

1. INTRODUCCIÓN. CONCEPTOS BÁSICOS

1.1) Expresa $35^g43^m60^s$ en el sistema sexagesimal.

Expresamos el valor $35^g43^m60^s$ en forma de grados centesimales y fracción de grados. Esta operación es inmediata cuando se trabaja con graduación centesimal:

$$35^g43^m60^s = 35,4360^g$$

Para transformar este valor a graduación sexagesimal, tenemos en cuenta que la circunferencia se divide en 400^g o en 360^o :

$$\begin{array}{ccc} 400^g & \text{---} & 360^o \\ 35,4360^g & \text{---} & x^o \\ x^o = 35,4360 \frac{360}{400} = 31,8924^o \\ 31,8924^o = 31^{\circ}53'32,64'' \end{array}$$

Por tanto, para transformar grados centesimales en sexagesimales basta con multiplicar por la relación $360/400$. Inversamente, para transformar grados sexagesimales en centesimales, tendremos que multiplicar por $400/360$.

1.2) Expresa $43^{\circ}34'47''$ en el sistema centesimal.

Expresamos $43^{\circ}34'47''$ en forma de grados y fracción de grados. Para valores sexagesimales, la forma de proceder es:

$$43^{\circ}34'47'' = 43 + \frac{34}{60} + \frac{47}{3.600} = 43,57972^{\circ}$$

Aplicamos la relación entre grados sexagesimales y grados centesimales:

$$\begin{array}{ccc} 60^o & \text{---} & 400^g \\ 43,57972^o & \text{---} & x^g \\ X^g = 43,57972 \frac{400}{360} = 48,421914^g \\ 48,421914^g = 48^g42^m19,14^s \end{array}$$

1.3) Transforma 2,3 radianes en graduación sexagesimal.

Una circunferencia se divide en 2π radianes; por tanto:

$$\begin{array}{ccc} 2\pi \text{ rad.} & \text{---} & 360^o \\ 2,3 \text{ rad.} & \text{---} & x^o \\ x^o = 2,3 \frac{360}{2\pi} = 131,7803^o \\ 131,7803^o = 131^{\circ}46'49,05'' \end{array}$$

1.4) Transforma $23^{\circ}43'50''$ en radianes.

Transformamos el valor $23^{\circ}43'50''$ en grados y fracción de grados: la relación a

aplicar viene dada por:

$$23^{\circ} 43' 50'' = 23 + \frac{43}{60} + \frac{50}{3.600} = 23,730555^{\circ}$$

$$\begin{array}{ccc} 360 & \text{---} & 2\pi \text{ rad} \\ 23,730555 & \text{---} & x \text{ rad} \end{array}$$

$$x = 23,730555 \frac{2\pi}{360} = 0,41418 \text{ radianes}$$

1.5) Expresa en grados sexagesimales $57^g 30^m 17^s$. Expresa en grados centesimales $82^{\circ} 50' 32''$.

Para transformar grados centesimales en grados sexagesimales:

$$57^g 30^m 17^s = 57,3017^g$$

$$57,3017 \frac{360}{400} = 51,57153^{\circ} = 51^{\circ} 34' 17,51''$$

Para transformar grados sexagesimales en grados centesimales:

$$82^{\circ} 50' 32'' = 82,8422^{\circ}$$

$$82,8422 \frac{400}{360} = 92,046914^g = 92^g 4^m 69,14^s$$

1.6) Calcula cuántos segundos centesimales corresponden a un segundo sexagesimal.

La relación entre un 1 segundo centesimal y 1 segundo sexagesimal es muy diferente a la que existe entre 1 grado centesimal y 1 grado sexagesimal. En efecto:

$$\begin{array}{ccc} 400^g & \Rightarrow & 360^{\circ} \\ (400 \ 100 \ 100)^s & \Rightarrow & (360 \ 60 \ 60)'' \end{array}$$

Por tanto:

$$\begin{array}{ccc} 360 \ 60 \ 60 & \text{---} & 400 \ 100 \ 100 \\ 1'' & \text{---} & x^s \end{array}$$

$$x^s = \frac{400 \ 100 \ 100}{360 \ 60 \ 60} = 3,086^s$$

$$1'' \Rightarrow 3,086^s$$

Llegaremos al mismo resultado transformando los segundos en grados y fracción y aplicando la relación correspondiente:

$$1'' = (1/60)' = (1/3600)^{\circ} = 0,00027777^{\circ}$$

$$\begin{array}{ccc} 360^{\circ} & \text{---} & 400^g \\ 0,00027777^{\circ} & \text{---} & x^g \end{array}$$

$$x^g = 0,00027777 \frac{400}{360} = 0,0003086^g = (0,0003086 \ 100 \ 100)^s = 3,086^s$$

1.7) Transforma a graduación sexagesimal 27^m .

La relación entre un minuto centesimal y un minuto sexagesimal viene dada por:

$$\begin{array}{ccc}
 (400 \ 100)^m & \Rightarrow & (360 \ 60)' \\
 400 \ 100 & \text{——} & 360 \ 60 \\
 27^m & \text{——} & x' \\
 x' = 27 \frac{360 \ 60}{400 \ 100} = 14,58'
 \end{array}$$

1.8) Transforma a graduación centesimal 52".

En este caso, la relación a aplicar es:

$$52 \frac{400 \ 100 \ 100}{360 \ 60 \ 60} = 160,494^s = 1^m 60,494^s$$

tal como hemos visto en los ejercicios anteriores.

1.9) En un plano a escala 1:5.000 calcula la longitud que corresponde a 400m del terreno.

La escala es la relación entre una longitud P medida en el plano y su equivalente T en el terreno:

$$E = \frac{1}{M} = \frac{1}{5.000} = \frac{P}{T} = \frac{P}{400}$$

Por tanto:

$$P = \frac{T}{M} = \frac{400}{5.000} = 0,08m = 8cm$$

1.10) En un plano a escala 1:1.000 una distancia mide 30cm. Calcula la longitud que corresponde en el terreno.

Como en el ejercicio anterior:

$$E = \frac{1}{M} = \frac{1}{1.000} = \frac{P}{T} = \frac{30}{T}$$

Por tanto:

$$T = P \ M = 30 \ 1.000 = 30.000cm = 300m$$

1.11) ¿Cuál es la escala de un plano en el que 1.250m del terreno están representados por 25cm?

Como en los ejercicios anteriores:

$$E = \frac{1}{M} = \frac{P}{T}$$

De donde:

$$E = \frac{0,25m}{1.250m} = \frac{2}{10.000} = \frac{1}{5.000}$$

1.12) Se desea trazar un plano a escala 1:4.000 para representar un terreno cuyas dimensiones máximas son 3.500m de longitud y 2.300m de ancho. ¿Qué dimensiones mínimas ha de tener el papel?

Las dimensiones mínimas que ha de tener el papel son:

Longitud:

$$E = \frac{1}{M} = \frac{P}{T}$$

$$P = \frac{T}{M} = \frac{3.500}{4.000} = 0,875m = 87,5cm$$

Anchura:

$$E = \frac{1}{M} = \frac{P}{T}$$

$$P = \frac{T}{M} = \frac{2.300}{4.000} = 0,575m = 57,5cm$$

A estas dimensiones habrá que sumarles las correspondientes a los márgenes que se desee dejar en el plano.

1.13) La longitud máxima de una finca es 3.850m. Se quiere dibujar en un papel que tiene 60cm de lado. ¿Cuál es la escala máxima que podemos emplear dejando 2,5cm de margen a cada lado?

Longitud útil = ancho útil = $60 - 2 \cdot 2,5 = 55cm = 0,55m$

$$E = \frac{1}{M} = \frac{P}{T}$$

$$M = \frac{T}{P} = \frac{3.850m}{0,55m} = 7.000$$

Escala máxima: 1:7.000

1.14) Se realiza un levantamiento topográfico para obtener un plano a escala 1:10.000. ¿De qué distancia máxima podemos prescindir en el terreno?

Si establecemos el límite de la percepción visual en 0,2mm, se admite que longitudes inferiores a este valor no son visibles y no tienen, por tanto, representación en el plano. Una magnitud de 0,2mm del plano corresponde en el terreno a:

$$0,2mm \cdot 10.000 = 2.000mm = 2m$$

La distancia de 2m estará representada en el plano por una longitud de 0,2mm; distancias inferiores a 2m no podrán ser representadas.

1.15) Sobre un plano a escala 1:250 se ha determinado la superficie de una parcela, que resultó ser de 27,3cm². ¿Cuál es la superficie real de dicha parcela?

La escala nos indica la relación entre una longitud medida en el plano y su equivalente en el terreno. Si, en lugar de una longitud, hemos medido una superficie S_P , la relación con la superficie S_T correspondiente del terreno vendrá dada por el cuadrado del denominador de la escala:

$$S_P = 27,3 \text{ cm}^2 = \frac{27,3}{10.000} \text{ m}^2 = 0,00273 \text{ m}^2$$

$$S_T = S_P \cdot M^2 = 0,00273m^2 \cdot 250^2 = 170,625m^2$$

1.16) Determina la superficie que ocupa, sobre un plano a escala 1:500, una parcela que mide $3.452,851m^2$.

La relación entre superficies, como vimos en el ejercicio anterior, es el cuadrado del denominador de la escala:

$$S_P = \frac{S_T}{M^2} = \frac{3.452,851 m^2}{500^2} = 0,013811 m^2 = 138,11 cm^2$$

1.17) La distancia reducida entre dos puntos A y B es 347m. El punto B está situado sobre la curva de nivel 150 y el punto A sobre la curva 25. Halla la pendiente de la alineación AB y su longitud real.

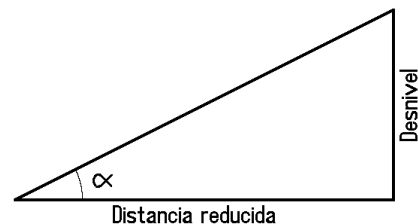
El desnivel entre A y B es:

$$Z_B - Z_A = 150 - 25 = 125m$$

La pendiente de una recta es la relación entre el desnivel de dos de sus puntos y la distancia reducida que los separa:

$$Pendiente = tg \alpha = 125/347 = 0,3602 = 36,02\%$$

donde α , altura de horizonte, es el ángulo que forma la recta con su proyección horizontal.



La longitud real AB, o distancia natural AB, corresponde a la hipotenusa del triángulo rectángulo cuyos lados son el desnivel y la distancia reducida. Podemos calcularla:

$$D_{AB} = \sqrt{125^2 + 347^2} = 368,828m$$

O también, puesto que conocemos el ángulo α :

$$D_{AB} = \frac{347}{\cos 22,012^\circ} = \frac{125}{\sin 22,012^\circ} = 368,828m$$

$$\alpha = \arctg 0,3602 = 22,012^\circ$$

1.18) Una alineación tiene una pendiente del 15%. Halla la diferencia de cota entre dos puntos de la alineación situados a una distancia reducida de 550m.

Puesto que la pendiente es la relación entre el desnivel y la distancia reducida, el producto de la pendiente por la distancia reducida nos dará la diferencia de cota Z (desnivel) entre los puntos:

$$p = 15\% = 15/100 = 0,15$$

$$Z = p \cdot D = 0,15 \cdot 550 = 82,5m$$

1.19) Una alineación tiene una pendiente del 12%. Halla el desnivel y la distancia reducida entre dos puntos de la alineación situados a una distancia natural de 180m.

Como en el ejercicio anterior:

$$p = 12\% = 12/100 = 0,12$$

$$\alpha = \arctan 0,12 = 7,603^\circ$$

Desnivel Z:

$$\sin \alpha = Z/D_N$$

$$Z = D_N \sin \alpha = 180 \sin 7,603^\circ = 21,446m$$

Distancia reducida D:

$$\cos \alpha = D/D_N$$

$$D = D_N \cos \alpha = 180 \cos 7,603^\circ = 178,718m$$

Comprobación: la relación entre Z y D ha de ser igual a la pendiente:

$$Z/D = 21,446/178,718 = 0,12 = 12\%$$

1.20) En un plano de escala 1:5.000 se mide la distancia AB, que resulta ser 183mm. El punto B está sobre la curva de nivel 210 y el punto A sobre la curva 85m. Calcula la pendiente y la longitud real de la alineación AB.

La distancia medida sobre el plano equivale en el terreno a:

$$D_{AB} = 183 \text{ mm} \cdot 5.000 = 915.000 \text{ mm} = 915m$$

Puesto que ha sido medida sobre el plano, se trata de una distancia reducida.

Desnivel entre A y B:

$$Z_A^B = Z_B - Z_A = 210 - 85 = 125m$$

Pendiente p:

$$p = Z_A^B/D_{AB} = 125/915 = 0,1366 = 13,66\%$$

Distancia natural D_N :

$$\alpha = \arctan 0,1366 = 8,643^\circ$$

$$D_N = D_{AB}/\cos \alpha = 915/\cos 8,643^\circ = 923,499m$$

1.21) Un ferrocarril tiene una rampa de 1.333m de longitud real, salvando con ella un desnivel de 4m. Calcula la pendiente de la rampa.

En el triángulo rectángulo formado por el desnivel, la distancia natural y la distancia reducida:

$$\sin \alpha = Z/D_N = 4/1.333 = 0,003$$

$$\alpha = \arcsin 0,003 = 0,1910^\circ$$

Pendiente p:

$$p = \tan \alpha = \tan 0,1910^\circ = 0,003 = 0,30\%$$

El seno y la tangente son prácticamente coincidentes, al ser α muy pequeño.

1.22) Dadas las longitudes de dos de los lados de un triángulo, $AB = 236m$ y $BC = 192m$, y el ángulo comprendido $\beta = 57,6^\circ$, calcula los valores de los restantes lados y ángulos.

El teorema del coseno expresa la longitud de un lado, en cualquier triángulo, en función de las longitudes de los otros dos lados y del ángulo comprendido:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 AB BC \cos \beta$$

En nuestro caso:

$$AC^2 = 236^2 + 192^2 - 2 \cdot 236 \cdot 192 \cos 57,6^\circ$$

$$AC = 191,225m$$

Los ángulos $BC = \alpha$ y $AB = \gamma$ pueden calcularse aplicando el teorema del seno, que expresa la proporcionalidad entre los lados de un triángulo y los senos de los ángulos opuestos:

$$\frac{AB}{\sin \gamma} = \frac{BC}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin \beta}$$

$$\frac{236m}{\sin \gamma} = \frac{192m}{\sin \alpha} = \frac{191,225m}{\sin 57,6^\circ}$$

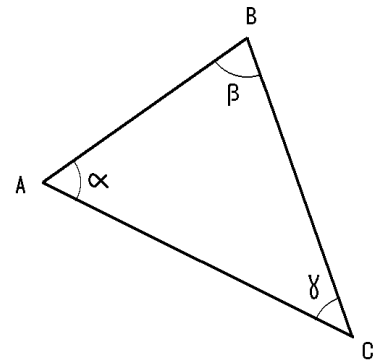
De donde:

$$\alpha = 57,929^\circ$$

$$\gamma = 84,471^\circ$$

Comprobación:

$$\alpha + \beta + \gamma = 200^\circ$$



1.23) Calcula los valores de los ángulos de un triángulo, conociendo las longitudes de sus lados: $AB = 117m$ $BC = 78m$ $AC = 95m$

Aplicamos el teorema del coseno para calcular el ángulo opuesto a uno de los lados, por ejemplo al AB :

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2 BC AC \cos \gamma$$

$$\cos \gamma = \frac{BC^2 + AC^2 - AB^2}{2 BC AC}$$

Sustituyendo, llegamos a:

$$\gamma = 93,891^\circ$$

Los otros ángulos pueden calcularse aplicando de nuevo el teorema del coseno, o bien aplicando el teorema del seno:

$$\frac{AB}{\sin \gamma} = \frac{BC}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin \beta}$$

$$\frac{117m}{\sin 93,891^\circ} = \frac{78m}{\sin \alpha} = \frac{95m}{\sin \beta}$$

De donde:

$$\alpha = 46,194^\circ$$

$$\beta = 59,915^\circ$$

Comprobación:

$$\alpha + \beta + \gamma = 200^\circ$$

1.24) Conocidas las longitudes de dos lados de un triángulo, $AB = 537m$ y $BC = 488m$, y el ángulo $BC = \alpha = 63,9^\circ$, calcula la longitud del tercer lado y los valores de los otros dos ángulos.

Conocemos dos lados AB y BC y el ángulo opuesto a BC . Aplicando el teorema del seno, calculamos el ángulo γ opuesto a AB :

$$\frac{AB}{\sin \gamma} = \frac{BC}{\sin \alpha}$$

$$\frac{537m}{\sin \gamma} = \frac{488m}{\sin 63,9^\circ}$$

De donde:

$$\gamma = 75,725^\circ$$

Conocidos dos ángulos, determinamos el tercero haciendo:

$$\beta = 200^g - (\alpha + \gamma) = 60,375^g$$

El tercer lado puede calcularse aplicando el teorema del seno:

$$AC = 470,053m$$

1.25) La longitud geográfica de un punto P es 28°15' Este, referida al meridiano de Greenwich. Calcula su longitud con relación a otro meridiano de referencia, cuya longitud respecto al de Greenwich es 43°12' Oeste.

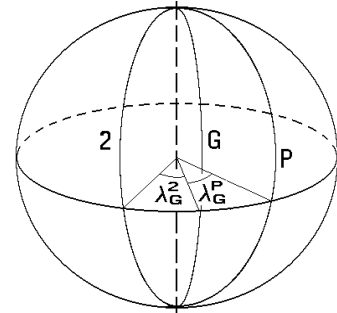
Transformamos las longitudes de la siguiente forma:

$$\lambda_G^P = 28^\circ 15' \text{ Este} = +28,25^\circ$$

positivo, puesto que P se encuentra al Este del meridiano de Greenwich.

$$\lambda_G^2 = 43^\circ 12' \text{ Oeste} = -43,20^\circ$$

negativo, ya que el segundo meridiano de referencia se encuentra al Oeste del de Greenwich.



La longitud de P respecto al segundo meridiano es la diferencia entre su longitud, respecto a Greenwich, y la longitud de ese segundo meridiano, también respecto a Greenwich:

$$\begin{aligned}\lambda_2^P &= \lambda_G^P - \lambda_G^2 = 28,25^\circ - (-43,20^\circ) = \\ &= +71,45^\circ = 71^\circ 27' \text{ Este}\end{aligned}$$

O bien, la suma de su longitud, respecto a Greenwich, con la longitud del meridiano de Greenwich respecto al segundo meridiano de referencia:

$$\begin{aligned}\lambda_2^G &= -\lambda_G^2 = +43,20^\circ = 43,20^\circ \text{ Este} \\ \lambda_2^P &= \lambda_G^P + \lambda_2^G = 28,25^\circ + 43,20^\circ = +71,45^\circ = 71^\circ 27' \text{ Este}\end{aligned}$$

1.26) Calcula la convergencia de meridianos entre dos puntos A y B cuyas coordenadas geográficas son:

A ($\lambda_A = 3'28''$ Oeste ; $\varphi_A = 41^\circ 25'39''$ Norte)

B ($\lambda_B = 4'51''$ Este ; $\varphi_B = 41^\circ 57'18''$ Norte)

En primer lugar, expresaremos las longitudes y latitudes en grados y fracción de grados:

$$\lambda_A = 3'28'' \text{ Oeste} = 0,05777 \text{ Oeste} = -0,05777^\circ$$

$$\varphi_A = 41^\circ 25'39'' \text{ Norte} = 41,4275^\circ$$

$$\lambda_B = 4'51'' \text{ Este} = 0,080833^\circ$$

$$\varphi_B = 41^\circ 57'18'' \text{ Norte} = 41,955^\circ$$

La expresión para calcular la convergencia de meridianos entre dos puntos es la siguiente:

$$W = (\lambda_B - \lambda_A) \operatorname{sen} \frac{\varphi_A + \varphi_B}{2}$$

Sustituyendo:

$$W = (0,080833^\circ + 0,05777^\circ) \operatorname{sen} \frac{41,4275^\circ + 41,955^\circ}{2} = 0,09219^\circ$$

$$W = 0,09219^\circ = 5'31,89''$$

1.27) Calcula la convergencia de meridianos entre dos puntos situados en el paralelo 40° y separados un arco de paralelo de 13.742m. Se supondrá que la Tierra es esférica, de radio $R = 6.378.142m$.

A partir de la longitud del arco determinaremos la diferencia de longitud $\Delta\lambda$ entre los dos puntos. Para ello, calculamos primeramente el radio del paralelo 40° . En la figura, si P es un punto de dicho paralelo, OP será el radio de la Tierra (supuesta esférica) y $O'P$ el radio del paralelo:

$$\text{sen}(90^\circ - \varphi) = \frac{O'P}{OP} = \frac{O'P}{R}$$

Luego:

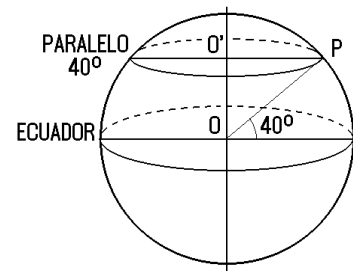
$$\begin{aligned} R_{40} &= O'P = R \text{ sen}(90^\circ - 40^\circ) = \\ &= 6.378.142 \text{ sen } 50^\circ = 4.885.940,2m \end{aligned}$$

La diferencia de longitudes, que es el rectilíneo del diedro formado por los planos meridianos que pasan por los dos puntos, será:

$$\begin{aligned} \frac{2\pi R_{40}}{360^\circ} &= \frac{13.742m}{\Delta\lambda} \\ \Delta\lambda &= \frac{13.742 \cdot 360^\circ}{2\pi R_{40}} = 0,16115^\circ \end{aligned}$$

Aplicamos la expresión de cálculo de la convergencia de meridianos:

$$\begin{aligned} W &= \Delta\lambda \text{ sen } \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = 0,16115^\circ \text{ sen } 40^\circ = 0,10359^\circ \\ W &= 0,10359^\circ = 0^\circ 6' 12,9'' \end{aligned}$$



1.28) Dos puntos A y B, situados en el hemisferio Norte, forman una alineación cuyo acimut geodésico vale $A_A^B = 216^\circ 47' 39''$. Calcula su acimut recíproco A_B^A , conociendo el valor de la convergencia de meridianos $W = 13' 52''$.

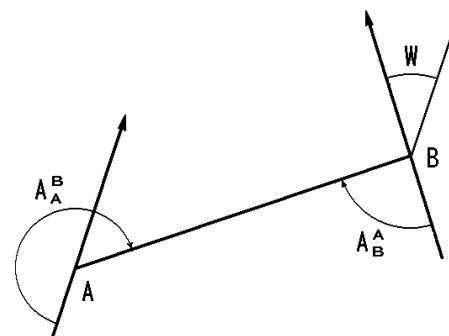
Puesto que los acimutes geodésicos se miden desde el Sur, el punto B está situado al Noreste de A. El acimut pedido se calcula:

$$A_B^A = A_A^B \pm 180^\circ + W$$

ya que en el hemisferio Norte las meridianas son convergentes.

Sustituyendo en la igualdad anterior:

$$A_B^A = 216^\circ 47' 39'' - 180^\circ + 13' 52'' = 37^\circ 1' 31''$$



1.29) Calcula el valor del módulo de anamorfosis lineal de una línea del terreno que mide 2.438,273m, cuya longitud en la proyección es 2.435,591m.

El módulo de deformación lineal es la relación entre la longitud de una línea y la de su transformada en la proyección:

$$K = \frac{I'}{I} = \frac{2435,591m}{2.438,273m} = 0,9989$$

1.30) Calcula el error probable, el error medio aritmético y el error medio cuadrático de los errores producidos en la siguiente serie de mediciones:

10,15 9,97 10,04 10,18 9,91 10,01

Calculamos, en primer lugar, el valor más probable, que es la media aritmética de los seis valores:

$$V = \frac{10,15 + 9,97 + 10,04 + 10,18 + 9,91 + 10,01}{6} = 10,04$$

Los errores aparentes se calculan por diferencia entre cada uno de los valores y el valor más probable V:

$$e_1 = m_1 - V = 10,15 - 10,04 = 0,11$$

$$e_2 = -0,07$$

$$e_3 = 0,00$$

$$e_4 = 0,14$$

$$e_5 = -0,13$$

$$e_6 = -0,03$$

Ordenamos los errores de menor a mayor, en valor absoluto:

0,00 0,03 0,07 0,11 0,13 0,14

Como hay un número par de mediciones, tomaremos como error probable el promedio de los dos valores intermedios:

$$\xi_p = \frac{0,07 + 0,11}{2} = 0,09$$

El error medio aritmético, trabajando con errores aparentes, viene dado por la expresión:

$$\xi_a = \frac{\sum |e_i|}{n - 0,5} = \frac{0,48}{5,5} = 0,09$$

y el error medio cuadrático:

$$\xi_c = \sqrt{\frac{\sum e_i^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{0,05}{5}} = 0,10$$

1.31) Para calcular la distancia entre dos puntos se procedió a medirla cuatro veces, empleando un taquímetro. Como valor de la distancia se tomó la media aritmética de las cuatro medidas efectuadas. Si el error lineal que se comete en una medición con dicho instrumento es de 0,05m, determina el error de la media aritmética.

Cuando damos como resultado la media aritmética de las n mediciones efectuadas, el error asociado a la operación se reduce en la proporción:

$$\varepsilon = \frac{e}{\sqrt{n}} = \frac{0,05}{\sqrt{4}} = 0,025m$$

1.32) En la medida de ángulos con un teodolito se superponen cuatro causas de error. Se ha medido un ángulo acimutal con un teodolito, del que se sabe que los valores de los errores individuales debidos a estas causas valen:

$$e_1 = 0,004^g \quad e_2 = 0,02^g \quad e_3 = 0,07^g \quad e_4 = 0,004^g$$

Determina el error total de la medición angular efectuada.

Cuando en una medición actúan varias causas de error, independientes entre sí, el error total viene determinado por la expresión:

$$\varepsilon = \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2} = 0,073^g$$

1.33) Con una cinta métrica, que se suponía de 20m y que al contrastarla posteriormente se comprobó que medía 19,96m, se midió una alineación, determinando que tenía una longitud de 180,45m. Calcula la dimensión real de tal alineación.

La relación entre la dimensión real y la que hemos medido es la misma que existe entre la longitud real de la cinta (19,96m) y la teórica (20m). Por tanto:

$$\begin{array}{ccc} 20 & \text{—} & 19,96 \\ 180,45 & \text{—} & x \end{array}$$

$$x = 180,45 \frac{19,96}{20} = 180,09m$$

1.34) Se han medido los tres ángulos de un triángulo, obteniendo los siguientes valores:

$$\alpha = 61^{\circ}15' \quad \beta = 58^{\circ}36' \quad \gamma = 60^{\circ}15'$$

Determina el error de cierre y los valores compensados de los tres ángulos.

La condición geométrica que imponemos en este caso, es que la suma de los tres ángulos sea igual a dos rectos:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^{\circ}6' \neq 180^{\circ}$$

Por tanto, el error de cierre será:

$$e = 180^{\circ}6' - 180^{\circ} = 6'$$

Se trata de un error por exceso, ya que el valor obtenido de las mediciones supera al valor teórico. Para compensarlo se reparte entre las tres mediciones efectuadas:

$$\alpha_c = \alpha - e/3 = 61^{\circ}15' - 2' = 61^{\circ}13'$$

$$\beta_c = \beta - e/3 = 58^{\circ}36' - 2' = 58^{\circ}34'$$

$$\gamma_c = \gamma - e/3 = 60^{\circ}15' - 2' = 60^{\circ}13'$$

Comprobación:

$$\alpha_c + \beta_c + \gamma_c = 180^{\circ}$$

1.35) Se han medido los cuatro ángulos de un cuadrilátero, obteniendo los siguientes valores: $\alpha = 98,36^g$ $\beta = 102,48^g$ $\gamma = 108,96^g$ $\delta = 89,80^g$. Determina el error de cierre cometido y los valores compensados de los ángulos.

La condición a cumplir es que la suma de los cuatro ángulos sea de cuatro rectos:

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 399,60^g \neq 400^g$$

El error de cierre es:

$$e = 399,60^g - 400^g = -0,40^g$$

Es un error por defecto. Por tanto, los valores compensados serán:

$$\alpha_c = \alpha - e/4 = 98,36^g + 0,10^g = 98,46^g$$

$$\beta_c = \beta - e/4 = 102,48^g + 0,10^g = 102,58^g$$

$$\gamma_c = \gamma - e/4 = 108,96^g + 0,10^g = 109,06^g$$

$$\delta_c = \delta - e/4 = 89,80^g + 0,10^g = 89,90^g$$

Comprobación: $\alpha_c + \beta_c + \gamma_c + \delta_c = 400^g$

1.36) Con un instrumento topográfico se ha medido diez veces una determinada magnitud, obteniendo los siguientes valores:

10'5 10,4 10,5 10,6 10,3 10,6 10,4 10,3 10,5 10,7

Se sabe que el valor real de la magnitud es 9,68. Calcula el error sistemático del instrumento y el valor medio cuadrático de los errores accidentales.

El valor medio de las diez mediciones efectuadas es:

$$V = \frac{\sum m_i}{10} = \frac{104,8}{10} = 10,48$$

El error sistemático es:

$$e = 10,48 - 9,68 = 0,80$$

Para eliminar el error sistemático, lo restamos de todas las mediciones efectuadas, obteniendo:

9,7 9,6 9,7 9,8 9,5 9,8 9,6 9,5 9,7 9,9

Los errores accidentales verdaderos se obtienen por diferencia entre cada una de las mediciones, corregidas del error sistemático, y el valor real:

0,02 -0,08 0,02 0,12 -0,18 0,12 -0,08 -0,18 0,02 0,22

Y el error medio cuadrático:

$$\xi_c = \sqrt{\frac{\sum e_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{0,156}{10}} = 0,125$$