



Dpto. Matemática Aplicada y Estadística

**Ingeniero de Organización Industrial**  
Asignatura: **Investigación Operativa**  
(Curso 2002-03)

Profesor: A. Guillamón

**Hoja 1. Formulación y resolución gráfica de P.P.L.**

**1. Problema de asignación de recursos.**

Supongamos una fábrica de cervezas que produce tres tipos distintos que se denominan negra (N), rubia (R) y de baja graduación (B). Para su obtención se necesita malta y levadura, que limitan la capacidad diaria de producción. La siguiente tabla da la cantidad necesaria de cada uno de estos recursos para producir un litro de cada una de las respectivas cerveza, los kilos disponibles de cada recurso y el beneficio por litro de cada cerveza producida. El problema del fabricante consiste en decidir cuánto debe fabricar de casa cerveza para que el beneficio total diario sea máximo.

	N	R	B	Disponibilidad
Malta	2	1	2	30
Levadura	1	2	2	45
Beneficio	4	7	3	

**2. Problema de destilación de crudos.**

Una compañía de petróleos produce en sus refinerías gasóleo (G), gasolina normal (N) y súper (S) a partir de dos tipos diferentes de crudos C1 y C2. Las refinerías están dotadas de dos tipos de tecnología, la tecnología nueva (Tn) utiliza por cada sesión de destilación 7 unidades de C1 y 12 de C2 para producir 8 unidades de G, 6 de N y 5 de S, mientras que con la tecnología antigua (Ta) se obtienen en cada destilación 10 unidades de G, 7 de N y 4 de S, con un gasto de 10 unidades de C1 y 8 de C2.

Teniendo en cuenta la demanda de los tres productos, la compañía debe producir al menos 900 unidades de G, 300 de N y entre 800 y 1700 de S. La disponibilidad de los crudos C1 y C2 es de 1400 u. Y 2000 u., respectivamente. Los beneficios por unidad producida de los tres productos se recogen en la siguiente tabla:

	G	N	S
Beneficio	4	6	7

Se quiere averiguar cómo utilizar ambos procesos de destilación y los crudos disponibles para que el beneficio sea lo mayor posible.

**3. Planificación de mano de obra.**

En una fábrica en la que se trabaja las 24 horas del día, hay 6 turnos de trabajo que comienzan cada 4 horas, iniciándose el primero a las 6 h. de la mañana con una duración de 8 horas cada uno. Por los productos que se elaboran, se necesita para cada turno un

número diferente de trabajadores, que viene recogido en la tabla. El gerente desea planificar la distribución de trabajadores de manera que su número sea mínimo.

j	Turnos (h.)	Número de trabajadores necesarios
1	06-10	90
2	10-14	210
3	14-18	220
4	18-22	160
5	22-02	110
6	02-06	50

**4. Problema de la dieta.**

En un centro de nutrición se desea obtener la dieta de coste mínimo con unos determinados requisitos vitamínicos para un grupo de niños. El especialista estima que la dieta debe contener entre 26 y 32 unidades de vitamina A, al menos 25 unidades de vitamina B y 30 de C, y, a lo sumo, 14 de vitamina D. La tabla nos da el número de unidades de las distintas vitaminas por unidad de alimento consumido para seis alimentos elegidos, denominados 1, 2, 3, 4, 5, 6, así como su coste por unidad

Alimentos	Vit.	Vit.	Vit.	Vit.	Coste por unidad
	A	B	C	D	
1	1	1	0	1	10
2	1	2	1	0	14
3	0	1	2	0	12
4	3	1	0	1	18
5	2	1	2	0	20
6	1	0	2	1	16

Se desea conocer la cantidad de cada alimento que hay que preparar y que satisfaga los requisitos propuestos con coste mínimo.

**5. Planificación de la producción.**

Una empresa produce filtros para monitores de ordenador formados por tres capas, una intermedia de calidad A y dos exteriores de calidad B que envuelven a la anterior. Ambas calidades se consiguen con diferentes mezclas de vidrio y resina de las que el fabricante dispone por semana de 700 y 900 t, respectivamente. La empresa posee cuatro plantas de producción. Las cantidades necesarias de materia prima por operación para cada planta que se pueden llevar a cabo total o parcialmente, así como las de uno y otro tipo, se tienen en la tabla

Planta	Vidrio	Resina	Capas tipo A	Capas tipo B
1	15	19	2	5
2	14	20	3	7
3	16	15	5	4
4	12	18	4	4

Formular un modelo de Programación Lineal para determinar el número de operaciones a realizar en cada planta de manera que sea máximo el número total de filtros fabricados.

**6. Planificación de mezclas en una planta química.**

Una planta química fabrica dos productos A, B mediante dos procesos I y II. La tabla da los tiempos de producción de A y B en cada proceso y los beneficios por unidad vendida

Proceso	Prod. A	Prod. B
I	2	3
II	3	4
Beneficio	4	10

Se dispone de 16 horas de operación del proceso I y 24 del proceso II. La producción de B da, además, un subproducto C (sin coste adicional) que puede venderse a 3000 u.m./u. Sin embargo, el sobrante de C debe destruirse con coste 2000 u.m./u. Se obtienen 2 unidades de C por cada unidad de B producida. La demanda de C se estima en, a lo sumo, 5 unidades. Obtener el plan de producción con máximo beneficio.

**7. Distribución de productos.**

Una empresa se dedica al empaquetado en tres centros situados en Alicante (A), Cáceres (C) y Zamora (Z), que se envían posteriormente a Madrid (M), Valencia (V), Sevilla (S), Barcelona (B) y Lugo (L). El coste unitario de la materia prima y su empaquetado en Alicante es de 75 u.m., en Cáceres de 71 u.m. y en Zamora de 76 u.m.. Las predicciones de demanda de paquetes se tiene en la tabla

Ciudad	M	V	S	B	L
Demanda	9000	6000	8000	10000	5000

La capacidad de empaquetado en Alicante es de 14000 paquetes, en Cáceres de 15000 y en Zamora de 10000. Los costes de transporte por unidad son los siguientes

	M	V	S	B	L
A	14	7	8	17	21
C	11	15	7	18	16
Z	12	14	10	13	9

Formular un programa lineal que determine cuántos paquetes deben enviarse desde cada centro de empaquetado a cada centro de distribución para tener coste mínimo.

**8. Distribución de tareas.**

Un empresario que se dedica al montaje de grandes sistemas, recibe un encargo para la próxima semana. Tiene dividido el proceso en cuatro tareas denominadas M, N, P y Q, que pueden realizarse en cualquier orden, parcial o total e indistintamente por cuatro equipos de trabajo distintos. El tiempo en horas empleado en cada tarea realizada de forma completa por cada equipo es

Equipo	M	N	P	Q
1	52	212	25	60
2	57	218	23	57
3	51	201	26	54
4	56	223	21	55

Las horas semanales de que dispone cada equipo y el coste de trabajo por hora se recogen en la tabla

Equipo	Tiempo disponible por semana (horas)	Coste de hora de trabajo
1	220	6'830
2	300	6'950
3	245	7'100
4	190	7'120

Formular un programa lineal que permita conocer cuántas horas debe emplear cada equipo para minimizar el coste total de montaje del sistema.

**9. Solución gráfica de problemas lineales.**

Resolver gráficamente los siguientes programas lineales:

a)

$$\begin{aligned} \max z &= 3x_1 + 5x_2 \\ \text{s.a.} \quad &2x_1 + x_2 \leq 230 \\ &x_1 + 2x_2 \leq 250 \\ &x_1 \geq 150 \\ &0 \leq x_2 \leq 120 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \max z &= 3x_1 + 5x_2 \\ \text{s.a.} \quad &2x_1 + x_2 \geq 230 \\ &x_1 + 2x_2 \geq 250 \\ &x_1 \geq 0 \\ &0 \leq x_2 \leq 120 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} \max z &= 2x_1 + 4x_2 \\ \text{s.a.} \quad &2x_1 + x_2 \geq 230 \\ &x_1 + 2x_2 \leq 250 \\ &x_1 \geq 0 \\ &0 \leq x_2 \leq 120 \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} \max z &= 3x_1 + 5x_2 \\ \text{s.a.} \quad &2x_1 + x_2 \leq 230 \\ &x_1 + 2x_2 \leq 250 \\ &x_1 + x_2 \leq 300 \\ &x_1 \geq 150 \\ &0 \leq x_2 \leq 120 \end{aligned}$$