Bloque I: Nociones básicas

1 Fundamentos del dibujo geométrico.

1.1 Definición de punto, recta, semirrecta, segmento y posición relativa de dos rectas

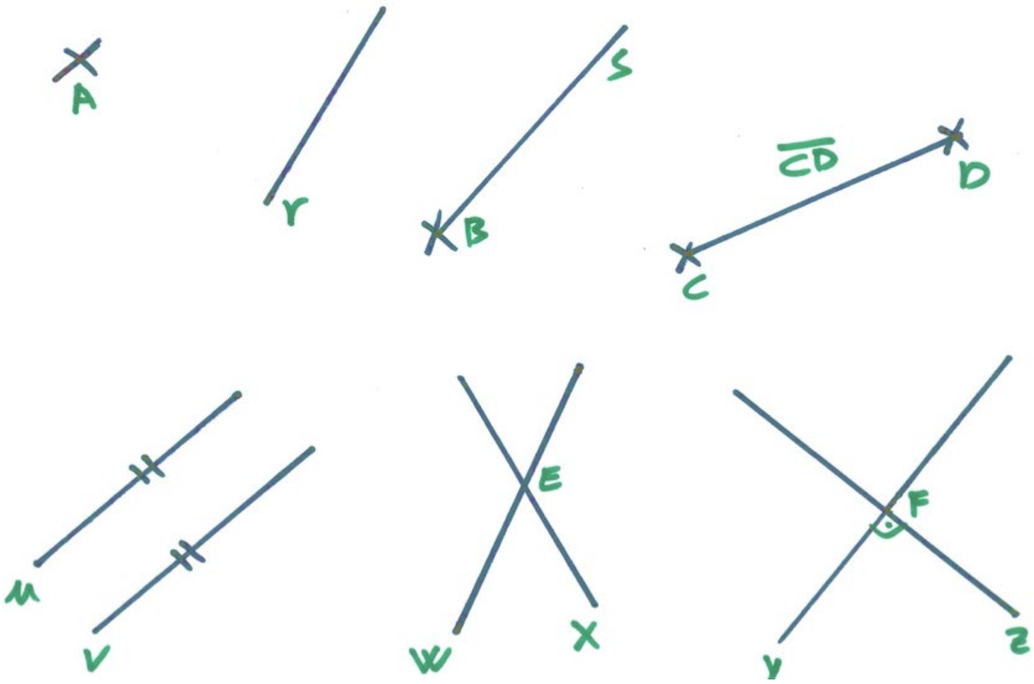

Ilustración 1 Definición de punto, recta, semirrecta, segmento y posición relativa de dos rectas

Un **punto** es una figura geométrica adimensional definida como la intersección de dos rectas, se representa en el espacio mediante una letra mayúscula.

Una **recta** es una sucesión infinita de puntos alineados en una misma dirección, se representa mediante una letra minúscula.

Una **semirrecta** consiste en una recta que tiene origen, pero no fin, es decir, se conoce su punto de partida.

Un **segmento** es una recta comprendida entre dos puntos, tiene origen y fin. Se representa con dos letras mayúsculas con una línea sobre ellas. ($\overline{\mathrm{AB}}$)

Posición relativa de dos rectas

> **Rectas paralelas**: Rectas equidistantes que no se cortan en un punto propio, sino que lo hacen en el infinito (punto impropio).

Rectas secantes: Rectas que se cortan en un punto propio.

Rectas perpendiculares: Rectas que se cortan en un punto formando un ángulo recto (90º) entre ellas.

1.2 Posición relativa de una recta y una circunferencia

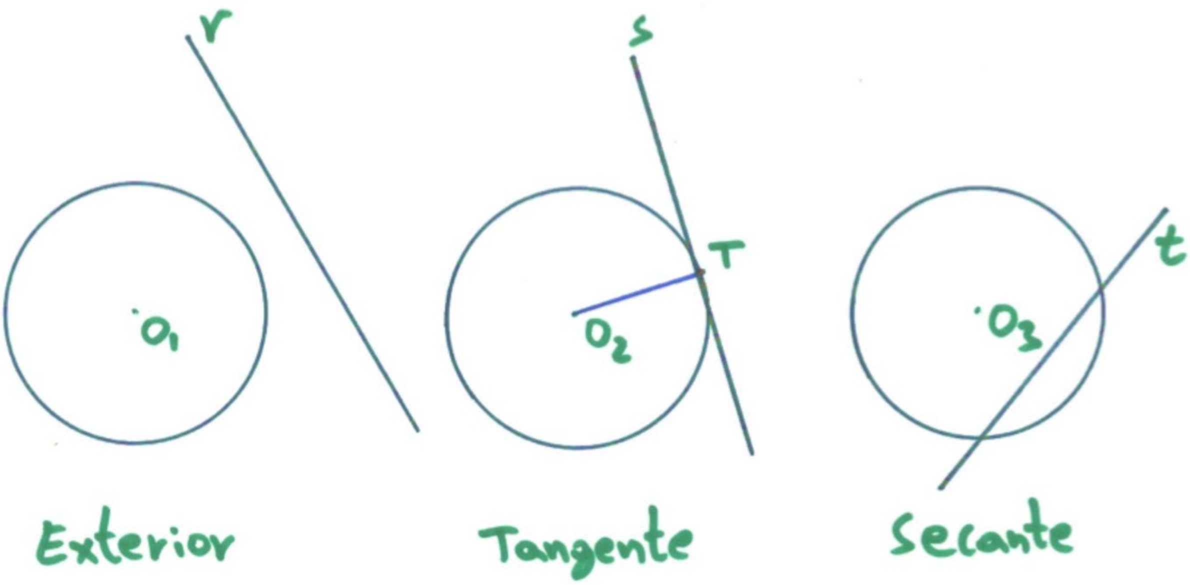

Ilustración 2 Posición relativa de una recta y una circunferencia

La posición relativa de una recta y una circunferencia puede ser:

Exterior: La distancia entre la recta y la circunferencia es superior al radio.

Tangente: La distancia entre la recta y la circunferencia coincide con el radio.

Secante: La distancia entre la recta y la circunferencia es inferior al radio.

1.3 Posición relativa de dos circunferencias.

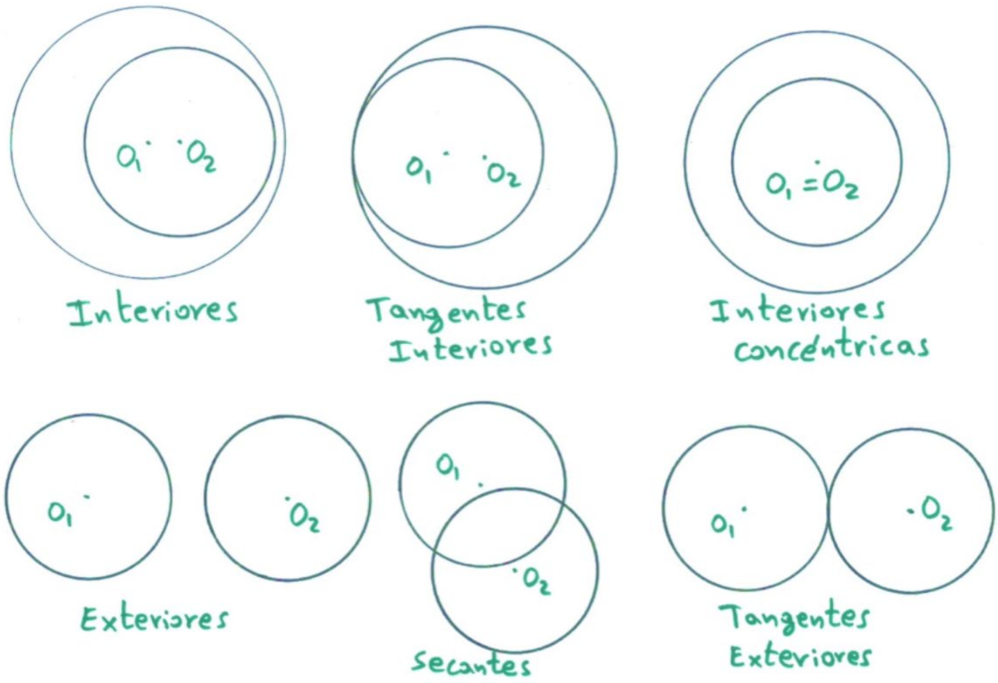

Ilustración 3 Posición relativa de dos circunferencias

La posición relativa entre dos circunferencias viene determinada por la distancia entre sus centros y sus radios.

Interiores: La distancia entre sus centros es menor que la suma de sus radios, no tienen ningún punto en común.

Tangentes interiores: La distancia entre sus centros es la diferencia de sus radios, tienen un punto en común.

Interiores concéntricas: La distancia entre sus centros es nula (mismo centro), no tienen ningún punto en común.

Exteriores: La distancia entre sus centros es mayor que la suma de sus radios, no existe ningún punto en común.

Secantes: La distancia entre sus centros es menor que la suma de sus radios y mayor que su diferencia, tienen dos puntos en común.

Tangentes exteriores: La distancia entre sus centros es igual a la suma de sus radios, tienen un punto en común.

2 Generalidades

2.1 La mediatriz y la bisectriz

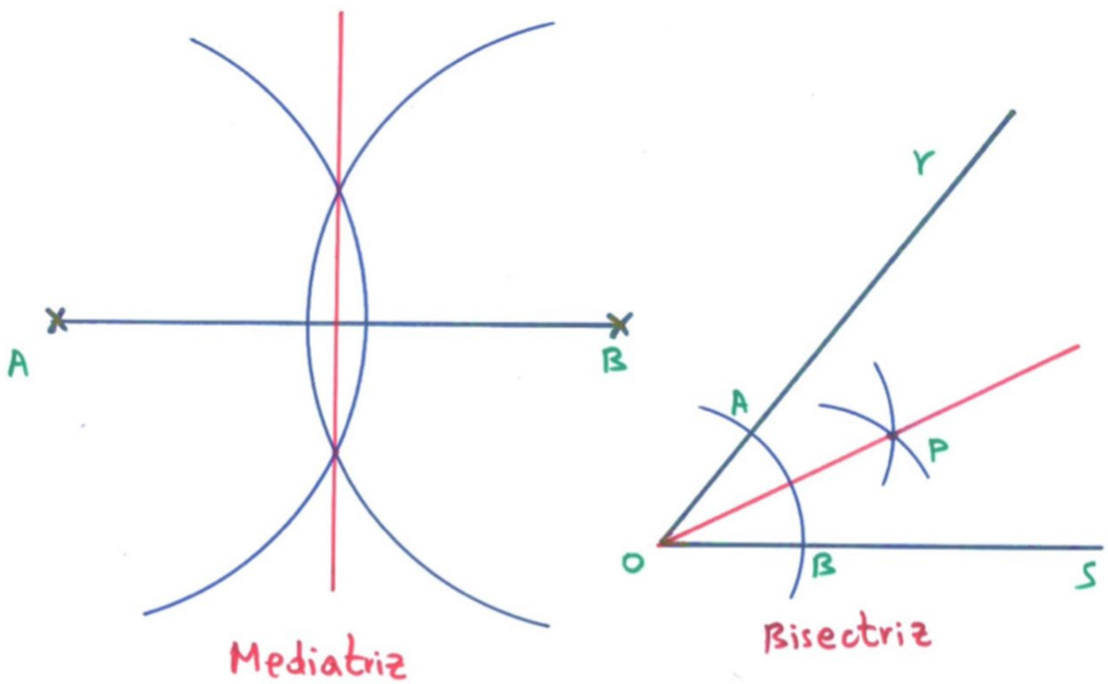

Ilustración 4 La mediatriz y la bisectriz

2.1.1 La mediatriz

Se denomina **mediatriz** de un segmento $\overline{\mathrm{AB}}$ a la recta perpendicular que divide el segmento en dos partes iguales.

Para hallar la mediatriz de un segmento, se toma una distancia inferior al segmento $\overline{\mathrm{AB}}$ y trazamos dos arcos, uno desde el extremo A y el otro desde B. La recta resultante de la unión de las intersecciones será la mediatriz del segmento.

2.1.2 La bisectriz

Se denomina **bisectriz** de un ángulo a la semirrecta que lo divide en dos ángulos iguales.

Para hallar la bisectriz de un ángulo, partiendo desde el punto de origen (O) deberemos trazar un arco que corte al ángulo en dos puntos (A y B) y haciendo centro en dichos puntos, trazaremos a continuación dos arcos que se cortarán en el punto P. La semirrecta resultante de la unión de los puntos P y O es la **bisectriz** del ángulo.

2.2. División de un segmento en partes iguales y construcción del arco capaz

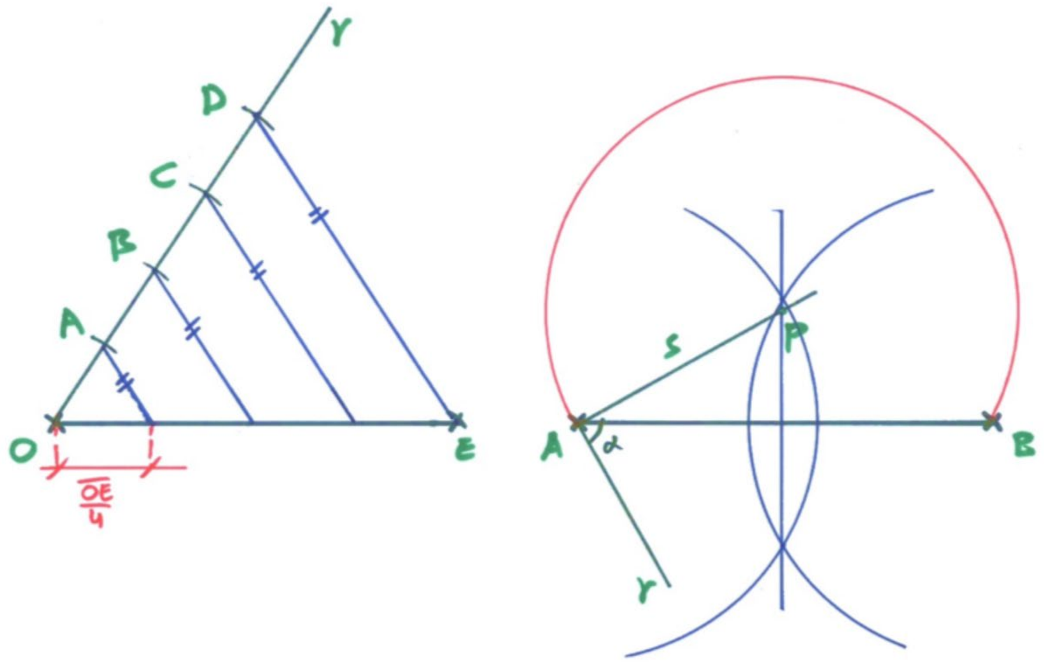

Ilustración 5 División de un segmento en partes iguales y construcción del arco capaz

2.2.1 División de un segmento en partes iguales

Dado un segmento $\overline{\mathrm{OE}}$, dibujamos una semirrecta cualquiera (r) desde el origen O, seguidamente sobre dicha semirrecta trazamos tantos arcos iguales como número de partes en que deseemos dividir el segmento. Considerando cuatro partes, por ejemplo, se obtendrán los puntos A, B, C y D. Unimos D con E y trazamos rectas paralelas al segmento $\overline{\mathrm{DE}}$ tomando como origen los puntos restantes (A, B y C), obteniéndose finalmente la división del segmento en cuatro partes iguales.

2.2.2 Construcción del arco capaz

El **arco capaz** de un ángulo (α) con respecto a un segmento $\overline{\mathrm{AB}}$, consiste en un arco de circunferencia que determina todos los puntos desde los que veremos la distancia AB con un ángulo (α) cualquiera.

Dado un ángulo α y un segmento $\overline{\mathrm{AB}}$, para hallar el **arco capaz** trazamos la mediatriz del segmento y colocamos el ángulo α bajo el segmento, haciendo que el punto A sea su vértice. Obtenemos una semirrecta (r), sobre la cual trazamos su perpendicular (s), desde el vértice, hasta que corte con la bisectriz en un punto que denominaremos P. Finalmente el **arco capaz** será aquel con centro P y radio $\overline{\mathrm{PA}}$.

3 Fundamentos sobre triángulos

3.1 Clasificación de triángulos

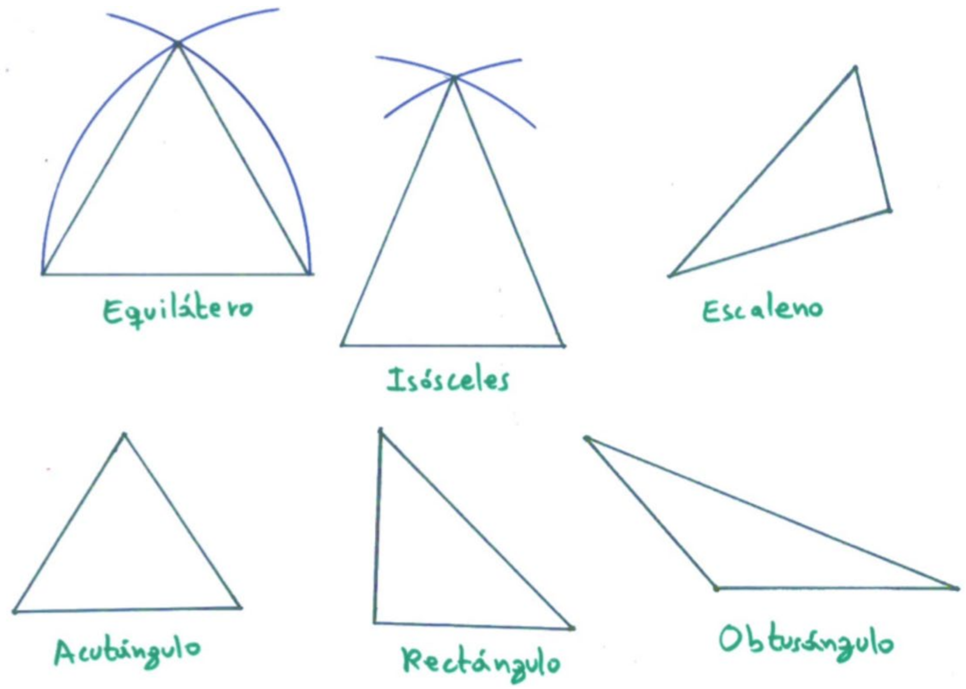

Ilustración 6 Clasificación de triángulos

Podemos clasificarlos de dos formas, según la longitud de sus lados en:

Equiláteros: Todos sus lados iguales.

Isósceles: Dos lados iguales y uno desigual.

Escalenos: Todos sus lados desiguales.

O según la medida de sus ángulos:

Acutángulos: Tres ángulos agudos (<90º).

Rectángulos: Un ángulo recto y dos agudos.

Obtusángulos: Un ángulo obtuso (>90º) y dos agudos.

3.2 El ortocentro y el baricentro

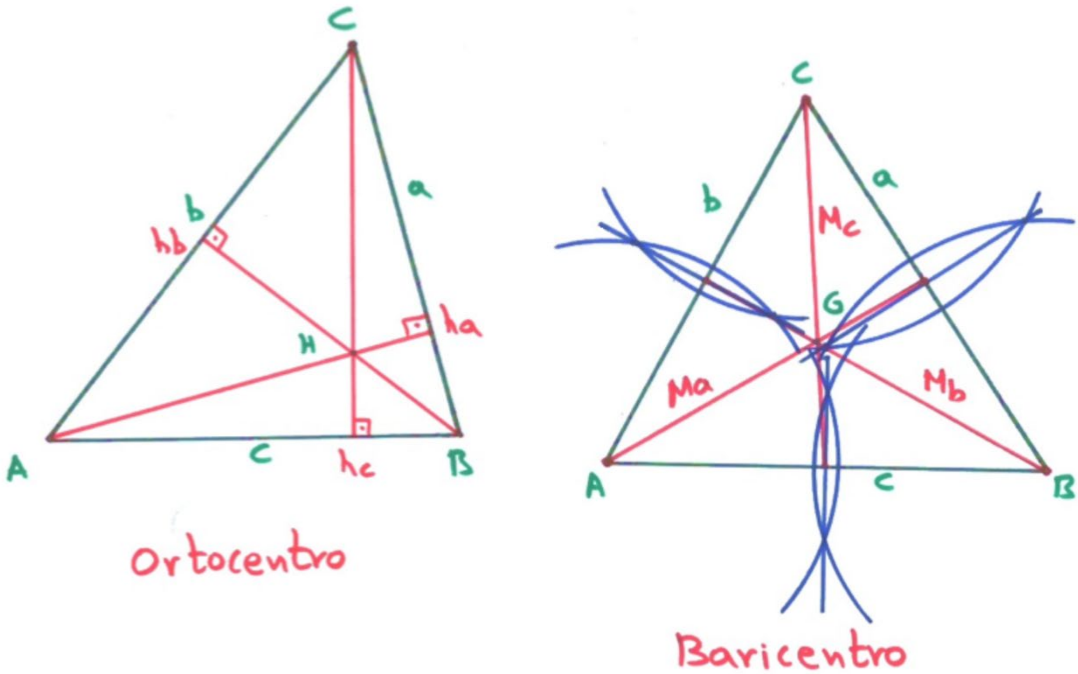

Ilustración 7 El ortocentro y el baricentro

3.2.1 El ortocentro

El **ortocentro** es el punto de corte de las tres alturas de un triángulo. Se representa con la letra H. Una **altura** es una recta que tiene como origen un vértice del triángulo y es perpendicular al lado opuesto de dicho vértice.

Dado un triángulo (A, B, C) se desea hallar su **ortocentro**.

Tenemos que trazar las alturas (h_a, h_b, h_c) del triángulo. Para hallar las alturas, tomando como origen los vértices del triángulo (A, B, C) trazamos rectas perpendiculares a sus lados opuestos, es decir, a, b y c. La intersección de las alturas será el **ortocentro**, al cual denominaremos H.

3.2.2 El baricentro

El **baricentro** es el punto de corte de las tres medianas de un triángulo. Se representa con la letra G. Una **mediana** es una recta que tiene como origen un vértice del triángulo y lo enlaza con el punto medio del lado opuesto de dicho vértice.

Dado un triángulo (A, B, C) si queremos hallar su **baricentro**, tendremos que trazar las medianas (M_a, M_b, M_c) del triángulo. Para hallar las medianas, dibujamos las mediatrices de los lados (a, b, c) del triángulo. Ahora, uniendo los puntos medios obtenidos anteriormente con sus respectivos vértices (A, B, C) obtendremos las medianas. La intersección de las medianas será el **baricentro**, al cual denominaremos G.

3.3 Circunferencias circunscrita e inscrita a un triángulo

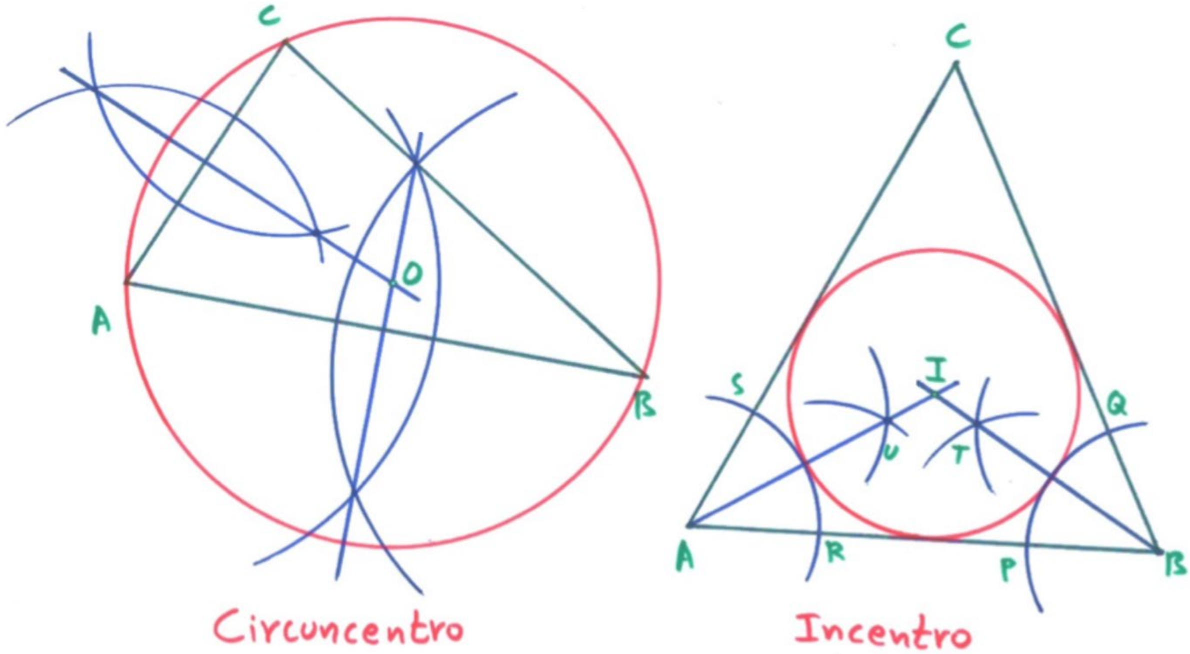

Ilustración 8 Circunferencias circunscrita e inscrita a un triángulo

3.3.1 Circunferencia circunscrita a un triángulo

Se denomina **circunferencia circunscrita** de un triángulo a aquella que pasa por sus tres vértices.

Vamos a suponer que dado un triángulo (A, B y C) se desea dibujar su circunferencia circunscrita **(cirncuncentro)**.

Para ello, trazamos las mediatrices de los segmentos $\overline{AC}$ y $\overline{AB}$. El punto de corte de las mediatrices será el **circuncentro**, al cual denominaremos O.

Finalmente, haciendo centro en O y tomando el radio $\overline{OA}$ dibujamos la circunferencia circunscrita.

3.3.2 Circunferencia inscrita en un triángulo

Se denomina **circunferencia inscrita** de un triángulo a aquella que es tangente a sus tres lados.

Dado un triángulo (A, B y C) se desea dibujar su circunferencia inscrita **(incentro)**.

Tenemos que trazar dos bisectrices del triángulo. Hacemos centro en B y trazamos un arco que cortará al triángulo en los puntos P y Q, trazamos un segundo arco con centro en A que cortará al triángulo en los puntos R y S.
A continuación, haciendo centro en los puntos anteriores trazamos una serie de arcos que interseccionarán en los puntos T y U.

Seguidamente, trazamos dos semirrectas, una con origen en A y que pase por U y la otra con origen en B y que pase por T. El punto de corte de estas semirrectas será el **incentro**, al cual denominaremos I.

Finalmente, haciendo centro en I, dibujamos la circunferencia inscrita que será tangente a los lados del triángulo.