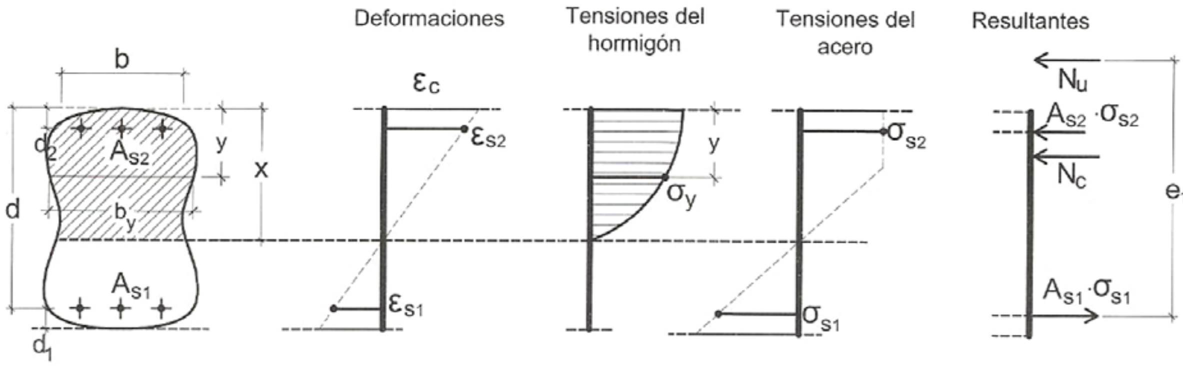
$$N_u = \int_0^h b_y \sigma_y dy + A_s \sigma_s + A'_s \sigma'_s$$

$$N_u e_1 = \int_0^h b_y \sigma_y (d - y) dy + A'_s \sigma'_s (d - d')$$

- A_s Armadura más traccionada (o menos comprimida)
- A'_s Armadura más comprimida (o menos traccionada)
- Los momentos están referidos al punto de la sección donde está A_s

• ECUACIONES DE COMPATIBILIDAD

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_y}{x - y} = \frac{\varepsilon_{s1}}{x - d} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x - d_2}$$



Fuente: García *et al*, 2010