1. Seguimos el orden de los apartados descritos en el problema:

   - Para determinar la distribución de cargas que se pide hemos de tener en cuenta que un conductor es capaz de inducir carga en otras superficies. En la superficie de radio R tenemos una carga Q, dado que el cilindro es conductor. En la de radio R_1 se induce una carga $-Q$, debido a que la corona esférica también es conductora y, por ello, la carga neta dentro de una superficie gaussiana escogida dentro de dicha corona debe ser nula. La inducción de $-Q$ en R_1 produce una carga igual pero de signo opuesto en R_2. Por ello, en esta última superficie, la carga total es $-Q$.

     La densidad superficial, σ, en cada una de las superficies es (seguiremos los subíndices empleados para los radios)

     $$\sigma = \frac{Q}{2\pi RL}$$
     $$\sigma_1 = \frac{-Q}{2\pi R_1 L}$$
     $$\sigma_2 = \frac{-Q}{2\pi R_2 L}$$

   - El campo eléctrico de un cilindro infinito con densidad superficial de carga tiene dirección radial. Si se aplica el teorema de Gauss con otro cilindro (radio r) como superficie gaussiana se obtiene

     $$\oint_S \vec{E}\vec{ds} = ES_{\text{lat}} = \frac{Q_{in}}{\varepsilon_0},$$

     donde S_{lat} es la superficie lateral del cilindro gaussiano, igual a $2\pi rL$. De este modo, el campo $\vec{E}$ tiene la forma general

     $$\vec{E} = \frac{Q_{in}}{2\pi\varepsilon_0 rL}\hat{u}_r.$$

     Para $r < R$ se obtiene $\vec{E} = \vec{0}$.
     Para $R < r < R_1$ se obtiene $\vec{E} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 rL}\hat{u}_r$.
     Para $R_1 < r < R_2$ se obtiene $\vec{E} = \vec{0}$.
     Para $R > R_2$ se obtiene $\vec{E} = \frac{-Q}{2\pi\varepsilon_0 rL}\hat{u}_r$.

   - La diferencia de potencial entre dos puntos, sean A y B, se escribe

     $$\Delta V = -\int_A^B \vec{E}\vec{dl}.$$

     Tomando $\vec{dl} = dr\hat{u}_r$ tenemos que

     $$\Delta V = -\int_R^{R_1} \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 rL}dr = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln{(R/R_1)}.$$

La capacidad del sistema es

$$C = Q/|\Delta V| = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln(R_1/R)}.$$

2. Aplicamos el método de las corrientes de malla. Escogemos las dos internas, a las que asignamos corrientes en sentido horario, llamadas I_1 (malla de la izquierda) e I_2 (malla de la derecha). Las ecuaciones para ambas mallas son:

   Malla 1:

   $$100 - 50 = 10I_1 + 5(I_1 - I_2) \Longrightarrow 10 = 3I_1 - I_2.$$

   Malla 2:

   $$50 = 20I_2 + 5(I_2 - I_1) \Longrightarrow 10 = 5I_2 - I_1.$$

   Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenemos $I_1 = 4,29$ A e $I_2 = 2,86$ A. La intensidad que circula por la resistencia de 5 Ω es $I_1 - I_2 = 1,43$ A. Dado que la diferencia es mayor que cero, la corriente circula del punto M al N.

   Si tomamos la rama en paralelo con la resistencia de 20 Ω tenemos que

   $$V_M - V_N = (I_1 - I_2)R = 57,2\,\mathrm{V}.$$

3. El campo $\vec{B}$ en el origen puede calcularse como la suma de las contribuciones debidas a las dos semicircunferencias y a los dos tramos rectos. Si atendemos a la ley de Biot-Savart

   $$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{\vec{dl}\times\hat{u}_r}{r^2},$$

   podemos inferir que los tramos rectos proporcionan contribuciones nulas al campo $\vec{B}$, dado que $\vec{dl}$ es paralelo a $\hat{u}_r$.

   Para las semicircunferencias, $\vec{dl}$ siempre es perpendicular a $\hat{u}_r$. Según está definido el problema, podemos estimar que $\vec{dl}\times\hat{u}_r$ tiene dirección y sentido $\hat{k}$ (aplicar, por ejemplo, la regla de la mano derecha). Este argumento es válido para ambas semicircunferencias. Si trabajamos, por ejemplo, con la superior de ellas, únicamente con el módulo, tenemos que para un elemento diferencial de corriente

   $$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{|\vec{dl}\times\hat{u}_r|}{R_1^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{R_1 d\theta}{R_1^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\theta}{R_1}.$$

   En esta última expresión, hemos escrito $dl = R_1 d\theta$. Para obtener el valor de B integramos en la variable θ, con los límites adecuados:

   $$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R_1}\int_0^{\pi} d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi R_1}\pi = \frac{\mu_0 I}{4R_1}.$$

Recordemos que la dirección del campo es $\hat{k}$.

Dado que la integral únicamente contiene a la variable en $d\theta$, el cálculo para la semicircunferencia inferior será totalmente análogo, solamente sustituyendo R_1 por R_2. Si sumamos ambas contribuciones obtenemos el resultado final para $\vec{B}$:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \hat{k}.$$

Podemos comprobar si el resultado es correcto. Si $R_1 = R_2 = R$ tendríamos

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R} \hat{k},$$

que coincide con el campo que crea un anillo circular de corriente en el centro de su circunferencia.