industriales
etsii UPCT

Examen Final JUNIO 2012

Física II I. TECNOLOGÍA INDUSTRIAL

Nombre:________________________

1. Parte:Teoría

① Pilares del Electromagnetismo.

② Un electrón y un protón de la misma energía cinética penetran en el seno de un campo magnético uniforme, con ambas velocidades dirigidas en la misma dirección y sentido, perpendiculares a su vez a la dirección del campo magnético. Determina:

a) El tipo de movimiento que describen ambas partículas

b) Cuál de ellas posee mayor velocidad.

c) Cuál posee la trayectoria de mayor radio.

d) Cuál tiene el mayor período de revolución.

③ Realizamos la práctica de la medida del espesor de una lámina de ITO. La resistencia de la lámina la medimos mediante la aplicación de la ley de Ohm, y obtenemos como resultado $R = R_0 \pm \Delta R$. De igual forma medimos la longitud y la anchura con un calibre, y obtenemos que $a = a_0 \pm \Delta a$ y $L = L_0 \pm \Delta L$. Sabemos que el espesor , e, de la lámina lo determinamos a partir de la expresión:

$$R = \rho \frac{L}{e\,a}$$

donde ρ es la resistividad y su valor lo tomamos como constante y no influye en la propagación de errores. Determina la expresión del espesor de la lámina de ITO, así como el error cometido.

④ Una onda sinusoidal transversal, que se propaga de derecha a izquierda, tiene una longitud de onda de 15m, una velocidad de propagación de 250 m/s y una amplitud de 3m. Halla:

a) la ecuación de la onda.

b) La velocidad transversal máxima de un punto alcanzado por la vibración.

⑤ Disponemos del campo

$$V = (2x + z)\hat{\imath} + e^{y}\,\hat{\jmath} + x\,\hat{k}$$

Queremos ver si:

a) Se trata de un campo conservativo.

b) En caso de tratarse de un campo conservativo, determina el potencial asociado.

c) La circulación de dicho campo a lo largo del contorno cerrado que forma la intersección de la esfera de radio R y centro en el origen, con el plano XY.

2. Parte:Ejercicios

① **Un anillo de radio** R está cargado con una densidad de carga uniforme. Determina:

a) El campo eléctrico en el punto P.

b) El potencial eléctrico que genera en dicho punto. Determina si el potencial es nulo en el centro. Y el campo eléctrico, es nulo en el centro?.

c) Determina el valor del campo eléctrico si tenemos en cuenta que deriva de un potencial.

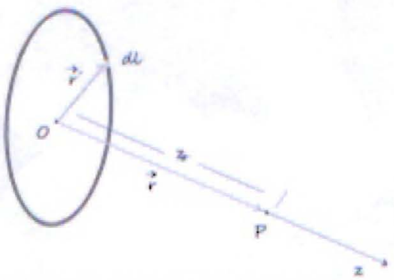


Figura 1: Anillo de radio R cargado con una densidad lineal de carga uniforme.

② Disponemos de un condensador cilíndrico con las características que se indican en la figura adjunta 2. El condcutor de radio a se carga con una carga Q. Determina: En el caso de que sea vacío el espacio entre conductores (ϵ_0)

a) La diferencia de potencial entre ambos conductores.

b) Su capacidad.

Ahora el material entre ambos conductores es un dieléctrico de constante dieléctrica ϵ. Repite los apartados anteriores y establece cierta relación entre las capacidades en ambos casos.

Figura 2: Condensador cilíndrico.

③ **Dos espiras circulares** se encuentran situadas a una distancia x, en planos paralelos. La espira de radio R es recorrida por una intensidad uniforme I. La espira pequeña prsenta un radio que es muy pequeño en comparación con la distancia de separación x. Determina:

a) El flujo magnético que atraviesa la espira de radio r.

b) Si la espira de radio r se desplaza a lo largo del eje x con una velocidad uniforme v, determina la fuerza electromotriz inducida.

c) Si ahora permanece quieta la espira de radio r, idea otro mecanismo para producir una corriente inducida.

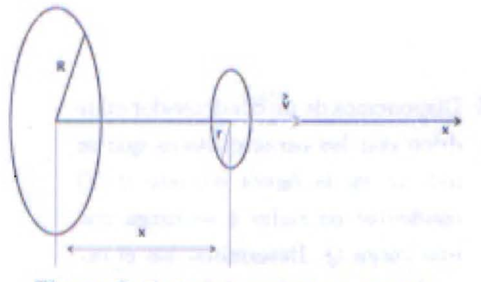


Figura 3: Espiras en movimiento relativo.

④ **Disponemos del siguiente circuito.**

a) Determina la corriente I_1

b) Aplica el teorema de superposición y halla el valor de I_2.

c) La diferencia de potencial entre los puntos A y B.

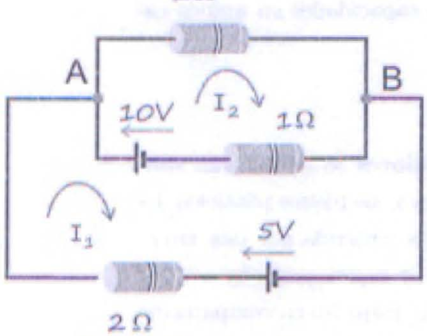
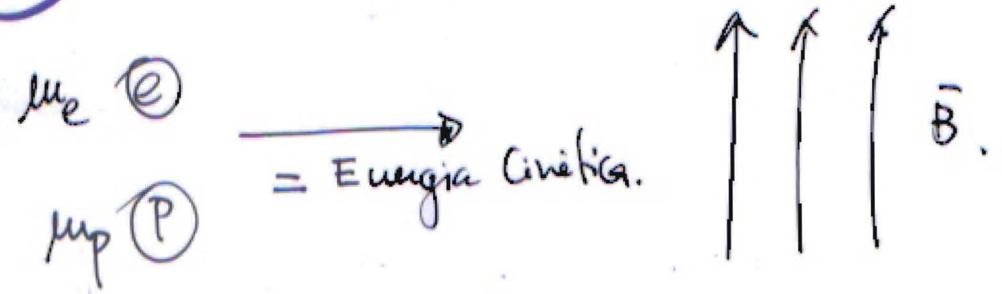


Figura 4: Circuito eléctrico.

Instrucciones

- Los alumnos que tengan que examinarse de toda la asignatura, contestarán a 4 de las 5 **cuestiones** planteadas, siendo la cuestión número 3 obligatoria. De los **ejercicios** propuestos, sólo realizará tres.
- Los alumnos que han eliminado la primera parte de la asignatura contestarán de la siguiente forma: De las **cuestiones**, realizarán la número tres de forma obligatoria y posteriormente, entre las cuestiones 1,2 y 4, sólo realizarán dos. Relativo a los **ejercicios**, realizarán el número 3 y el 4.

2



a) **Tipo de movimiento.**

Ambas partículas experimentan una fuerza o interacción magnética

$$\bar{F}_m = q\,(\bar{v}\times\bar{B})$$

Tomando un pequeño desplazamiento $\bar{dr}$, dicha fuerza y este desplazamiento son $\perp$. Esto nos lleva a argumentar, a la luz del theorema de las fuerzas vivas, que no hay variación de energía cinética. Sólo se modifica la dirección de la velocidad. Por tanto el movimiento es CIRCULAR UNIFORME.

b) **¿Cuál posee mayor velocidad?**

Energía cinética para el electrón $\longrightarrow T_e = \frac{1}{2} m_e v_e^2$

" " " el protón $\longrightarrow T_p = \frac{1}{2} m_p v_p^2$.

Como a la entrada y posición no hay variación. y $T_e = T_p$

$$T_e = T_p \Rightarrow \frac{1}{2} m_e v_e^2 = \frac{1}{2} m_p v_p^2 \Rightarrow \boxed{\frac{v_e^2}{v_p^2} = \frac{m_p}{m_e}}$$

Como $m_p >> m_e$; deducimos $\frac{m_p}{m_e} >> 1 \Rightarrow \boxed{\frac{v_e^2}{v_p^2} >> 1}$; $\boxed{v_e >> v_p}$

c) ¿Cuál describe la trayectoria de mayor radio?

Radio del electrón (R_e)

$$q_e \cancel{v_e} B = m_e \frac{v_e^{\cancel{2}}}{R_e} \Rightarrow \frac{q_e B R_e}{m_e} = v_e.$$

Radio del protón (R_p)

$$q_p \cancel{v_p} B = m_p \frac{v_p^{\cancel{2}}}{R_p} \Rightarrow \frac{q_p B R_p}{m_p} = v_p.$$

$$\frac{v_e^2}{v_p^2} = \frac{q_e^2 \cancel{B^2} R_e^2 m_p^2}{m_e^2 q_p^2 \cancel{B^2} R_p^2} = \left(\frac{q_e m_p}{m_e q_p}\right)^2 \left(\frac{R_e}{R_p}\right)^2$$

y sabemos que es $\frac{v_e^2}{v_p^2} = \frac{m_p}{m_e}$. Por tanto

$$\frac{\cancel{m_p}}{\cancel{m_e}} = \left(\frac{q_e}{q_p}\right)^2 \left(\frac{m_p}{m_e}\right)^{\cancel{2}} \left(\frac{R_e}{R_p}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{R_e}{R_p}\right)^2 = \left(\frac{q_p}{q_e}\right)^2 \frac{m_e}{m_p}.$$

Como $|q_e| = |q_p|$, deducimos.

$$\left(\frac{R_e}{R_p}\right)^2 = \frac{m_e}{m_p}$$; como $m_p >> m_e$.

$$\frac{m_e}{m_p} << 1.$$

Por tanto $\left(\frac{R_e}{R_p}\right)^2 << 1 \Rightarrow \boxed{R_e << R_p}$

d) ¿Cuál tiene mayor periodo de revolución?

$v = \omega R \Rightarrow v = \frac{2\pi}{T} R$

Para el caso del electrón

$T_e = \frac{2\pi R_e}{v_e}$. Para el protón $T_p = \frac{2\pi R_p}{v_p}$.

Si relacionamos ambos.

$$\frac{T_e}{T_p} = \frac{\cancel{2\pi} R_e v_p}{v_e \cancel{2\pi} R_p} = \frac{R_e}{R_p}\frac{v_p}{v_e}.$$

Elevamos al cuadrado.

$$\left(\frac{T_e}{T_p}\right)^2 = \left(\frac{R_e}{R_p}\right)^2 \left(\frac{v_p}{v_e}\right)^2 = \left(\frac{m_e}{m_p}\right) \cdot \left(\frac{m_e}{m_p}\right) = \left(\frac{m_e}{m_p}\right)^2$$

deducimos

$$\frac{T_e}{T_p} = \frac{m_e}{m_p}$$

Como $m_e << m_p \Rightarrow \frac{m_e}{m_p} << 1$; por tanto

$$\frac{T_e}{T_p} << 1 \Rightarrow \boxed{T_e << T_p}.$$

3

$$R = R_0 \pm \Delta R$$
$$a = a_0 \pm \Delta a$$
$$L = L_0 \pm \Delta L$$

El espesor lo determinaremos a partir

$$R = \rho \frac{L}{e\,a} \Rightarrow Rea = \rho L \Rightarrow \boxed{e = \frac{\rho L}{Ra}}$$

Nuestro objetivo se centra en expresar

$$\boxed{e = e_0 \pm \Delta e.}$$

El valor de $\boxed{e_0 = \rho \dfrac{L_0}{R_0\, a_0}}$

Determinamos el error.

$$de = \left|\left(\frac{\partial e}{\partial L}\right)\right| dL + \left|\left(\frac{\partial e}{\partial R}\right)\right| dR + \left|\left(\frac{\partial e}{\partial a}\right)\right| da \qquad (1)$$

- $\dfrac{\partial e}{\partial L} = \dfrac{\rho}{Ra}$ y su valor $\boxed{\left|\left(\dfrac{\partial e}{\partial L}\right)\right| = \dfrac{\rho}{R_0 a_0}}$
- $\left|\left(\dfrac{\partial e}{\partial R}\right)\right| = \dfrac{\rho L}{a R^2}$ y su valor $\boxed{\left|\left(\dfrac{\partial e}{\partial R}\right)\right| = \dfrac{\rho L_0}{a_0 R_0^2}}$
- $\left|\left(\dfrac{\partial e}{\partial a}\right)\right| = \dfrac{\rho L}{R a^2}$ y su valor $\boxed{\left|\left(\dfrac{\partial e}{\partial a}\right)\right| = \dfrac{\rho L_0}{R_0 a_0^2}}$

Llevamos esta información a (1) y obtenemos

$$de = \left(\frac{\rho}{R_0 a_0}\right) dl + \left(\frac{\rho L_0}{a_0 R_0^2}\right) dR + \left(\frac{\rho L_0}{R_0 a_0^2}\right) da$$

identificamos con los errores absolutos.

$$\boxed{\Delta e = \left(\frac{\rho}{R_0 a_0}\right) \Delta l + \left(\frac{\rho L_0}{a_0 R_0^2}\right) \Delta R + \left(\frac{\rho L_0}{R_0 a_0^2}\right) \Delta a.}$$

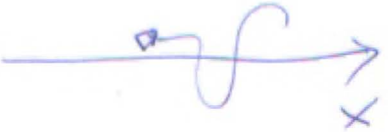
4 Una onda sinusoidal que se propaga de derecha a izquierda, tiene una longitud de onda de 15 m, una velocidad de propagación de 250 m/s y una amplitud de 3 m. Halla:

a) La ecuación de la onda.

b) La velocidad transversal máxima de un punto alcanzado por la vibración.

---

a) $y = A \sin(\omega t + k x)$



$\omega = \frac{2\pi}{T}$. Determinamos el periodo.

$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{15\ m}{250\ m/s} = 0.06\ s$ //

$\omega = \frac{2\pi}{T} \simeq 105$ rad/s

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{15} = 0.42$ rad/m

El ec. de onda

$$\boxed{y = 3 \sin(105 t + 0.42 x)}$$

b) $\frac{dy}{dt} = (3)(105) \cos(105 t + 0.42x) = 315 \cos(105t + 0.42x)$

la velocidad máxima cuando $\cos(105t + 0.42x) = 1$

$(dy/dt)_M = 315$ m/s. //

5

Disponemos del campo

$$\bar{V} = (2x+z)\,\hat{i} + e^{y}\,\hat{j} + x\,\hat{k}$$

Queremos ver si:

a) Se trata de un campo conservativo

b) En caso afirmativo determina el potencial asociado.

c) La circulación de dicho campo a lo largo del contorno cerrado que forma la intersección de la esfera de radio R y centro el origen, con el plano XY.

---

a) Para analizar el carácter conservativo.

$$\bar{\nabla} \times \bar{V} \overset{?}{=} 0.$$

$$\bar{\nabla} \times \bar{V} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ 2x+z & e^{y} & x \end{vmatrix} =$$

$$= \hat{i}\left(\frac{\partial}{\partial y}x - \frac{\partial}{\partial z}e^{y}\right) - \hat{j}\left(\frac{\partial}{\partial x}x - \frac{\partial}{\partial z}(2x+z)\right) +$$

$$+ \hat{k}\left(\frac{\partial}{\partial x}e^{y} - \frac{\partial}{\partial y}(2x+z)\right) = 0\hat{i} - \hat{j}(1-1) + 0\hat{k}$$

$$= 0\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k} \;//.$$ Es un campo conservativo.

2) Potencial asociado.

$$\bar{V} = \bar{\nabla}\phi$$

$$(V_x, V_y, V_z) = \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y}, \frac{\partial \phi}{\partial z}\right)$$

$$V_x = \frac{\partial \phi}{\partial x} \Rightarrow d\phi = V_x\, dx = (2x + z)\, dx$$

integramos; $\phi = \frac{2x^2}{2} + zx + \xi(y,z)$

$$\boxed{\phi = x^2 + zx + \xi(y,z)} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = V_y = e^y \Rightarrow \frac{\partial \xi(y,z)}{\partial y} = e^y$$

Separamos e integramos.

$$d\xi(y,z) = e^y\, dy \Rightarrow \xi = e^y + g(z)$$

y la expresión del potencial (1) resulta.

$$\boxed{\phi = x^2 + zx + e^y + g(z).} \quad (2)$$

Por otro lado.

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = V_z = x \Rightarrow x + \frac{\partial g}{\partial z} = x \Rightarrow \frac{\partial g}{\partial z} = 0.$$

Por tanto g es una función constante.

$$g = c.$$

y el potencial resulta.

$$\boxed{\phi = x^2 + zx + e^y + c'}$$

c) Como se trata de un campo conservativo la circulación a lo largo de cualquier contorno cerrado es NULA.

① **Un anillo de radio R** está cargado con una densidad de carga uniforme. Determina:

a) El campo eléctrico en el punto P.

b) El potencial eléctrico que genera en dicho punto. Determina si el potencial es nulo en el centro. Y el campo eléctrico, es nulo en el centro?.

c) Determina el valor del campo eléctrico si tenemos en cuenta que deriva de un potencial.

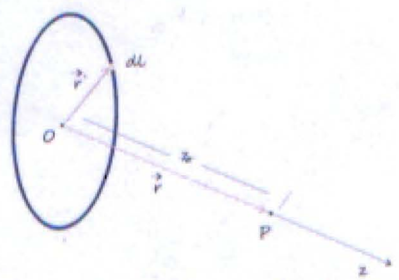


Figura 1: Anillo de radio R cargado con una densidad lineal de carga uniforme.

a) Posición $\bar{r} = (0,0,z_0)$ del punto P en coordenadas cilíndricas.

$\bar{r}' = (R,0,0)$ coordenadas del elemento de carga.

$\bar{r} - \bar{r}' = (-R, 0, z_0) \Rightarrow |\bar{r} - \bar{r}'| = \sqrt{R^2+z_0^2} \Rightarrow |\bar{r} - \bar{r}'|^3 = (R^2+z_0^2)^{3/2}$

El valor del campo resulta. El elemento de carga (arco) $\bar{dl} = R\,d\theta\,\hat{\theta}$

$$\bar{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{\lambda R\,d\theta}{(R^2+z_0^2)^{3/2}}(-R,0,z_0)$$

. Por simetría la parte radial se cancela, y nos queda

$$\bar{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\lambda R\int_0^{2\pi}\frac{z_0\,d\theta}{(R^2+z_0^2)^{3/2}}\hat{z} = \frac{\lambda R z_0 2\pi}{4\pi\epsilon_0 (R^2+z_0^2)^{3/2}}\hat{z}$$

$$\boxed{\bar{E} = \frac{\lambda R z_0}{2\epsilon_0 (R^2+z_0^2)^{3/2}}\hat{z}} \quad (1)$$

b) La expresión del potencial es $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{\lambda\,dl}{|\bar{r}-\bar{r}'|}$

En nuestro caso. $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_0^{2\pi}\frac{\lambda R\,d\theta}{\sqrt{R^2+z_0^2}} = \frac{\lambda R 2\pi}{4\pi\epsilon_0\sqrt{R_0^2+z_0^2}} = \boxed{\frac{\lambda R}{2\epsilon_0\sqrt{R^2+z_0^2}} = V}$

En el centro $(z_0=0)$ el potencial resulta

$V = \frac{\lambda R}{2\epsilon_0\sqrt{R^2}} = \frac{\lambda}{2\epsilon_0}$" tiene un valor constante

debido a que según (1) el campo en el centro es nulo.

c) $\bar{E} = -\bar{\nabla} V = -\frac{\partial V}{\partial z}\hat{z} = -\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\lambda R}{2\epsilon_0 (R^2+z^2)^{1/2}}\right]\hat{z}$

hemos puesto z en vez de z_0 para no conducir a error.

$$\bar{E} = -\frac{\lambda R}{2\epsilon_0}\frac{\partial}{\partial z}\left(R^2+z^2\right)^{-1/2}\hat{z} = -\frac{\lambda R}{2\epsilon_0}\left(-\frac{1}{2}\right)\left(R^2+z^2\right)^{-3/2} 2z\,\hat{z}$$

luego $\bar{E} = \frac{\lambda R z}{2\epsilon_0 (R^2+z^2)^{3/2}}\hat{z}$.

cuando $z = z_0$.

$$\boxed{\bar{E} = \frac{\lambda R z_0}{2\epsilon_0 (R^2+z_0^2)^{3/2}}\hat{z}}$$

que coincide con la solución en el apartado a).

Disponemos de un condensador cilíndrico con las características que se indican en la figura adjunta 2. El condcutor de radio a se carga con una carga Q. Determina: En el caso de que sea vacío el espacio entre conductores (ϵ_0)

a) La diferencia de potencial entre ambos conductores.

b) Su capacidad.

Ahora el material entre ambos conductores es un dieléctrico de constante dieléctrica ϵ. Repite los apartados anteriores y establece cierta relación entre las capacidades en ambos casos.

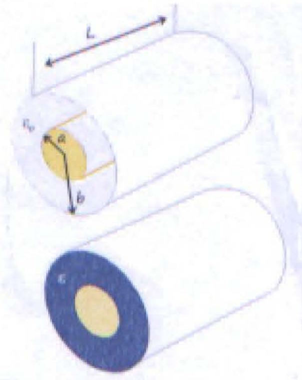


Figura 2: Condensador cilíndrico.

1) VACÍO . El potencial en el radio b, es

$$V(b) = -\int_\infty^b \bar{E}_e \cdot d\bar{r}$$

y para $r=a$;

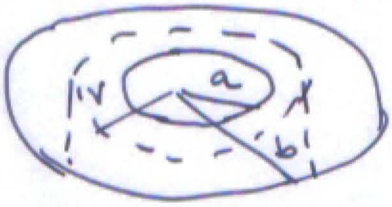
$$V(a) = -\int_\infty^b \bar{E}_e \cdot d\bar{r} - \int_b^a \bar{E}_i \cdot d\bar{r} = V(b) - \int_b^a \bar{E}_i \cdot d\bar{r}$$

y por tanto la diferencia de potencial resulta

$$\boxed{V(b) - V(a) = \int_b^a \bar{E}_i \cdot d\bar{r}}$$

. Tenemos que determinar el valor de E_i

Aplicamos Gauss.



Tomamos un cilindro de radio r

El flujo a través de él ⇒

$$\phi = \int_S \bar{E}_i \cdot d\bar{s} = \int_{S_L} E_i \, ds = E_i \, 2\pi r L$$

sólo hay contribución a la superficie lateral.

La carga que encierra es Q.

$$\phi = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E_i \, 2\pi r L = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow \boxed{\bar{E}_i = \frac{Q}{2\pi r L \epsilon_0}\hat{r}}$$

La diferencia de potencial resulta

$$V(b) - V(a) = \int_b^a \frac{Q}{2\pi r L \epsilon_0} \hat{r} \cdot dr \hat{r} =$$

$$= \int_b^a \frac{Q}{2\pi r L \epsilon_0} dr = \frac{Q}{2\pi L \epsilon_0} \Big[\ln r \Big]_b^a = \frac{Q}{2\pi L \epsilon_0} \ln a/b.$$

y la capacidad.

$$\boxed{C = \frac{Q}{|\Delta V|} = \frac{\cancel{Q}}{\frac{\cancel{Q}}{2\pi L \epsilon_0} |\ln a/b|} = \frac{2\pi L \epsilon_0}{|\ln a/b|}}$$

2) Con dieléctrico de cte ϵ.

La variación está en la determinación del campo en la zona interna. Aplicamos Gauss para dieléctricos.

$$\int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q \Rightarrow D 2\pi r L = Q$$

$$\vec{D} = \frac{Q}{2\pi r L} \hat{r} \quad \text{y como } D = \epsilon E$$

el campo en el interior es

$$\boxed{\vec{E}_i = \frac{\vec{D}}{\epsilon} = \frac{Q}{2\pi \epsilon r L} \hat{r}}$$ y la

diferencia de potencial

$$\Delta V = \int_b^a \frac{Q}{2\pi\epsilon r L}\,dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon} \ln a/b$$

y la capacidad $C_\epsilon = \dfrac{2\pi L \epsilon}{\ln a/b}$.

la relación entre capacidades nos da.

$$\boxed{\frac{C}{C_\epsilon} = \frac{\epsilon_0}{\epsilon}}$$

③ **Dos espiras circulares** se encuentran situadas a una distancia x, en planos paralelos. La espira de radio R es recorrida por una intensidad uniforme I. La espira pequeña prsenta un radio que es muy pequeño en comparación con la distancia de separación x. Determina:

a) El flujo magnético que atraviesa la espira de radio r.

b) Si la espira de radio r se desplaza a lo largo del eje x con una velocidad uniforme v, determina la fuerza electromotriz inducida.

c) Si ahora permanece quieta la espira de radio r, idea otro mecanismo para producir una corriente inducida.

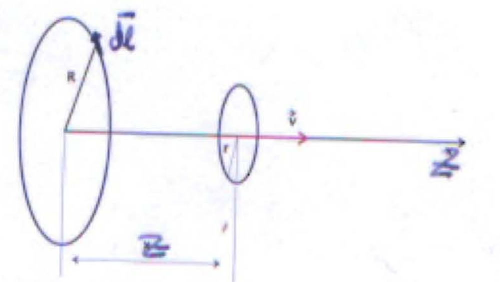


Figura 3: Espiras en movimiento relativo.

1. Determinamos el campo magnético creado por la espira de radio R en el centro de la espira de radio r.

$$\bar r = (0,0,z) \qquad \bar r - \bar r' = (-R,0,z)$$
$$\bar r' = (R,0,0) \qquad |\bar r - \bar r'| = \sqrt{R^2+z^2}$$

$$|\bar r - \bar r'|^3 = (R^2+z^2)^{3/2} \quad ; \quad d\bar l = R\,d\theta\,\hat\theta$$

Calculamos
$$d\bar l \times (\bar r - \bar r') = \begin{vmatrix} \hat r & \hat\theta & \hat z \\ 0 & R\,d\theta & 0 \\ -R & 0 & z \end{vmatrix} = Rz\,d\theta\,\hat r + R^2\,d\theta\,\hat z$$

La expresión del campo es
$$\bar B = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\,(Rz\,d\theta\,\hat r + R^2\,d\theta\,\hat z)}{(R^2+z^2)^{3/2}}.$$
Como sólo tendremos contribución en $\hat z$.

$$\boxed{\bar B = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I R^2\,d\theta}{(R^2+z^2)^{3/2}}\,\hat z = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+z^2)^{3/2}}\,\hat z}$$

El flujo a través de la espira de radio r, es

$$\phi = \int_S \bar B\cdot d\bar S = \int_S \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+z^2)^{3/2}}\,\hat z \cdot r\,dr\,d\theta\,\hat z = \int_0^r \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2+z^2)^{3/2}}\,r\,dr\,d\theta$$

$$\boxed{\phi = \frac{\pi \mu_0 R^2 r^2 I}{2(R^2+z^2)^{3/2}}}$$

(2) La fuerza electromotriz es producida por la variación del flujo en el tiempo.

$$\epsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[\frac{\pi\mu_0 R^2 r^2 I}{2(R^2+z^2)^{3/2}}\right] =$$

$$= -\frac{\pi\mu_0 R^2 r^2 I}{2}\frac{d}{dt}(R^2+z^2)^{-3/2} = -\frac{\pi\mu_0 R^2 r^2 I}{2}\left(-\frac{3}{2}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow (R^2+z^2)^{-5/2}\, 2z\, \frac{dz}{dt}$$

$$\boxed{\epsilon = \frac{3\pi\mu_0 R^2 r^2 I z}{2(R^2+z^2)^{5/2}}\, v}$$

(3) Otro mecanismo consiste en hacer circular por la espira de radio R, una intensidad que varíe en el tiempo, es decir que $I = I(t)$, de forma

$$\boxed{\epsilon = -\frac{\pi\mu_0 R^2 r^2}{2(R^2+z^2)^{3/2}}\frac{dI}{dt}}$$

④ **Disponemos del siguiente circuito.**

a) Determina la corriente I_1

b) Aplica el teorema de superposición y halla el valor de I_2.

c) La diferencia de potencial entre los puntos A y B.

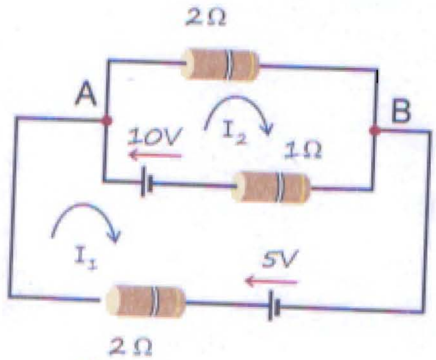


Figura 4: Circuito eléctrico.

---

a) Aplicamos el método de mallas.

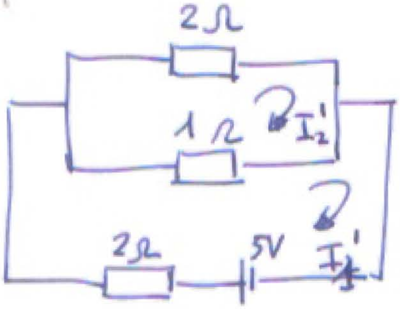
$$5-10 = I_1(2+1) - (1) I_2 \Rightarrow \boxed{-5 = 3I_1 - I_2}$$

$$10 = I_2(2+1) - (1) I_1 \Rightarrow \boxed{10 = 3I_2 - I_1}$$

Resolvemos el sistema y encontramos

$$\boxed{I_1 = -\frac{5}{8} A \qquad I_2 = \frac{25}{8} A}$$

b) Montamos el circuito

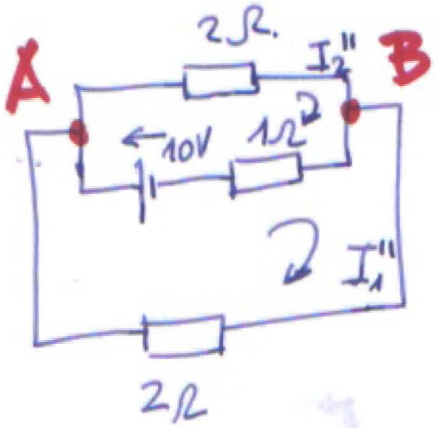


Las ecuaciones de malla.

$$\left.\begin{array}{l} 0 = 3I_2' - I_1' \\ 5 = 3I_1' - I_2' \end{array}\right\}$$

donde $I_1' = \frac{15}{8} A$; $I_2' = \frac{5}{8} A$.

Ahora montamos el circuito



Las ecuaciones de malla.

$$\left.\begin{aligned} 10 &= 3I_2'' - I_1'' \\ -10 &= 3I_1'' - I_2'' \end{aligned}\right\}$$

Resolvemos el sistema.

$$I_1'' = -\frac{20}{8}\,A \qquad I_2'' = \frac{20}{8}\,A.$$

Nos piden el valor de I_2, por tanto

$$\boxed{I_2 = I_2' + I_2'' = \frac{5}{8} + \frac{20}{8} = \frac{25}{8}\,A}$$

c) La diferencia de potencial entre los puntos A y B es.

$$\boxed{V_{AB} = I_2\,(2) = \frac{25}{8}(2) = \frac{50}{8}\,V.}$$

CRITERIOS de CORRECCIÓN

TEORÍA

1. Pilares del electromagnetismo.

Alumno con Todo ⟶ 0.9 pto
Alumno sólo 2do ⟶ 1.2 pto.

2. Electrón - protón

Alumno con Todo ⟶ 0.025 cada apartado
Alumno sólo 2do ⟶ 0.3 cada apartado.

3. Práctica.

Alumno con Todo ⟶ 0.9 pto.
Alumno con sólo 2º ⟶ 1.2 pto.

(Nota. Si un alumno saca en esta pregunta un 0 y tuviera en nota de prácticas un "1", de forma automática se reduciría la nota de prácticas un 50%.)

4. Ondas.

Alumno con Todo ⟶ cada apartado 0.45
Alumno sólo 2do ⟶ cada apartado 0.6

5. Campo

Alumno con Todo ⟶ 0.3 pto
cada apartado.

EJERCICIOS

Ejercicio 1 ⟶ Cada apartado 0,6 pto

Ejercicio 2 ⟶ Cada apartado 0.9 pto

Ejercicio 3 / Ejercicio 4

Alumno con Todo ⟶ a) 0.7 pto
b) 0.7 pto
c) 0.4 pto.

Alumno sólo con 2ª ⟶ a) 1 pto
b) 1 pto
c) 0.7 pto.