Examen Febrero 2013

Física II

T. INDUSTRIAL

Nombre:

Teoría (3 pto)

① Dado el campo vectorial $\vec{A} = -y\,\hat{\imath} + x\,\hat{\jmath} - z\,\hat{k}$, en coordenadas cilíndricas y determina el potencial escalar asociado.

② Propiedades de los conductores.

③ Polarización. Cómo se generan las cargas de polarización.

④ Ley de Ampere. Aplica dicha ley para obtener el campo magnético que crea una corriente recta e indefinida, I, en un punto a una distancia r.

⑤ Fuerza electromotriz producida por movimiento.

⑥ Ecuación de una onda armónica.

Problemas (6 pto)

① Una esfera conductora de radio a, descargada, se rodea de una corona esférica concéntrica de radios b y c, también conductora y cargada con una carga Q, Determina:

a) El campo eléctrico en todas las regiones

b) El potencial eléctrico en la superficie de la esfera de radio a.

② Disponemos de dos espiras iguales de radio a, recorridas por una intensidad I, y están separadas una distancia r. Determina:

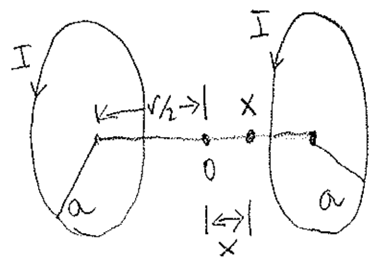
a) El campo magnético que crea una de las espiras a una distancia del centro de $r/2$.

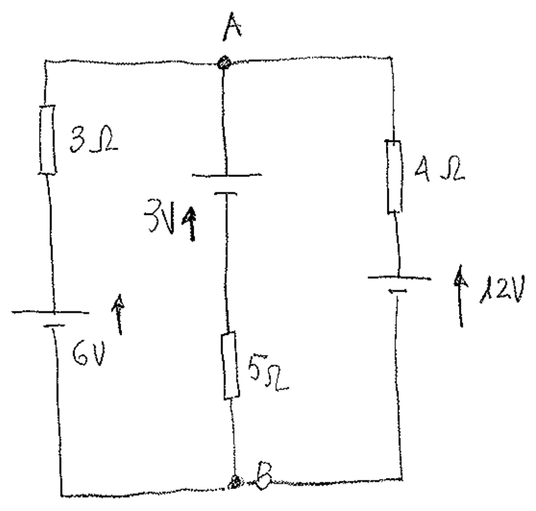
b) El campo magnético en una posición x.

c) Comparar el valor del campo magnético, en el caso de que $r = a$, para $x = a/4$ y para $x = 0$. Conclusiones que sacas.

③ En el circuito de la figura, determina la corriente que circula por la resistencia de 5Ω y la diferencia de potencial entre los puntos A y B.

Nota: de las 6 cuestiones de teoría, sólo se realizarán 5.





1. Dado el campo vectorial $\bar{A} = -y\hat{\imath} + x\hat{\jmath} - z\hat{k}$, expresarlo en coordenadas cilíndricas y determinar el potencial escalar asociado.

$$\bar{A} = -r\sin\theta(\cos\theta\,\hat{r} - \sin\theta\,\hat{\theta}) + r\cos\theta(\sin\theta\,\hat{r} + \cos\theta\,\hat{\theta}) - z\hat{z}.$$

Operamos:

$$\bar{A} = (-r\sin\theta\cos\theta + r\cos\theta\sin\theta)\,\hat{r} + \hat{\theta}\,(r\sin^2\theta + r\cos^2\theta) - z\hat{z}$$

$$\boxed{\bar{A} = r\hat{\theta} - z\hat{z}}$$

Para determinar el potencial escalar asociado, primero analizamos su carácter conservativo.

$$\vec{\nabla}\times\bar{A} = \frac{1}{r}\begin{vmatrix} \hat{r} & r\hat{\theta} & \hat{z} \\ \partial/\partial r & \partial/\partial\theta & \partial/\partial z \\ 0 & r^2 & -z \end{vmatrix} = \frac{1}{r}(2r)\,\hat{z} = 2\hat{z}.$$

Por tanto el campo es no conservativo y no tiene potencial escalar asociado.

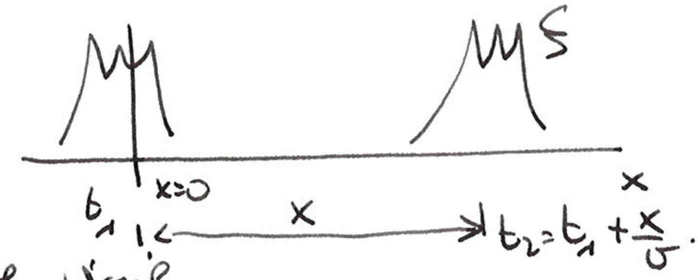
CRITERIO PUNTUACIÓN:
- → 0.3 expresión
- → 0.3 potencial.

2. Propiedades de los conductores

* Movimiento de carga → $\bar{v} = -\mu \bar{E}$
* Campo eléctrico interior conductor → NULO.
* Carga neta se distribuye por la superficie.
* El potencial en el interior es cte.
* El campo externo a la superficie de un conductor es NORMAL
* Carga inducida.

Todos → 0,6 , cada falta −0.1

ECUACIÓN DE UNA ONDA ARMÓNICA.



Buscamos "algo" representado por ξ que viaje.

Se desplaza con una velocidad v, y recorre una distancia x. Como la velocidad es uniforme, al cabo de cierto tiempo se encontrará en la posición "x", y el tiempo marcado es $t_2 = t_1 + \frac{x}{v}$. Tomando origen de tiempos en t_1, y para cualquier tiempo t,

$$t_1 = t - \frac{x}{v}.$$

La ecuación que representa el movimiento de ξ, es por tanto:

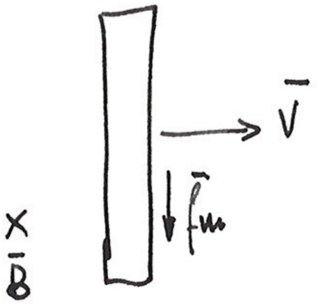
$$\xi = f\left(t - \frac{x}{v}\right).$$

Hemos de determinar la forma de "f". Si consideramos que en el foco se produce un movimiento armónico con ecuación $A \sin(\omega t)$, si sustituimos t por $\left(t - \frac{x}{v}\right)$, obtendremos un movimiento armónico que se propaga, y la llamamos ONDA ARMÓNICA. y su ecuación será

$$\boxed{\xi = A \sin \omega\left(t - \frac{x}{v}\right)}$$

0'6 ptos.

INDUCCIÓN

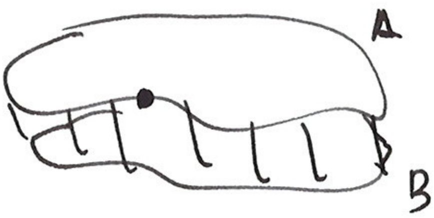


$$fem = \int_a^b \bar{E}_q \cdot \bar{dl} = \int_a^b (\bar{v} \times \bar{B}) \cdot \bar{dl} = \int_a^b v B \, dl =$$

$$= v B L$$

$$|I| = \frac{vBL}{R}.$$

De forma general



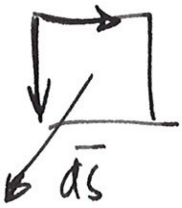
A $\quad \phi(t)$

B $\quad \phi(t+dt)$

$$\rightarrow d\phi = \phi(t+dt) - \phi(t) = \phi_c =$$

$$= \int_{sc} \bar{B} \cdot \bar{ds}$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \int_{sc} \bar{B} \cdot (\bar{v} \times \bar{dl})$$



$$(\bar{v} \times \bar{dl}) \, dt = \bar{ds}$$

$\bar{u}$; velocidad neta de la carga.

$$\bar{u} = \bar{v} + \bar{w} \; ; \; \bar{v} = \bar{u} - \bar{w}$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \int_{sc} \bar{B} \cdot \left((\bar{u} - \bar{w}) \times d\bar{l} \right) =$$

$$= \int_{sc} \bar{B} \cdot \left(\bar{u} \times d\bar{l} \right)$$

Aplicamos la relación vectorial.

$$\bar{A} \cdot (\bar{B} \times \bar{C}) = \bar{C} \cdot (\bar{A} \times \bar{B})$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \int_{sc} d\bar{l} \cdot (\bar{B} \times \bar{u}) = -\int_{sc} d\bar{l} \cdot (\bar{u} \times \bar{B}) \Rightarrow$$

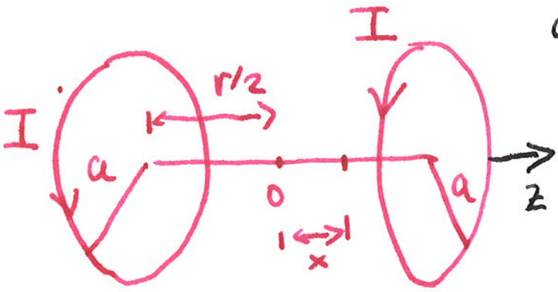
$$\boxed{\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt}}$$

Disponemos de dos espiras iguales de radio a, recorridas por una intensidad I, y están separadas una distancia r. Determinar:

a) El campo magnético que crea una de las espiras

b) El campo magnético en la posición x

c) ANULADA (falta parte del enunciado).



a) La expresión del campo magnético es:

$$d\bar{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\bar{l} \times (\bar{r} - \bar{r}')}{|\bar{r} - \bar{r}'|^3}$$

Establecemos las coordenadas

$$\bar{r} = (0, 0, r/2) \qquad \bar{r} - \bar{r}' = (-a, 0, r/2)$$

$$\bar{r}' = (a, 0, 0) \qquad |\bar{r} - \bar{r}'| = \sqrt{a^2 + (r/2)^2}$$

$$|\bar{r} - \bar{r}'|^3 = \left(a^2 + (r/2)^2\right)^{3/2}$$

$d\bar{l} = a\,d\theta\,\hat{\theta}$; de forma que

$$d\bar{l} \times (\bar{r} - \bar{r}') = \begin{vmatrix} \hat{r} & \hat{\theta} & \hat{z} \\ 0 & a\,d\theta & 0 \\ -a & 0 & r/2 \end{vmatrix}$$

$$d\bar{l} \times (\bar{r} - \bar{r}') = \frac{r}{2} a\,d\theta\,\hat{r} + a^2\,d\theta\,\hat{z}$$

$$\bar{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[\int \frac{r/2\; a\,d\theta}{(a^2 + (r/2)^2)^{3/2}}\,\hat{r} + \int \frac{a^2\,d\theta}{(a^2 + (r/2)^2)^{3/2}}\,\hat{z} \right]$$

Por simetría nos quedamos sólo con la parte en $\hat{z}$.

$$\bar{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{a^2 d\theta}{(a^2+(r/2)^2)^{3/2}} \hat{z}$$

$$\boxed{\bar{B} = \frac{\mu_0 I a^2}{2\left[(a^2+(r/2)^2\right]^{3/2}} \hat{z}}$$

b) El campo debido a las dos espiras en el punto x, con distancias $(r/2+x)$ y $(r/2-x)$ es:

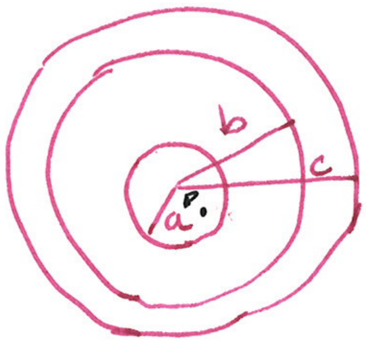
$$\boxed{\bar{B} = \frac{\mu_0 I a^2}{2}\left[\frac{1}{\left[a^2+(r/2+x)^2\right]^{3/2}} + \frac{1}{\left[a^2+(r/2-x)^2\right]^{3/2}}\right]\hat{z}.}$$

1 pto cada uno.

Una esfera conductora de radio a, descargada, se rodea de una corona esférica concéntrica de radios b y c, también conductora y cargada con una carga Q. Determina:

a) El campo eléctrico en todas las regiones.

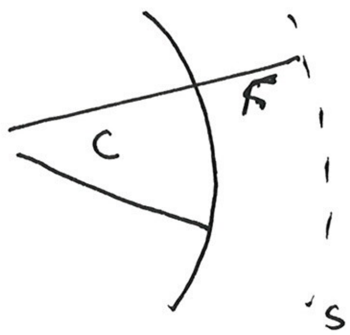
b) el potencial eléctrico en la superficie de radio a.



a) Para las regiones $\boxed{r<a}$ y $\boxed{b<r<c}$ y $\boxed{a<r<b}$

El campo es nulo.

Para $\boxed{r>c}$



El flujo a través de la superficie, S, esférica de radio r es.

$$\phi = \int_S \bar{E} \cdot \bar{ds} = \int_S E\,dS = E\,4\pi r^2.$$

La carga que encierra dicha superficie es Q.

Luego aplicando el teorema de Gauss.

$$\phi = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E\,4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{\bar{E} = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}\hat{r}}$$

b) El potencial para el punto P.

$$V(P) = -\int_\infty^c \bar{E} \cdot \bar{dr}$$

(El resto es nulo, ya que no hay campo).

$$V(P) = -\int_{\infty}^{C} \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0}\, \hat{r} \cdot dr\, \hat{r} = -\int_{\infty}^{C} \frac{Q}{4\pi r^2 \epsilon_0}\, dr =$$

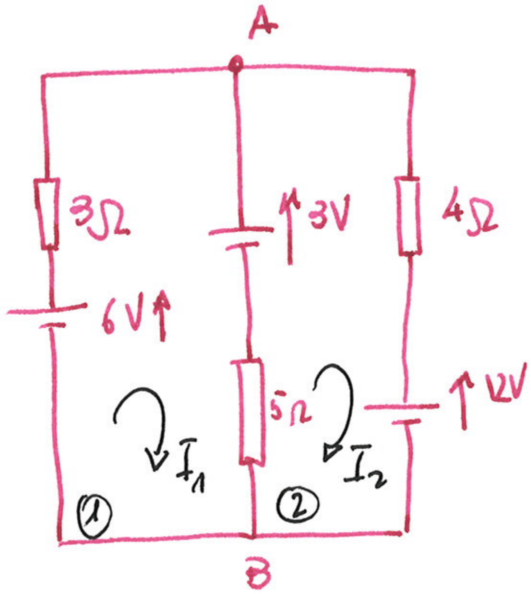
$$= -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_{\infty}^{C} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 C}$$ ''

el potencial permanece constante, por tanto.

$$\boxed{V(a) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 C}}$$

1 pto. Cada respuesta.

→ En el circuito de la figura, determine la corriente que circula por la resistencia de 5Ω, y la diferencia de potencial entre los puntos A y B.



Establecemos las ecuaciones de malla.

(1)

$$6 - 3 = I_1(3+5) - (5) I_2$$

(2)

$$3 - 12 = I_2(4+5) - 5(I_1)$$

Es decir:

$$\left.\begin{array}{l} 3 = 8I_1 - 5I_2 \\ -9 = -5I_1 + 9I_2 \end{array}\right\}$$

Resolvemos el sistema.

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & -5 \\ -9 & 9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8 & -5 \\ -5 & 9 \end{vmatrix}} = -\frac{18}{47} = -0.38 \text{ A}//$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 8 & 3 \\ -5 & -9 \end{vmatrix}}{47} = \frac{-57}{47} = -1.21 \text{ A}//$$

La corriente que pasa por la resistencia de 5Ω es:

$$|I_2 - I_1| = |-1,21 + 0.38| = 0.83 \text{ A}//$$

La ddp es:

$$V_{AB} = (I_2 - I_1)(5) + 3 = (0.83)(5) + 3 = 7,1 \text{ V}//$$

1 pto cada apartado.